VĚSTNÍK

KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.

TŘÍDA MATHEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

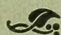
1913

SITZUNGSBERICHTE

DER KGL. BÖHMISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.



VĚSTNÍK KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK

TŘÍDA
MATHEMATICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ.

ROČNÍK 1913.

OBSAHUJE 14 POJEDNÁNÍ S 13 TABULKAMI
A 30 OBRAZCI V TEXTU.



V PRAZE 1914.
NÁKLADEM KRÁLOVSKÉ ČESKÉ SPOLEČNOSTI NAUK.
V KOMISI U FRANTIŠKA ŘIVNÁČE.

SITZUNGSBERICHTE

DER KÖNIGL. BÖHMISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

JAHRGANG 1913.

ENTHÄLT 14 AUFSÄTZE MIT 13 TAFELN
UND 30 ABBILDUNGEN IM TEXTE.



PRAG 1914.
VERLAG DER KÖNIGL. BÖHM. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.
IN KOMMISSION BEI FR. ŘIVNÁČ.

Seznam přednášek

v sezení třídy mathematicko-přírodovědecké.

Dne 7. února:

Dr. Karel Šulc: Monografia generis Trioza. Pars IV.

Radim Kettner: Příspěvek k poznání kambria Skrejského.

Dr. V. Heinrich: O periodických drahách libračního centra L_1.

Dne 21. února:

Ing. Franz Rogel: O přímém určení společných bodů a tangent dvou kuželoseček, u nichž dvě osy spadají v jedinou přímku.

Josef Ambrož: O českých Drepanokladech.

Dne 7. března:

Prof. Jar. Milbaueur: O některých oxydacích za vysokého tlaku teploty.

Prof. Dr. Fr. Velísek: O plochách stálé střední křivosti s čarami charakteristickými stejné torse.

Dne 11. dubna:

Prof. Dr. J. Milbauer a B. Pivnička: Přímá jodimetrie vyšších kysličníků olova.

Dr. Enrest a Žáček: O působnosti jehličnatých stromů na vodivost vzduchu.

Dr. Lucien Godeaux: O plochách obsahujících svazek křivek hypereliptických řádu tří.

Übersicht der Vorträge

in den Sitzungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse während des Jahres 1913.

Den 7. Februar:

Dr. Karel Šulc: Monografia generis Trioza. Pars IV.
Radim Kettner: Beitrag zur Kenntnis des Kambriums von Skreje.
Dr. W. Heinrich: Über die periodischen Bahnen des Librationscentrums L_4.

Den 21. Februar:

Ing. Franz Rogel: Direkte Bestimmung der gemeinsamen Punkte und Tangenten zweier Kegelschnitte, bei welchen zwei Axen in eine Gerade fallen.
Jos. Ambrož: Über die Drepanokladen Böhmens.

Den 7. März:

Prof. Jar. Milbauer: Sur l'oxydation de quelques substances inorganiques à hautes pressions et témpératures.
Prof. Dr. J. Velísek: Über die Flächen konstanter mittleren Krümmug mit charakterischen Linien von gleicher Torsion.

Den 11. April:

Prof. Dr. J. Milbauer und B. Pivnička: Direkte Jodometrie höherer Bleioxyde.
Dr. A. Ernest und A. Žáček: Über die Wirkung der Koniferen auf die Leitfähigkeit der Luft.
Dr. Lucien Godeaux: Sur les surfaces poosédant un faisceau irrationnel de courbes hyperelliptiqeus de genre trois.

Dne 25. dubna:

Dr. R. HAC: Účinek sirovodíku na kvantitativné vylučování některých hydroxydů sirnatanem sodnatým.

Prof. Dr. F. VEJDOVSKÝ: Osudy mitochondrií ve spermatidech včely (Apis melifica), (Vyjde v jiném sborníku.)

Dne 23. května:

Prof. Dr. Ant. ŠTOLC: O intracellularní agglutinaci a jevech příbuzných u Pelomyxy a jiných zástupců amoebovitých.

Prof. Dr. Jan VOJTĚCH: Rovinné sextiky invariantní při periodických kollineacích.

Dne 18. července:

Prof. Dr. Alois MRÁZEK: Příspěvky k přírodopisu Lumbricula.

Otakar JOHN: O smyslových orgánech v postranní soustavě mladých úhořů (monté).

Dne 21. listopadu:

Dr. J. WILHELM: Monografie českých parožnatek.
Ing. Franz ROGEL: Arithmetické transformace.

Poznámka: Následkem krise sazečské a tiskařské v prosinci 1913 nemohly býti dotištěny práce Otakara JOHNA, J. WILHELMA a F. ROGELA, jež vyjdou tedy ve »Věstníku« r. 1914.

V Praze, dne 31. prosince 1913.

Za redakci:
F. VEJDOVSKÝ.

Den 25. April:

Dr. R. Hac: Über die Wirkung des Schwefelwasserstoffes auf die quantitative Ausscheidung einiger Hydroxyde durch das schwefelsaure Natron.

Prof. Dr. F. Vejdovský: Über die Schicksale der Mitochondrien in den Spermatiden der Biene (Apis melifica). (Wird in einer anderen Zeitschrift erscheinen.)

Den 23. Mai:

Prof. Dr. Ant. Štolc: Über intracelluläre Agglutination und verwandte Erscheinungen bei Pelomyxa und anderen amoebenartigen Organismen.

Prof. Dr. Jan Vojtěch: Über invariante Ebene-Sextiken bei periodischen Kollineationen.

Den 18. Juli:

Prof. Dr. Alois Mrázek: Beiträge zur Naturgeschichte des Lumbriculus.

Otakar John: Über die Sinnesorgane im Seitensysteme junger Aale (Monté).

Den 21. November:

Dr. J. Wilhelm: Monographie der Characeen Böhmens.

Ing. Franz Rogel: Arithmetische Transformationen.

Anmerkung: Infolge der im Dezember 1913 ausgebrochenen Setzer- und Druckerkrise konnten die drei letzt angeführten Abhandlungen von Otakar John, J. Wilhelm und Fr. Rogel nicht gedruckt werden. Sie werden daher im nachfolgenden Jahrgange der **S B** (1914) erscheinen.

Prag, den 31. Dezember 1913.

Für die Redaktion:
F. VEJDOVSKÝ.

I.

Monographia generis Trioza Foerster.

Species regionis palearcticae.

Pars IV. No. 36.—49.

Dr. Karel Šulc, Michálkovice-Ostrava, Moravia.

Mit 13 Tafeln.

Vorgelegt in der Sitzung am 24. Januar 1913.

36. **Trioza dichroa** Scott 1879.
(Tab. 36.)

Kopf. — Scheitel 0·25 *mm* breit, 0·17 *mm* in der Mittellinie lang, hinten fast gerade, die Vorderecken vorspringend und abgerundet, zwischen ihnen ein tiefer Einschnitt, die Hinterpunktaugen in den abgerundeten Hinterecken. — Fühler sind nur 0·60 *mm* lang (die einzelnen Glieder messen der Reihe nach in 0·00 *mm*: 5, 5, 16, 6, 6, 7, 5, 6, 4, 5), die Sinnesorgane wie bei *Tr. urticae* beschaffen. — Stirnkegel: 0·13 *mm* lang, von breiter Basis zum abgerundeten Gipfel verschmälert, mehr oder weniger divergierend, stark nach unten geneigt, behaart. — Färbung: der ganze Kopf ist pechschwarz, die Stirnkegel eventuell braunschwarz; die Fühler haben das 1 und 2 Glied schwarzbraun mit helleren distalen Rändern, das 3 Glied weißgelb, das 4—7 weißgelb mit gebräunten Spitzen, das 8 braun, das 9 und 10 pechschwarz.

Thorax. — Pro- und Mesothorax sind ganz pechschwarz, Metathorax ist hellgrün.

Vorderflügel war 1·80 *mm* lang und 0·70 *mm* betrug die größte Breite etwa in der Mitte des Flügels. — Das

Flügelende ist winklig, an der Spitze abgerundet, die vordere Hälfte des Bogens ist mehr gebogen als die hintere, die ziemlich flach erscheint, und daher einen längeren Radius hat als die vordere. — Flügeladern: $C + Sc$ ist gleich gebogen, der Anfang am stärksten, dann gegen das Ende allmählich dünner, R überall gleich stark, gleichmäßig nach vorn gebogen, Rs in ziemlich großem Abstand vom Vorderrande fast gerade verlaufend, ist am Ende, das sich über der Bifurkation $M1 + 2$, $M3 + 4$ befindet, nach vorn gebogen; M lang, gleichmäßig flach gebogen, $M1 + 2$, $M3 + 4$ gerade, die letztere kürzer; Cu kurz, $Cu1$ lang, kreisbogenförmig gebogen, $Cu2$ gerade, sehr schräg zum Hinterrande verlaufend. — Färbung der Adern: hellgelb oder leicht rötlich gebräunt. — Flügelmembran: ist vollständig wasserhell. — Dornen: fehlen, bis auf eine bescheidene Gruppe im innersten Winkel *cell. M*, die wir als Oberflächedornen auffassen, die Unterflächedornen fehlen vollständig; Marginaldornengruppen wie bei *Tr. urticae*, nur sind die Dornen in der *cell.* $M1 + 2$ sehr bescheiden an Zahl.

Hinterflügel ist gewöhnlich beschaffen.

Beine sind hellgelb.

Abdomen ist auffallend hellgrün.

♂ Körperende. — Genitalsegment ist von der Seite 0·20 *mm* lang und 0·15 *mm* hoch, nach hinten und unten bogenförmig begrenzt, zerstreut behaart, ganz hellgrün. — Kopulationszange von der Seite ist schuppenförmig, länglich viereckig, 0·13 *mm* hoch, unten 0·06 *mm*, oben 0·09 *mm*, breit, in der Mitte am schmälsten, der Vorderrand und der Hinterrand etwas eingebogen, oben breit abgestutzt, und in der Mitte ausgehöhlt, die Vorderecke kurz, nach vorn ausgezogen, die Hinterecke breit lappenförmig, nach oben und hinten erweitert und am Ende abgerundet. — Von oben: hinten sehen wir die breiten abgerundeten Lappen, vorn endigen die Zangenäste mit kurzem von hinten nach vorn abgerundetem, Zahne; zwischen dem Zahne und dem Lappen ist eine kreisrunde Aushöhlung. — Von hinten erscheinen die Zangenäste fast überall gleich breit und gleichmäßig zur Mittellinie gebogen, nur oben sind sie leicht verschmälert und glatt

abgerundet; die vordere Zacke kommt nicht zur Sicht; der äußere Umriß der geschlossenen Zange ist ein, sich nach oben verschmälerndes 0, der innere eine oben und unten scharfe Ellipse. — Behaarung ist spärlich auf der Außenseite, am Hinterrande und der Innenseite sind lange, reichliche Haare wahrnehmbar. — Farbe ist hellgelb, die vordere Zacke ist gebräunt. — Analsegment ist 0·17 *mm* hoch, in der Mitte am breitesten, d. i. 0·10 *mm*; vorn fast gerade, hinten mäßig lappenförmig erweitert; das Ende ist rasch verschmälert, fast röhrenförmig, abgestutzt; Analring nicht abgesetzt. — Spärliche Behaarung der oberen Hälfte, einige längere Haare auf der oberen Hälfte des Hinterrandes.

♀ Körperende ist mir nicht aus eigener Beobachtung bekannt, da mir nur ein einziges ♂ behufs Untersuchung zur Verfügung stand; Scott schreibt in seiner Definition: »♀ pale yellowish green. — Eyes purplish. Face lobes pale slightly projecting forward and somwhat concave on the anterior margin, as in the other sex. Legs pale; tarsi 1-st pair pale, 2nd joint black; 3rd pair, tibiae vandykes (or frilles) at the apex black. All the other charakters as in the ♂.« — Mehr ist in der Literatur über das ♀ nicht bekannt.

Körpergröße 2·30 (♂) *mm*.

Nährpflanze, Lebensweise und Larven sind unbekannt.

Geogr. Verbreitung: Rossia meridionalis (Astrakhan); soll auch in Ungarn (Tarczal im Zempliner Komitat) vorkommen (Loew 1888), ich habe jedoch diese Individuen nicht gesehen.

Bemerkungen. — Diese Beschreibung wurde nach einem ♂, det. Scott (Type) aus den Sammlungen des K. k. Hofmuseums in Wien angefertigt; sie stimmt mit der Beschreibung Scott's überein, ist eine gute Art, die mit *Tr. chenopodii, Horváthii* und einer zu beschreibenden n. sp. leg. J. Sahlberg in Clairfontaine, Algier, eine natürliche Gruppe, die wir *dichroa* — Gruppe nennen wollen — bildet. — Die ♂ Kopulationszange pflegt durch das Trockenwerden sehr verdreht zu sein, worauf beim Studium zu achten ist.

Literatur und Synonymie.

dichroa Scott J., Description of two new european species of Psyllidae, Ent. Mont. Mag., 1879.
— Loew F., Revision der pal. Psyll., Verh. d. z. bot. Ges., Wien, 1882.
— Loew F., Übersicht d. Psyll. v. Öst.-Ung., ibidem, 1888.
— Loew F., Katalog d. pal. Psyll., Wiener ent. Ztg., 1882.
— Puton A., Catalogue, Caën, 1899.
— Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.

---

37. **Trioza Horváthii** Loew 1881.
(Tab. 37.)

Kopf. — Scheitel hinten 0·28 *mm* breit, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang, hinten fast gerade, nur mäßig eingebogen, die Hinterpunktaugen in den abgerundeten Hinterecken, die Vorderecken breit abgerundet, bei dem vorderen Punktauge ein deutlicher Einschnitt. — Fühler 0·80 *mm* (die Länge der einzelnen Fühlerglieder in 0·00 *mm* beträgt: 5, 5, 21, 8, 6, 7, 7, 5, 6, 7); die Sinnesorgane wie bei *Tr. urticae* beschaffen. — Stirnkegel 0·15 *mm* lang, von breiter Basis ziemlich ausgezogen, mäßig divergierend, behaart. — Färbung: ♂ der ganze Kopf ist schwarz, ♀ der Scheitel ockergelb, die Stirnkegel hellgelb oder hellgrünlich, ihre Spitzen und Scheitelgruben braun; Fühler, das 1, 2, 6—10 Glied braun, das 2—4 weiß, die 2 letzten bis schwarzbraun.

Thorax ist beim ♂ ganz schwarz, beim ♀ gelblich, mit ockergelber oder brauner, mehr oder weniger begrenzter Zeichnung.

Vorderflügel. — Länge zur größten Breite (diese liegt in der Insertion *Cu*2) wie 1·40 *mm*: 0·68 *mm* beim ♂, 2·15 *mm* : 0·90 *mm* beim ♀ (hier ist also der Flügel bedeutend breiter); Flügelende winklig zugespitzt, beim ♂ schärfer, beim ♀ stumpfer, der Flügelgipfel liegt etwas hinter der Einmündung der *M*1 + 2; der vordere Flügelendrand ist bedeutend mehr ausgebogen als der hintere, der recht flach erscheint. — Flügeladern: der ganze Vorderrand gleichmäßig stark gebogen, *Rs* ist mäßig wellenförmig, oder leicht nach hinten gebogen, ziemlich vom Vorderrande entfernt verlaufend, seine

Insertion befindet sich über dem Ende *M*; Anfang *R* frei, nicht anliegend; *M* lang, mäßig gebogen, sein Ende liegt über der Hälfte *m. cell. M*; *M*1 + 2 gerade, länger als die sehr kurze *M*3 + 4; *Cu* ist ziemlich kurz, leicht nach innen ausgebogen, *Cu*1 ♂ ist flach, beim ♀ fast kreisbogenförmig, *Cu*2 verläuft zum Hinterrande unter einem scharfen Winkel von cca. 45⁰. — Färbung der Adern: bleich, etwas gelblich. — Flügelmembran ist vollständig wasserhell. — Dornen: verhalten sich beim ♂ und ♀ ganz verschiedenartig; beim ♂ ist auf der Oberseite fast vollständig, nur *cell. C* + *Sc* und *cell. Cu* bedeckt, zur *C* +*Sc* treten die Dornen dicht heran, der *R* + *M* + *Cu* entlang sind beiderseits unregelmäßige, breitere, dornenlose Streifen vorhanden; in den *cell. R*1, *Rs* und *Cu*1 sind nur abortive, kleine Gruppen in dem innersten Teile der Zellen vorhanden, die innere Hälfte von *cell. M* ist reichlich mit Doren besetzt, unter Wahrung schmaler, dornenloser Streifen und allmählicher Verschmälerung der Gruppe in der Richtung nach außen. — Beim ♀ sind die Oberflächedornen nur auf die innere Ecke *cell. Cu* beschränkt und von dort ziehen sie, spärlich an Zahl, der *sut. analis* entlang bis zum Ende *A*2; sonst ist die Membran dornenfrei. — Unterflächedornen fehlen bei beiden Geschlechtern vollständig. — Marginaldornengruppen sind schmal, ziemlich hoch, unansehnlich in den *cell. M*1 + 2, *M* und *Cu*1 bei beiden Geschlechtern vorhanden.

Hinterflügel in der äußeren Hälfte recht verschmälert, gewöhnlich.

Beine blaßgelb, die Tarsenspitzen mehr oder weniger ausgebreitet braun oder schwarz.

Abdomen: hellgelbgrünlich, hellgrünlich bei beiden Geschlechtern.

♂ Körperende. — Genitalsegment 0·20 *mm* lang, 0·15 *mm* hoch, oben leicht wellenförmig, nach hinten und unten kreisbogenförmig begrenzt, sehr spärlich kurz, zerstreut behaart, hellgrünlich. — Kopulationszange von der Seite schuppenförmig, gerade, 0·17 *mm* hoch, in der Mitte der Höhe am breitesten 0·07 *mm*, nach unten weniger, nach oben mehr verschmälert, oben abgestutzt, abgerundet, die hintere Ecke ein wenig ausgezogen; das vordere und hintere Drittel der Außenfläche der Zange ist an den Rändern we-

sentlich eingebogen, das mittlere Drittel ausgewölbt; von oben verschmälern sich die breiten, schuppenartigen Äste ziemlich rasch und sind an den Enden von außen nach innen abgestutzt, das vordere Ende ist breit abgerundet, das hintere mäßig ausgezogen und kurz (stumpf) zugespitzt; von hinten sind die Zangenäste in der Mitte am breitesten, nach unten mäßig, nach oben rasch und schmal ausgezogen; der äußere Umriß gleicht einem breiten, oben kurzspitzig ausgezogenen 0, der innere einer weithalsigen, unten breiten Flasche (0·12 *mm*). — Behaarung spärlich, am Vorder- und Hinterrande lange, steife Haare. — Färbung: hellgrünlich, das Ende bräunlich. — Analsegment ist fast dreieckförmig, aphlalaraartig, 0·15 *mm* breit, 0·20 *mm* hoch, vorn mäßig ausgebogen, hinten breit dreieckig, lappenförmig erweitert, und abgerundet, das Ende fast kurz röhrenförmig, angewachsen, nicht abgesetzt und abgestutzt; Haare nur auf der oberen Hälfte zerstreut, namentlich auf dem Hinterrande sehr lang. — Färbung gelblich, hellgrünlich.

♀ Körperende. — Analsegment von oben gesehen um den Anus recht breit, dann rasch verschmälert und in einen stachelartigen Schnabel ausgezogen. — Von der Seite 0·45 *mm* lang, der Basalteil breit, 0·15 *mm* hoch, verschmälert sich rasch in einen schmalen, 0·12 *mm* langen Schnabel, dessen oberer Umriß glatt, ausgebogen, und dessen Ende abgerundet ist; der untere Umriß ist leicht eingebogen, der Basaleinschnitt ist breit und tief. Die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert — der nachfolgende stärker chitinisierte Teil ist durch eine mächtige Chitinleiste von derselben abgegrenzt. — Behaarung: einige mittellange Haare um den Analdrüsenring, mehrere längere (4), und kleinere (4) auf dem Basalteile vor der Schnabelwurzel, einige sehr kurze spitzige Dornen (cca. 10) auf dem Schnabel und auf dessen Ende. — Anus 0·15 *mm* lang, ringsum ein geschlossener Ring mit zweireihigen Drüsenöffnungen und ein Kranz kleiner Haare. — Genitalsegment: oben 0·35 *mm* lang, vor dem Ende lang, mitteltief ausgeschnitten, unten 0·35 *mm* lang, gerade, eher etwas eingebogen, vorn 0·35 *mm* hoch und nach vorn ausgebogen; der Schnabelteil vom Umriße eines hohen, gleichseitigen Dreiecks. — Behaarung: lange, reichliche

Haare bedecken die obere Hälfte des Basalteiles, die Haare auf der unteren Hälfte sind kürzer und spärlicher; kurze, spitzige Dornen fangen etwa 0·12 *mm* vom Schnabelende an, anfangs sehr zerstreut, werden gegen das Ende dichter (im ganzen 20 bis 25) und besetzen auch den unteren Umriß des Schnabels. — Äußere Legescheiden erreichen kaum das Ende des Genitalsegmentes, werden nach hinten nur wenig schmäler und sind am Ende abgestutzt abgerundet; ihre Oberfläche ist in der äußeren Hälfte fein, länglich geritzt. — Äußerer Legestachel: Körper geradachsig, Oberleistenteil fein karriert, Unterleistenteil fein geritzt, nicht mit Dörnchen besetzt, das Endstück mittellang, leicht nach oben gebogen, stark chitinisiert, das Ende von oben nach unten abgerundet, unbewehrt. — Innerer Legestachel: ist kurz, oben nur 0·10 *mm* lang, dortselbst und an der abgerundeten stumpf abgestutzten Spitze stark chitinisiert mit undeutlichem Nabel und auf dem unteren Umriße mit einer abstehenden mittelbreiten Leiste. — Farbe beider Endsegmente ist hellgelblichgrün.

Körpergröße: 1·90—2·50 *mm*, gemessen bis zur Spitze der geschlossenen Vorderflügel.

Nährpflanze: *Atriplex nitens* nach einer brieflichen Mitteilung Dr. G. v. Horváth's an Dr. F. Loew.

Lebensweise: Die Imagines wurden vom Juni bis September gefunden.

Larven sind unbekannt.

Vorkommen: nur eine einzige Fundstelle bekannt.

Geogr. Verbreitung: Hungaria bei Varannó, leg. Horváth.

Bemerkungen. — Diese Beschreibung wurde nach den typischen Exemplaren Loew's der K. k. Hofmuseumsammlung in Wien, leg. Horváth, det. Loew angefertigt. Die Diagnose Loew's stimmt mit denselben vollkommen überein. — Diese Art scheint gewisse, entfernt verwandtschaftliche Beziehungen zur. *Tr. rotundata* Flor 61 zu haben, leider ist das ♀ von der letzteren bisher unbekannt, sodaß die definitive Entscheidung ausbleibt.

Literatur und Synonymie.

Horváthii Loew, Beschreibung von zehn neuen Psylloden-Arten, Ver. d. k. k. zool. bot. Ges., Wien, 1881.
— Loew, Revision d. pal. Psyll., ibidem, 1882.
— Loew, Übersicht der. Psyll. von Öst.-Ung., ibidem 1887.
— Loew, Katalog d. pal. Psyll., Wiener ent. Ztg., 1882.
— Puton, Catalogue,, Caën, 1899.
— Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.

---

38. **Trioza Sahlbergi** n. sp. mihi.
(Tab. 38.)

Kopf. — Scheitel 0·35 *mm* breit, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang, hinten fast gerade, die Hinterecken abgerundet mit Punktaugen, die Vorderecken vorspringend und abgerundet. — Fühler im ganzen 1 *mm* lang, die Länge der einzelnen Glieder beträgt der Reihe nach in 0·00 *mm:* 5, 5, 25, 12, 10, 12, 10, 10, 5, 6; die Sinnesorgane wie bei *Tr. urticae* beschaffen. — Stirnkegel sind 0·13 *mm* lang, von breiter Basis zum abgerundeten Gipfel gleichmäßig verschmälert, mäßig, mehr oder weniger divergierend, stark nach unten geneigt, spärlich behaart. — Färbung: der ganze Kopf ist pechschwarz, die Stirnkegel eventuell auch heller. Fühler: das 1 und 2 Glied bräunlich mit helleren Vorderrändern, das 2 Glied weißgelblich, das 4—8 weißgelblich mit gebräunten Spitzen, das 9 und 10 pechschwarz.

Thorax. — Pro- und Mesothorax sind schwarzbraun bis vollständig schwarz, ohne Spuren von Zeichnung, Metathorax ist gelblich.

Vorderflügel ist 2 *mm* lang, seine größte Breite liegt in der Mitte der Länge und beträgt 0·72 *mm.* — Flügelende verschmälert und an der Spitze abgerundet, die vordere Hälfte des Flügelendbogens ist mehr gebogen als die hintere, die fast flach erscheint. — Flügeladern: der ganze Flügelvorderrand gleichmäßig gebogen, *Rs* in ziemlich großem Abstande vom Vorderrande verlaufend, fast gerade, vor dem Ende nach vorn gebogen, über der Bifurkation *M*1 + 2 — *M*3 + 4 endigend; *M* lang, flach bogenförmig; *M*1 + 2, *M*3 + 4 gerade, letztere bedeutend kürzer, *Cu* ist

mäßig nach hinten gebogen, *Cu*1 ist lang und fast kreisbogenförmig, *Cu*2 verläuft zum Hinterrande unter einem scharfen Winkel. — *Rs, M, Cu* sind am Anfang recht dick, dann verschmälern sie sich zum Ende gleichmäßig. — Färbung der Adern: bleich, manchmal leicht hell gebräunt. — Flügelmembran: vollständig wasserhell; Dornen: Oberflächedornen bedecken das innerste Drittel der *cell. C + Sc* und die ganze *cell. Cu,* hier einen dornenlosen Streifen von der Mitte *R + M + Cu* dem *Cu* und *Cu*2 entlang freilassend; Unterflächendornen fehlen vollständig; Marginalgruppen wie bei *dichroa* beschaffen.

Hinterflügel gewöhnlich.

Beine hellgelb.

Abdomen hellgelb.

♂ Körperende. — Genitalsegment von der Seite 0·20 *mm* hoch und 0·23 *mm* lang, nach unten und hinten kreisbogenförmig begrenzt, auf der Hinterhälfte mäßig behaart, ganz hellgelblichweiß. — Kopulationszange von der Seite gerade, 0·15 *mm* hoch, unten am breitesten d. i. 0·07 *mm,* dann gegen den Gipfel kaum merklich verschmälert, oben von vorn nach hinten abgerundet und hier rechteckig endigend; die hintere Ecke ist nebstdem gekielt; der Vorderrand ist fast gerade, nur leicht nach vorn gebogen, der Hinterrand ist in den oberen $^2/_3$ mässig eingebogen, in dem unteren $^1/_3$ ausgebogen. — Von oben: die breiten Zangenäste verschmälern sich rasch in eine scharfwinklige spitzige Zacke, die scharf gekielt ist. — Von hinten sind die Äste gerade, fast überall gleich breit, das Ende rasch verschmälert und scharf gekielt. Mäßige Behaarung auf der Oberfläche, lange reichliche Haare auf dem Hinterrande und der Innenseite; gelbweiß mit brauner Zacke. — Analsegment von der Seite: Vorn fast gerade, nur mäßig ausgebogen, hinten in einen breiten, abgerundeten Lappen erweitert, gegen das Ende gleichmäßig fließend verschmälert; dasselbe nicht abgesetzt. — Reiche Behaarung der oberen Hälfte, auffallend lange und reiche Haare auf dem oberen, hinteren Rande; gelblich weiß.

♀ ist unbekannt.

Körpergröße ist 2·50 *mm*, gemessen bis zum Ende der geschlossenen Flügel.

Nährpflanze, Lebensweise, Larven etc. unbekannt.

Vorkommen bisher 4 Exemplare von einer einzigen Lokalität bekannt.

Geogr. Verbreitung. Algier, Clairfontaine, leg. J. Sahlberg.

Bemerkung. Ich verdanke diese Art der Liebenswürdigkeit der Herren J. Sahlberg und M. O. Reuter, die mir Materialien des Universitätsmuseums in Helsingfors geneigt zugänglich gemacht haben. Sie gehört der *dichroa* Gruppe an *(dichroa, Horváthii* etc.) und wird hiemit ihrem Entdecker Herrn Prof. J. Sahlberg gewidmet. — Von *dichroa* unterscheidet sie sich durch längere Fühler, breiteres Analsegment, das am Ende nicht so viel und nicht röhrenförmig verschmälert ist, durch ganz anders geformte Kopulationszange, die hier am Ende nur eine gekielte Zacke hat aber keine lappenförmige Erweiterung, durch den Flügel, der hier am Endgipfel mehr gerundet ist und nebst die ganz mit Dornen besetzte *cell. Cu* aufweißt und auch eine Gruppe von Dornen in dem inneren $^1/_3$ der *cell.* $S + SC$ besitzt. — *Tr. Horváthii* hat dagegen ähnliches Analsegment, das jedoch am Ende weit, röhrenförmig ist, ähnliche Kopulationszange, die mit stumpfer Zacke endigt und oben am Hinterrande erweitert ist; nebstem hat der mehr zugespitzte Flügel des ♂ noch kleinere Dornengruppen in den *cell. R, Rs, M* und *Cu*1; für *Tr. Sahlbergi* sind nebstdem auch die anfangs dickeren *Rs,* M und *Cu*1 bemerkenswert, womit sie an ähnliche, jedoch gesteigerte Verhältnisse, bei *Tr. chenopodii* erinnert.

---

39. **Trioza eleagni** Scott 1880.
(Tab. 39.)

Kopf. — Scheitel hinten 0·35 *mm* breit (samt den Augen 0·45 *mm),* mäßig ausgeschnitten, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang, in den abgerundeten Hinterecken je ein Punktauge tragend, die Vorderecken mäßig ausgezogen und breit

abgerundet, vor dem vorderen Punktauge ein deutlicher Einschnitt. — Fühler 0·84 *mm* lang (5, 5, 22, 10, 10, 9, 7, 7, 4, 5 in 0·00 *mm*), Sinnesorgane wie bei *Tr. urticae L.*, Fühlernäpfe groß. — Stirnkegel nur 0·12 *mm* lang, von breiter Basis rasch zugespitzt, am Gipfel breit abgerundet, nur mäßig divergierend, nach unten geneigt, zerstreut behaart. — Färbung: der ganze Kopf ist samt den Stirnkegeln hell gelbgrün; die Fühler haben das 1. bis 3. Glied grün, das 4.—8. hellgrün, etwas gebräunt, das 9. und 10. schwarzbraun .

Thorax ist hell gelbgrünlich, Metathorax mehr gelblich.

Vorderflügel ist 2·45 *mm* lang, die größte Breite liegt in der Mitte *cell. Cu*1 und beträgt 1 *mm;* das Flügelende ist verschmälert, die vordere Hälfte des Flügelbogens ist mehr gekrümmt als die hintere, der Flügelgipfel liegt in der Mündung der *M*1 + 2. — Flügeladern: die innere Hälfte des vorderen Flügelrandes ist flacher als die äußere, *Rs* ist mäßig wellenförmig, sein Ende liegt über der Insertion der *M*3 + 4; *M* ist kurz, sie endigt über der Insertion des *Cu*1; *M*1 + 2, *M*3 + 4 sind lang, leicht gebogen, *Cu* ist leicht gebogen, *Cu*1 ist kreisbögenförmig, *Cu*2 verläuft zum Hinterrande fast unter einem R°. — Färbung der Adern: bleich. — Flügelmembran ist vollständig wasserhell, -Dornen fehlen sowohl auf der Oberfläche, wie auf der Unterfläche; Marginalgruppen wie bei *Tr. urticae* beschaffen.

Hinterflügel am Ende breit abgerundet, mit bleichen Adern.

Beine: hell grünlichgelb.

Abdomen malachitgrün.

♂ Körperende. — Genitalsegment von der Seite gesehen ist 0·20 *mm* lang und ebenso hoch, oben leicht wellenförmig, nach unten und hinten kreisbogenförmig begrenzt; zerstreute Behaarung der hinteren Hälfte, hell grünlichgelbe Farbe. — Kopulationszange: von der Seite gerade, im oberen Drittel leicht nach vorn geneigt, 0·17 *mm* hoch, unten am breitesten 0·07 *mm*, dann nach oben allmählich verschmälert, am Ende von beiden Seiten gleichmäßig verschmälert zugespitzt, der hintere Umriß ist leicht ausgebogen, der vordere leicht wellenförmig. — Von oben: die

schmalen Zangenäste endigen mit einer gleichmäßig zugespitzten, fast drehrunden Zacke. — Von hinten: die Zangenäste sind an der Basis am breitesten, im unteren Drittel werden dann rasch schmäler, die oberen $^2/_3$ bleiben gleich schmal bis zum zugespitzten Ende; sie biegen sich gleichmäßig zur Mittellinie; der äußere Umriß hat die Form eines gleichmäßigen O, der innere stellt ein sich nach unten verschmälerndes O vor. — Behaarung zerstreut, auf dem inneren Umrisse einige längere Haare. — Färbung: hell gelbgrünlich. — Analsegment: von der Seite an einem einzigen trockenen Exemplare betrachtet 0·22*mm* hoch und 0·08 *mm* in der unteren Hälfte breit, fast cylindrisch, nach oben nur wenig verschmälert, oben gerade abgestutzt, zerstreut, dicht auf der oberen Hälfte behaart, hell gelbgrünlich.

♀ Körperende ist mir aus eigener Anschauung unbekannt, da mir zum Studium nur ein einziges ♂ vorlag; Scott berichtet in seiner Originalbeschreibung (1880): »upper genital plate considerably longer than the lower one, from which it diverges and curves upwardly.«

Körpergröße 3 *mm* (♂ gemessen bis zum Ende der geschlossenen Flügel).

Nährpflanze: sie wurde auf Eleagnus angustifolius gefunden.

Lebensweise: die Imagines wurden im Juni und Juli gefunden.

Larven sind bisher unbekannt.

Vorkommen: nur zweimal gefunden.

Geogr. Verbreitung: Kaukasus, Petrovsk, Rossia. (leg. Jakovlev), Taškent (Loew), Taš-suat am Sir-darya (Ošanin).

Bemerkung. Diese Beschreibung ist nach dem einzigen ♂ coll. K. K. Hofmuseum, det. Scott, (Type) angefertigt worden; die Originaldiagnose Scott's stimmt mit dem vorhandenen Exemplare überein, sodaß wir über die Identität nicht zu zweifeln brauchen. — Sie soll der *Tr. furcata* Loew 1880 am nächsten stehen; leider ist von der letztgenannten, die Loew nur in einem ♀ Exemplare zu Gebote stand (♂ war ihm unbekannt) die Type nicht mehr in der coll. K. K. Hofmuseum vorhanden; was die Beschreibung an-

belangt, so kann ich zwischen diesen beiden Arten keine greifbaren Unterschiede finden und halte sie lieber für eine Art, da ohne Type *furcata* so wie so nicht zu entziffern wäre. — Von den bekannteren Triozen, wäre sie noch, obzwar genügend entfernt, der *Tr. urticae* am meisten verwandt.

Literatur und Synonymie.

eleagni Scott J., Description of four new species of Russian Psyllidae, Ent. M. Mag., London, 1880.
— Loew F., Turkestanische Psylloden, Verh. d. z.-bot. Ges., Wien, 1880.
furcata Loew F., ibidem.
eleagni Loew F., Revision d. pal. Psyll., ibidem 1882.
furcata Loew F., ibidem.
— Loew F., Katalog der pal. Psyll., Wiener ent. Ztg., 1882.
eleagni Loew F., ibidem.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
furcata Puton, ibidem.
eleagni Ošanin B., Verzeichnis etc. St. Petersburg, 1907.
furcata Ošanin B., ibidem.

---

40. **Trioza centranthi** Vallot 1829.
(Tab. 40.)

Kopf. — Scheitel hinten 0·30 *mm* breit, in der Mittellinie 0·20 *mm* lang, die Vorderecken breit abgerundet, die Hinterpunktaugen in den Hinterecken. — Fühler 1·10 *mm* lang (die Länge der einzelnen Glieder in 0·00 *mm* beträgt der Reihe nach: 5, 5, 40, 10, 10, 10, 10, 10, 5, 5), die Sinnesorgane etwa wie bei *Tr. urticae L.* — Stirnkegel sind nur 0·11 *mm* lang, von breiter Basis ziemlich allmählich zugespitzt, divergierend, behaart. — Färbung: bei unausgefärbten Exemplaren ist der ganze Kopf orangerot, die Stirnkegel aber in der distalen Hälfte gelblichweiß, bei ausgefärbten, namentich bei überwinterten ist der ganze Kopf schwarz und von den Stirnkegeln nur die Spitze etwas heller; die Fühler haben die ersten zwei Glieder bräunlich, das 3. Glied weiß oder gelblichweiß, die Glieder 4—10 sind dann vollkommen pechschwarz.

Thorax der unausgefärbten Individuen ist orangerot,

die ausgefärbten sind vollständig schwarz, nur unten, hie und da, ist die Verbindungsmembran rötlich.

Vorderflügel ist 2·70 *mm* lang und an der breitesten Stelle 1 *mm* breit; das Flügelende ist ziemlich zugespitzt, seine vordere Hälfte mehr gekrümmt als die hintere, der Gipfel befindet sich etwas hinter der Insertion $M1 + 2$. — Adern: $C + Sc$ und $R1$ leicht gebogen, Rs ist deutlich wellenförmig, in der inneren Hälfte eingebogen, in der äußeren ausgebogen, mittellang, sein Ende befindet sich über der Zwiesel $M1 + 2 — M3 + 4$; M lang, sein Ende fast vor der Hälfte *m. cell. M.* gleichmäßig gebogen, $M1 + 2$, $M3 + 4$ kurz, gerade; $Cu1$ kreibogenförmig, $Cu2$ kurz, verläuft zum Hinterrande unter einem Winkel von cca. 60°. — Färbung der Adern ist bleich, nur $C + Sc$ bei ausgefärbten Individuen ist etwas dunkler. — Membran ist vollständig wasserhell. Dornen: Oberflächedornen können alle Felder bedecken, breite dornenlose Streifen den Adern und dem Flügelrande entlang freilassend; sie stehen in unregelmäßigen Quadraten auf cca. 0·01 bis 0·02 *mm* von einander; die Bedornung ist aber sehr variabel und unregelmäßig, die Dornenfelder können fast in allen Feldern bis auf winzige Überreste reduziert werden; auch bei der größten Ausdehnung der Bedornung pflegen sie in *cell.* $C + Sc$ zu fehlen, da gegen beim grössten Grade der Reduktion sind sie fast in der ganzen Zelle M stets vorhanden; zwischen diesen beiden Extremen bestehen unzählige Variationen. — Marginaldornen etwa wie bei *Tr. urticae* beschaffen.

Hinterflügel ist vorn fast gerade, in der Mitte am breitesten, das Flügelende ist von hinten nach vorn verschmälert; die Adern sind bleich, *cell.* $A2$ leicht angeraucht.

Beine sind schmutziggelb, mit ausgedehnten schwarzbraunen Wischen.

Abdomen bei unausgefärbten Individuen orangerot, bei ausgefärbten schwarz.

♂ Körperende. — Genitalsegment von der Seite gesehen ist 0·20 *mm* lang und 0·18 *mm* hoch, nach hinten und unten kreisbogenförmig, begrenzt, zerstreut behaart, hellrot bis schwarzbraun. — Kopulationszange von der Seite gesehen ist unten schuppenförmig und fast quadratförmig, 0·09 *mm* breit und ebenso hoch, vorn und hinten aus-

gebogen, unten etwas verschmälert, oben vorn breit lappenförmig abgerundet, hinten oben in einen 0·04 *mm* langen und 0·01 *mm* breiten, fingerförmigen Fortsatz ausgezogen. — Von oben: der untere schuppenförmige Teil verschmälert sich oben im ganzen in den fingerförmigen Fortsatz, der nach oben, vorn und innen zur Mittellinie gerichtet ist; am Ende ist er von oben nach unten abgerundet und stark chitinisiert. — Von hinten erscheint die geschlossene Zange als zwei schwimmende Gänse in der Perspekitve von vorn und etwas von der Seite, die sich mit Kropf und Schnabel fast berühren; der untere schuppenförmige Teil stellt den Leib, der Fortsatz den Hals- und Kopf vor. — Zerstreute, ziemlich lange und reiche Behaarung, grünlichgelbe bis braungelbe Farbe, der fingerförmige Fortsatz ist schwarzbraun. — Analsegment ist von der Seite 0·15 *mm* hoch und 0·10 *mm* breit, hinten kurz erweitert und breit abgerundet, oben am Gipfel koppenförmig verschmälert; zerstrute, spärliche Behaarung, die Haare am Hinterrande sind bedeutend lang; braungelbe bis schwarzbraune Farbe. — Analring nicht abgesetzt.

♀ Körperende. — Analsegment von oben ist kurz keilförmig, von der Seite auf den Präparaten 0·40 *mm* lang, und 0·12 *mm* breit, oben unter dem Anus merklich eingebogen, vor dem Ende stark ausgebogen; der Schnabel ist kurz hoch, hart, am Ende kurzspitzig; die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert. — Behaarung: einige spärliche, lange (5—6) borstige Haare unter der Einbiegung des oberen Umrisses, mehrere längere Haare am Schnabelende. — Chitinstruktur feinhöckerig. — Farbe: orangegelb (bei unausgefärbten ♀) bis braunschwarz mit braungelbem Flecke vor dem Schnabelende (bei ausgefärbten ♀). — Anus 0·20 *mm* lang, ringsum ein geschlossener Ring mit zweireihigen Drüsenöffnungen und einem Kranze von kleinen Haaren. — Genitalsegment: ist trapezförmig, oben 0·20 *mm*, und fast gerade, vorn 0·30 *mm*, unten 0·30, gerade, hinten oben 0·30 *mm*, wellenförmig, das Ende stumpf abgerundet, nicht schnabelförmig, nicht ausgezogen. — Spärliche, lange Behaarung, die oberste Reihe der Haare namentlich ist sehr lang. — Feine Bedornung als Chitinstruktur, keine Dornen. — Orangegelb bis schwarzbraun, dann

vor der Spitze eine gelbbraune Stelle. — Äußere Legescheiden sind nach hinten abgerundet, erreichen etwa das Ende des Genitalsegmentes. — Äußerer Legestachel ist gerade, der Oberleistenteil ist leicht karriert, der Unterleistenteil weich, fein bedornt, das Endstück stark chitinisiert, kurz, am Ende dreieckförmig zugespitzt, oben mit zwei scharfwinkligen Zähnen, der hintere oben mit einem winzigen Dorne, unten an der Seite mit zwei stumpferen Zacken. — Innerer Legestachel ist kurz dreieckförmig, am Grate stark chitinisiert, am Ende stumpf abgestutzt und abgerundet, unten mit einer Leiste, ein winziger Nabel.

Körpergröße bis 3·20 *mm*, gemessen bis zum Ende der geschlossenen Flügel.

Nährpflanzen: Centranthus ruber DC., Valerianella carinata Lois, dentata Poll, olitoria Poll.

Lebensweise: »Die Larven leben in den Blattachseln und Blütenständen und verursachen eine Mißbildung dieser Pflanzenteile, welche in Vergrünung der Blüten, Verbreiterung und Verkrümmung der Blätter, Verkürzung der Internodien und knäueliger Häufung der deformierten Teile besteht. Die Imagines entwickeln sich vom Juni bis zum Herbste und überwintern.« (Loew.)

Larven: Über die Larve dieser Art machten Mitteilungen Vallott, v. Frauenfeld, E. André und Loew.

Vorkommen überall und ziemlich häufig.

Geogr. Verbreitung: Britannia, Germania, Austria, Hungaria, Gallia, Italia, Transcaucasia, Tiflis.

Bemerkung: Diese Beschreibung wurde nach den Exemplaren der k. k. Hofmuseum in Wien angefertigt, die teils aus Niederösterreich, Marchegg (leg. det. Loew die ausgefärbten), teils aus Italien (Genua, leg. Ferrari, die unausgefärbten) stammten. — In dieser Sammlung ist noch vorhanden: *Tr. Neilreichii* Frauenfeld, Type, die vollkommen mit meiner Beschreibung übereinstimmt. — Überhaupt sind alle vorhandenen Exemplare der Sammlung von einheitlichem Typus, der unserer Definition vollkommen entspricht.

Unsere in Rede stehende Art ist schon lange bekannt, aber unzulänglich definiert und mehrmals unnützt mit Synonymen beschenkt worden; das Verdienst von Schaffung einer

Ordnung in dieser Hinsicht gebührt Loew (1886), mit dem wir übereinstimmend annehmen, daß hieher gehören: *Tr. acutipennis* Foerster 1848, nec. Zett., nec. Flor, dann *Neilreichii* Frauenfeld 1864, *fediae* Kaltenbach (nomen nudum) 1874, *angulipennis* Puton 1875.

Literatur und Synonymie.

centranthi Vallot, Mém. Acad. Sc. Dijon, 1828—1829.
acutipennis Foerster (nec. Zett) Psylloden, 1848.
— Meyer-Duer, Psylloden, Schaffhausen, 1871.
fediae Kaltenbach (nomen, nudum). Die Pflanzenfeinde, Stuttgart 1874.
Neilreichii Frauenfeld, Verh. d. z. bot. Ges. Wien, 1864.
angulipennis Puton, Catalog 2. éd. Caën, 1875.
centranthi André E., Ann. Soc. Ent. France, T. VIII. 1878.
— Loew, Revision, Verh. d. z. bot. Ges. Wien, 1882.
— Loew, Neue Beiträge, ibidem, 1886.
— idem, Übersicht. d. Psyll. v. Öst. Ungarn, ibidem, 1888.
— Horváth G., A magyarországi Psyllidákról, Budapest 1885.
— Puton, Catalog, 4. éd. Caën, 1899.
— Lambertie, Contrib. à la faune etc. Bordeaux 1901.
— Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg 1907.

---

41. **Trioza mesomela** Flor 1861.
(Tab. 41.)

Kopf. — Scheitel hinten 0·35 *mm* breit und nur seicht eingebogen, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang, die Hinterpuktaugen in den abgerundeten Hinterecken, die Vorderecken breit abgerundet, an dem vorderen Punktauge nur ein ganz seichter Einschnitt. — Fühler nur 0·75 *mm* lang (die Länge der einzelnen Glieder beträgt der Reihe nach in 0·00 *mm:* 5, 5, 20, 5, 6, 8, 4, 5, 5, 7); die Sinnesorgane etwa wie bei der *urticae.* — Stirnkegel sehr kurz, nur 0·06 *mm* lang, von breiter Basis rasch zugespitzt, an den Seiten mäßig ausgebogen, auf der Spitze mit einer mäßig abgesetzten Warze, mit bedeutend konvergierenden Längsachsen, behaart. — Färbung: Scheitel bis tiefschwarz, Stirnkegel bald tiefschwarz, bald schwarzgrau, gelbgrau oder graugelb, selten hellgelb; sind sie gelb, so erstreckt sich diese Färbung in der

Mittellinie aufwärts bis zum Hinterrande des Scheitels; die Fühler haben die zwei ersten und die zwei letzten Glieder schwarzbraun, bisweilen ist auch die Spitze des 8. bräunlich, die Glieder 3—8 sind hellgelb oder gelblichweiß, die Umgebung der Sinnesgruben ist gelb.

Thorax ist schwärzlich.

Vorderflügel ist 1·80 *mm* lang, die größte Breite (Insertion des $Cu2$) ist 0·82 *mm*. — Flügelende ist allmählich verschmälert und breit abgerundet, der Flügelgipfel liegt etwas hinter der Einmündung der $M1 + 2$, die vordere Flügelendbogenhälfte ist etwas mehr gekrümmt als die hintere. Flügeladern: $C + Sc$ und $R1$ gleichmäßig und nur leicht gebogen; Rs ist fast im ganzen Verlaufe ganz gerade, nur kurz vor dem Ende, — er endigt etwa über der Hälfte $M1 + 2$ (etwas vor) — ist er leicht nach hinten ausgebogen; Anfang R ist leicht anliegend, M. ist leicht, gleichmäßig gebogen, sie endigt über der Insertion $Cu1$, $M1 + 2$, $M3 + 4$ fast gerade; Cu ist gerade, $Cu1$ fast kreisbogenförmig, in der äußeren Hälfte gerade, $Cu2$ verläuft zum Hinterrande unter einem scharfen Winkel von cca. 50°. — Färbung der Adern ist bleich, nur $A2$ ist braun, mit tiefbrauner Rippe. — Flügelmembran ist leicht durchscheinend hellgelb, die retrosuturale Partie der *cell. Cu* (recte *cell. A*1) und *cell. A*2 sind tiefschwarz. — Dornen: Oberfläche- und Unterflächedornen bedecken alle Felder vollständig, bis dicht an die Adern herantretend; es sind keine dornenlosen Streifen; die Dornen stehen sehr dicht nur auf 0·004 *mm* in unregelmäßigen Quadraten voneinander. — Marginaldornengruppen sind dreieckförmig und breit.

♂ Körperende. — Genitalsegment ist 0·18 *mm* hoch und 0·20 *mm* lang, nach hinten und unten kreisbogenförmig begrenzt ohne Fortsätze und Vorsprünge, zerstreut behaart, ganz hellgelb oder hellgelbgrünlich, unten etwas angebräunt. — Kopulationszange von der Seite gesehen ist gerade, 0·16 *mm* hoch, unten am breitesten d. i. 0·05 *mm*, dann gegen das schmale, abgerundete Ende allmählich verschmälert, namentlich in der oberen Hälfte; — von oben erscheinen die Zangenenden sehr schmal und an der Spitze abgerundet; — von hinten sind die Zangenäste am breitesten, gegen den

Gipfel werden sie allmählich schmäler, das Ende ist abgerundet; der äußere Umriß der geschlossenen Zange ist lyraförmig, der innere erscheint als unten breites U; unten innen, am inneren Umrisse befindet sich noch ein unten breiter, dann durch Einbiegung der Seiten rasch verschmälerter, nach oben und vorn gerichteter Fortsatz, der innen am Ende etwas zugespitzt ist; seine Länge, von hinten gemessen, beträgt nur 0·05 *mm*; der innere Umriß der geschlossenen Fortsätze ist 0-förmig. — Behaarung der Zange ist kurz, zerstreut, die Haare am hinteren Rande sind sehr lang. — Färbung hellgelb, das Ende der Zange angebräunt, die obere Hälfte des inneren Fortsatzes ist braunschwarz. — Analsegment ist 0·15 *mm* hoch und 0·15 *mm* breit, hinten etwas verbreitet und breit abgerundet, das Ende hügelartig; dichte, lange Behaarung namentlich am hinteren Umrisse, hellgelbe Farbe. — Analring nicht abgesetzt.

♀ Körperende. — Analsegment von oben gesehen breit, kurz keilförmig, am Ende abgerundet; — von der Seite 0·40 *mm* lang, 0·13 *mm* hoch, der obere Umriß ist hinter dem Anus stark ausgebogen, der Schnabel ist kurz, breit abgerundet, der untere Umriß ist ausgebogen; dichte lange Behaarung auf den Seiten und namentlich auf dem Schnabel; hier sind die Haare noch länger. Es sind keine Doren vorhanden; die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert. — Farbe: hellgelb. — Analring ist 0·20 *mm* lang, hat Drüsenöffnungen in zwei konzentrischen Reihen und einen Kranz kleiner Haare. — Genitalsegment ist fast rechteckig, oben 0·30 *mm*, unten 0·20 *mm* lang, an der Spitze abgerundet, dicht, lang, zerstreut behaart, ohne Dornen, hell gelblich. — Äußere Legescheiden sind hinten abgerundet, erreichen etwa das Ende des Genitalsegmentes. — Äußerer Legestachel ist gerade, der Endteil ist stark chitinisiert, das Ende zugespitzt, oben mit zwei scharfen, dreieckigen, seitlich mit zwei stumpferen Zähnen; Oberleistenteil breit, bauchig, weich, mit kleinen Dornen besetzt; Leiste gerade. — Innere Legestachel hat das Endstück scharfwincklig, an der Spitze lang, dünn, fein scharf ausgezogen, oben am Grate stärker chitinisiert, unten mit einer Leiste, ein winziger Nabel. —

Körpergröße 2·30 *mm*, gemessen bis zum Ende der geschlossenen Flügel.

Nährpflanze unbekannt, sie wurde auf Wiesen gefangen.

Lebensweise: überwintert im Imagozustande.

Larven sind unbekannt.

Geographische Verbreitung: Gallia, Marseille. Hispania; Hungaria; Austria inf., Feldsberg.

Anmerkung. — Diese Beschreibeung wurde nach den Exemplaren (Marseille, leg.* det. Flor, Type) des k. k. Hofmuseums in Wien angefertigt; dieselben entsprechen vollkommen der Originalbeschreibung Flor's. — Außerdem werden als *mesomela* die Exemplare angeführt, welche Loew in Feldsberg und Horváth in Ungarn (Abauj-Torna und Zemplin) gesammelt haben; die ungarischen Stücke habe ich nicht gesehen und lasse ihre Deutung vorläufig in suspenso; das einzige *mesomela*-Weibchen leg. det. Loew aus Feldsberg weicht aber von der Typen Flor's bedeutend ab, sodaß ich mich veranlaßt finde, dasselbe als varietas nova zu beschreiben:

Trioza mesomela, *var.* **Loewiana** *mihi*,

unterscheidet sich von der typischen Form Flor's durch lange Stirnkegel, die von breiter Basis allmählich verschmälert werden und ziemlich divergieren; sie sind beinahe so lang, wie der Scheitel in der Mittellinie (0·17 : 0·20 *mm*); die letzten drei Fühlerglieder und das Ende des 7 sind schwarz der Vorderflügel hat das Ende mehr zugespitzt und den *Rs* als Ganzes nach hinten ausgebogen; sonst sind die übrigen Verhältnisse gleich; die Kopulationszange des ♂ und das Körperende des ♀ konnte ich nicht untersuchen.

Feldsberg, leg. Loew einziges ♀ in K. k. Hofmuseum Wien.

Literatur und Synonymie.

mesomela Flor, Zur Kenntins d. Rhynchoten, Moskva, 1861.
— Loew, Katalog, Wiener ent. Ztg., Wien 1882.
— idem, Revision, Verh. d. z. bot. Ges. Wien, 1882.
— idem, Übersicht. d. Psyll. v. Öst.-Ungarn, ibidem, 1888.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
— Bolivar y Chicote, Enumeracion de los Hemipteros

observados en España y Portugal, Ann. Soc. Esp. H. N. vol. 8. pg. 147—186.
— Ošanin B., Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.

---

42. **Trioza versicolor** Loew 1888.
(Tab. 42.)

K o p f. — S c h e i t e l hinten fast gerade, nur mäßig ausgeschnitten, 0·35 *mm* breit (samt den Augen 0·55 *mm*, 0·17 *mm* in der Mittellinie lang, die Hinterecken sind abgerundet, die Vorderecken sind stumpf, nicht ausgezogen, recht breit abgerundet. — F ü h l e r sind 0·90 *mm* lang (die Länge der einzelnen Glieder beträgt in 0·00 *mm*: 5, 5, 10, 10, 10, 10, 9, 5, 4); Sinnesorgane wie bei *Tr. urticae* beschaffen; Fühlernäpfe sind breit, geräumig. — S t i r n k e g e l sind nur 0·12 *mm* lang, von breiter Basis bis zum abgerundeten Gipfel allmählich verschmälert, mäßig divergierend nach unten geneigt, zerstreut behaart. — F ä r b u n g: Scheitel und Fühlernäpfe sind weißgelb, die Zeichnung auf dem Scheitel ist verschwommen, unbegrenzt, ausgebreitet, orangegelb, die Fühler haben die drei ersten Glieder weißlichgelb oder etwas gerötet, die nachfolgenden schwarz; die Stirnkegel sind weißlichgelb, an der Spitze manchmal schwärzlich.

T h o r a x rotgelblich mit einer ausgedehnten, orangeroten, unbegrenzten, verschwommenden Zeichnung.

V o r d e r f ü g e l ist 2·55 *mm* lang, 0·95 *mm* beträgt die größte Breite gerade in der Insertion des *Cu*1; das Flügelende deutlich zugespitzt, die hintere Hälfte seines Bogens ist fast flach, die vordere nur mäßig gekrümmt; der Flügelgipfel befindet sich ein Stück hinter der Insertion *M*1 + 2. — F l ü g e l a d e r n: *C* + *Sc* ist flacher, *R*1 mäßig gebogen, *Rs* ist deutlich wellenförmig, genügend lang, indem er hinter Bifurkation *M*1 + 2 — *M*3 + 4 endigt; *M* ist lang, ihr Ende liegt vor der Insertion *Cu*1, *M*1 + 2 ist entschieden deutlich länger als *M*3 + 4, beide sind gerade, oder nur sehr leicht gebogen. *Cu* ist lang, *Cu*1 ist kreisbogenförmig, *Cu*2 verläuft zum Hinterrande unter einem Winkel von cca. 80°. — Färbung der Adern ist leicht rotbraun. — F l ü g e l m e m b r a n ist nur leicht

gelblich. Oberfläche-, sowie Unterflächedornen fehlen vollständig; Marginalgruppen sind wie bei *Tr. urticae L.* beschaffen.

Hinterflügel ist am Ende breiter abgerundet, von gewöhnlicher Gestalt, mit bleichen Adern.

Beine gelblich.

Abdomen oben bräunlichgrün, orangebraun, unten lichtgrün.

♂ Körperende. — Genitalsegment von der Seite auf trockenem Exemplare betrachtet ist 0·20 *mm* lang und 0·16 *mm* hoch, nach hinten und unten kreibogenförmig begrenzt, oben wellenförmig, auf der hinteren Hälfte länger, zerstreut behaart, gelblich. — Kopulationszange von der Seite gesehen 0·20 *mm* hoch, im ganzen Verlaufe 0·04 *mm* breit, gerade, sensenförmig, mit der Schärfe und Spitze nach vorn gewendet, hinten fast gerade, vorn schwach wellenförmig, oben: von hinten nach vorn abgerundet, und vorn scharfspitzig. — Von oben erscheinen die Enden der Zangenäste als Ende einer Sense von oben; der Grat ist etwas verdickt. — Von hinten: ist der einzelne Ast an der Basis am breitesten, indem er hier innen in einen niedrigen (etwa $^1/_4$ der gesamten Höhe einnehmenden) Lappen erweitert ist; weiter nach oben werden dann die Zangenäste allmählich schmäler, neigen zur Mittellinie und endigen scharfspitzig; der äußere Umriß ähnelt einem hohen gotischen Bogen, der innere ist länglich blattförmig, mit kurzem Stiele. — Längere reichliche Behaarung der inneren Seite, spärliche, kurze Haare an den Rändern. — Schwarzbraune Farbe. — Analsegment von der Seite an trockenem Exemplare 0·15 *mm* hoch, vorn leicht ausgebogen, hinten in einen langen, nur allmählich sich verschmälernden, am Ende breit abgerundeten Lappen ausgezogen; die gesamte Breite ist 0·20 *mm*. — Mittellange spärliche Behaarung auf der oberen Hälfte des Segmentes, gelbgrünlich bräunliche Farbe. — Analring ist am Anfang angewachsen, nach hinten frei abgesetzt, sich bedeutend verschmälernd, behaart, rotbraun.

♀ Körperende. — Analsegment von oben betrachtet, breit keilförmig, mit ausgebogenen Flanken, am Ende breit abgerundet nicht von den Seiten abgestutzt. — Von

der Seite auf den Präparaten ist der obere Umriß gleichmäßig ausgebogen, 0·35 *mm* lang, am Ende breit abgerundet, der untere Umriß ausgebogen; der Schnabel ist nicht vorhanden; die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert. — Behaarung ziemlich reichlich, die Haare sind lang, zerstreut, einige vor dem Ende sind sehr lang; Chitinstruktur: feine bedornte Höckerchen namentlich auf der oberen Hälfte des Segmentes. — Anus 0·18 *mm* lang, ringsum ein geschlossener Ring mit zweireihigen Drüsenöffnungen und ein Kranz kleiner Haare. — Genitalsegment ist im ganzen großen dreieckförmig, oben 0·28 *mm*, wellenförmig, vor dem Ende eingebogen, unten 0·12 *mm* und leicht ausgebogen, vorn 0·33 *mm*, in der Mitte nach vorn ausgebogen; das Ende kurzspitzig, scharf, nach oben gebogen. — Etwas mehr als das $^1/_4$ der unteren hinteren Fläche des Segmentes zerstreut behaart, die obersten Haare sind sehr lang; Chitinstruktur: feine bedornte Höckerchen. — Äußere Legescheiden sind nach hinten verschmälert und dortselbst abgerundet, fein geritzt, etwa das Ende des Analsegmentes erreichend. — Äußerer Legestachel ist geradeachsig, der Oberleistenteil schmal, fein karriert, der Unterleistenteil schwach geritzt, weich, das Endstück stark chitinisiert, scharfspitzig, oben gerade, am Ende mit zwei dreieckförmigen, scharfen Zähnen, deren vorderer groß und hinterer klein ist, unten lang, schräg von hinten nach vorn abgestutzt. — Innerer Legestachel ist lang messerförmig, hat stark chitinisierten Grat, stumpf abgestutztes Ende, eine Leiste am unteren Rande und einen winzigen Nabel. — Färbung: gelbgrünlich.

Körpergröße: 3 *mm*.

Nährenpflanze: unbekannt.

Lebensweise: die Imagines wurden anfangs Juni auf Flugsandhaiden von G. v. Horváth gefangen (Loew).

Larven sind unbekannt.

Vorkommen: nur einmal gefunden.

Geogr. Verbreitung: Hung., Duplaj im Temeser Komitat.

Bemerkung. — Diese Beschreibung wurde nach den Originaltypen Loew's, coll. k. k. Hofmuseum, leg. Hor-

váth, det. Loew (Type) angefertigt. — Dieselben stimmen mit der Originaldiagnose Loew's überein, sodaß über ihre Identität nicht gezweifelt werden kann. — Diese Art steht der *Tr. crithmi* sehr nahe und unterscheidet sich von derselben nur durch hellgelbes 3. Fühlerglied, durch mehr zugespitzten Vorderflügel, durch längeren *Rs*, und *M*1 + 2, durch breitere ♂ Kopulationszange, die gleichzeitig hinten innen eine nur sehr niedrige Lappenerweiterung hat; die ♀ Endsegmente sind fast gleich gebaut, auf die Färbung geben wir nicht, da beide Arten nur in heller Tracht bekannt sind und unausgefärbt sein können. — Hieher gehört verwandschaftlich auch *Tr. modesta* Foerster 1848.

Literatur und Synonymie.

versicolor Loew, Übersicht d. Psyll. v. Öst.-Ung., Verh. d. z. b. Ges., Wien, 1888.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
— Ošanin B., Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.

---

43. **Trioza crithmi** Loew 1879.
(Tab. 43.)

K o p f. — S c h e i t e l hinten 0·38 *mm* breit, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang, hinten fast gerade mit breit abgerundeten fast rechtwinkligen Vorderecken. — F ü h l e r 1 *mm* lang (die Länge der einzelnen Glieder beträgt in 0·00 *mm:* 5, 5, 22, 12, 12, 12, 12, 11, 6, 5), Sinnesorgane einfach, ganz wie bei *Tr. urticae* beschaffen; Fühlernäpfe groß, geräumig, vorn ein jeder mit einem langen Haare. — S t i r n k e g e l kurz, nur 0·13 *mm* lang, von breiter Basis rascher verschmälert, ziemlich nach unten geneigt, behaart. — F ä r b u n g: beim ♀ hellgrünlich, Scheitel bei den ♂ gelblich mit mehr oder weniger ausgebreiteter, verschwommener, unbegrenzter brauner Zeichnung, Stirnkegel beim ♀ gelblich, beim ♂ grünlich. — Fühler: die ersten zwei Glieder gelblich, das 3. distalwärts immer mehr gebräunt, die übrigen nachfolgenden schwarzbraun.

T h o r a x beim ♀ ist die Grundfarbe grünlich, beim ♂ gelblich, die Zeichnung vorhanden aber unregelmäßig, begrenzt oder auch verschwommen, rotbraun bis braun.

Vorderflügel ist 2·70 *mm* lang, 1·10 *mm* breit (diese größte Breite verläuft außerhalb der Mitte durch die Insertion des *Cu*2). — Das Flügelende verschmälert und abgerundet, der Flügelgipfel befindet sich etwas hinter der Insertion der *M*1 + 2; die vordere Hälfte des Flügelendbogens ist mehr gekrümmt als die hintere, die flacher erscheint. — Flügladern: der Vorderrand ist in der inneren Hälfte flacher als in der äußeren; *Rs* nur sehr schwach wellenförmig, endigt über der Bifurkation *M*1 + 2 — *M*3 + 4; *M* lang gebogen, *M*1 + 2, *M*3 + 4 kurz, nur leicht gebogen; *Cu* lang, leicht nach vorn ausgebogen; *Cu*1 kreisbogenförmig, *Cu*2 gerade, unter einem Winkel von cca. 80° zum Hinterrande verlaufend. — Färbung der Adern: gelblich. — Flügelmembran vollständig wasserhell und dornenfrei; Marginalgruppen wie bei *Tr. urticae*.

Hinterflügel am Ende breit abgerundet, mit bleichen Adern.

Beine gelblich, grünlich, die Schenkel und Schienen der Vorder- und Mittelbeine an der Hinterseite mit einem braunen Längsstriche, beide Tarsenglieder am Ende braun.

Abdomen entweder einfärbig grün oder gelb, oben mit bräunlichen Binden (♀) oder: unten gelb mit grünlichem Schimmer, oben bräunlichgelb mit braunen Binden an den Segmenträndern (♂).

♂ Körperende. — Genitalsegment 0·15 *mm* lang und ebenso hoch nach hinten und unten kreisbogenförmig, auf der Hinterhälfte spärlich, zerstreut behaart, hellgelb, unten bräunlich. — Kopulationszange 0·20 *mm* hoch, schmal (unten 0·04, in der oberen Hälfte 0·02 *mm*), von breiterer Basis nach oben allmählich verschmälert, vorn und hinten fast gerade, oben von hinten nach vorn abgerundet, vorn scharfspitzig ausgezogen, im ganzen sensenförmig, mit der Schärfe und Spitze nach vorn gerichtet. — Von oben erscheinen die Enden der Zangenäste als das Ende einer Sense von oben; der Grat ist etwas verdickt. — Von hinten ist der einzelne Ast in der unteren Hälfte am breitesten infolge einer hohen, breiten, lappenförmigen Erweiterung auf dem inneren Umriße, die wellenförmig begrenzt ist, die obere Hälfte ist schmal, fast drehrund allmählich gegen das Ende verschmä-

lert und zur Mittellinie geneigt; das Ende ist abgerundet. Der äußere Umriß ist ein gotischer Bogen, der innere einer geschlossenen Rose gleich. — Spärliche Behaarung, auf dem Lappen (bei der Ansicht von hinten) und auf dem inneren Umrisse sind mehrere lange Haare. — Schwarzbraune Farbe. — Analsegment von der Seite nur 0·12 *mm* hoch, vorn leicht ausgebogen, hinten in einen langen, allmählich sich verschmälernden, am Ende breit abgerundeten Lappen ausgezogen; die gesamte Breite ist 0·20 *mm*. — Mittellange, spärliche Behaarung auf der oberen Hälfte des Segmentes, hellgelbe Farbe. — Analring am Anfang angewachsen, nach hinten abgesetzt, frei, sich bedeutend verschmälernd, behaart.

♀ Körperende. — Analsegment von oben kurz, breit keilförmig, am Ende breit abgerundet, nicht von den Seiten abgestutzt, die Flanken kaum eingebogen. — Von der Seite ist der obere Umriß 0·40 *mm* lang, ziemlich und gleichmäßig ausgebogen, 0·15 *mm* breit; der Schnabel ist nicht abgesetzt, das Ende ist breit abgerundet, der untere Umriß leicht ausgebogen; die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert. — Behaarung ist zemlich spärlich: einige Haare unter dem Anus, einige längere und einige kürzere auf dem Ende, um den Anus ein Ring kleiner Haare. — Chitinstruktur: kleine, aber dennoch große bedornte Höckerchen namentlich auf dem hintersten Drittel. — Anus: 0·20 *mm* lang, ringsum ein geschlossener Ring mit zweireihigenDrüsenöffnungen. — Genitalsegment: von der Seite: oben wellig, vor dem Ende stärker eingebogen und 0·30 *mm*, unten fast gerade, vor dem Ende leicht ausgebogen und 0·20 *mm*, vorn ausgebogen und 0·40 *mm*; das Ende scharfspitzig, breit, nicht abgesetzt, nach oben gerichtet; fast die ganze Seitenfläche zerstreut behaart, die obersten Haare sind am längsten. — Äußere Legescheiden nach hinten verschmälert, am Ende abgerundet, fein geritzt, etwa das Ende des Analsegmentes erreichend. — Äußerer Legestachel ist geradeachsig, der Oberleistenteil ist fein karriert, der Unterleistenteil weich, leicht wellig geritzt, das Endstück stark chitinisert, scharfsptzig, unten lang schräg abgestutzt, oben mit zwei scharfen Zähnen, deren hinterer kleiner ist. — Innerer Legestachel ist lang messer-

förmig, hat stark chititnisierten Grat, stumpf abgestutztes Ende, eine Leiste am unteren Rande und einen winzigen Nabel. — Farbe der Endsegmente: gelbgrünlich.

Körpergröße: 3·20 *mm.*

Nährpflanze: Crithmum maritimum L.

Lebensweise: »Die Larven sitzen auf der Unter-, selten auf der Oberseite der Blätter und verwandeln sich vom Ende Juni an zu Imagines, welche überwintern.« (Loew.)

Larven sind bekannt und wurden von Scott 1882 beschrieben.

Vorkommen: spärlich.

Geographische Verbreitung: Gallia: Roscoff. — Britannia: Anstey's Cove, Portland. — Austria: Illyria, Triest.

Bemerkung: Diese Beschreibung wurde nach den Originaltypen Loew's coll. k. k. Hofmuseum, Roscoff, leg. Puton angefertigt; dieselben stimmen mit der Diagnose Loew's vollkommen überein; *Tr. crithmi* ist eine gute Art, die am nächsten der *Tr. curvatinervis* steht, von der sie sich durch kürzeres ♀ Analsegment, durch länger ausgezogenen Lappen des ♂ Analsegmentes und durch kürzeren *Rs* unterscheidet, nebst hellgrüner Farbe und kleinerer Körpergröße.

Literatur und Synonymie.

crithmi Loew F., Mitteilungen über Psylloden, Verh. d. z. bot. Ges., Wien, 1879.
— Loew F., Revision, ibidem, 1882.
— Loew F., Jugendstadien der Psylloden, ibidem, 1884.
— Loew F., Übersicht d. Psyll. v. Öst.-Ung., ibidem, 1888.
— Loew F., Katalog der pal. Psyll., Wiener ent. Zeitg., 1882.
— Scott J., Ent. Mont. Mag., 1882.
— Edwards, Hem. Hom. Brit. Isl., 1896. London.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
— Ošanin B., Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.

44. **Trioza trisignata** Loew 1886.
(Tab. 44.)

Kopf. — Scheitel hinten mäßig ausgeschnitten und 0·35 *mm* zwischen den Augen breit, die Hinterecken abgerundet, je ein Punktauge tragend, die Vorderecken breit abgerundet. — Fühler sind 1·13 *mm* lang (die Länge der einzelnen Glieder in 0·00 *mm* beträgt: 5, 5, 25, 12, 15, 10, 10, 15, 8, 8), die Sinnesorgane etwa wie bei *T. urticae* L. beschaffen. — Stirnkegel kurz, nur 0·11 *mm* lang, von breiter Basis rasch zugespitzt, mit parallel verlaufenden Achsen, also breit, niedrig, konisch, behaart. — Färbung: der Scheitel hell mergelgelb, mit verschwommener rotbrauner Zeichnung, Stirnkegel bleichmergelgelb, zuweilen fast weiß. — Fühler: blaß mergelbelg, nach der Spitze hin mehr oder minder gebräunt, auch die beiden Basalglieder zuweilen gebräunt; Glied 4—8 oder bloß das vierte sechste und achte Glied an der Spitze schwarz; die beiden Endglieder ganz schwarz und kaum merklich verdickt.

Thorax: blaß-mergelgelb, mit mehr oder minder dunkler rotbrauner Zeichnung.

Vorderflügel ist 3·50 *mm* lang, und an der breitesten Stelle 1·35 *mm* breit; der Vorderrand fast gleichmäßig gebogen, doch ist die innere Hälfte etwas flacher, das Flügelende zugespitzt, die vordere Hälfte ist mehr gekrümmt als die hintere, die bedeutend flacher erscheint, der Flügelgipfel befindet sich etwas hinter der Insertion von $M1 + 2$. — Flügeladern: *Rs* lang, wellenförmig geschwungen, er endigt gegenüber der Mitte des Randes *cell. M; M* lang, gleichmäßig gebogen, $M1 + 2$ länger als $M3 + 4$, beide gerade; *Cu* leicht gebogen *Cu*1 ist kreisbogenförmig, *Cu*2 gerade, fast unter einem rechten Winkel zum Hinterrande verlaufend. — Färbung der Adern: ist bleichgelb. — Flügelmembran ist wasserhell oder nur sehr leicht gelblich; im Bereiche der Marginaldornengruppen bräunlich; es sind keine Oberfläche- und Unterflächedornen vorhanden. — Marginaldornengruppen sind hoch dreieckförmig, bräunlich.

Hinterflügel gewöhnlich.

Beine blaß-mergelgelb, stellenweise mehr oder minder stark gebräunt.

Abdomen mergelgelb, oder grünlichmergelgelb, oder bloß die zwei letzten Segmente unten grünlich. Die Oberseite desselben auf allen oder bloß auf den mittleren Segmenten mit mehr oder weniger dunklen, braunen Binden, welche die Hinterränder schmal lassen; die Bauchplatten zuweilen an den Seiten gebräunt.

♂ Körperende. — Genitalsegment 0·25 *mm* hoch und 0·32 *mm* lang, nach hinten und unten bogenförmig abgegrentzt, zerstreut behaart, hell braungelblich. — Kopulationszange von der Seite gesehen: hoch, schlank, im ganzen gerade; 0·30 *mm* hoch, unten am breitesten, = 0·08 *mm*, nach oben allmählich verschmälert, vorn fast gerade, hinten leicht ausgebogen, oben am Gipfel ist das Ende verbreitet, nach oben abgestutzt und ausgebogen, nach vorn lang, dünn, spitzig ausgezogen und nach unten gebogen, hinten mit einem kurzen, spitzigen, aber deutlich abgesetzten Dorne endigend. -- Von oben: das Ende erscheint sichelförmig, vorn dünner und schmäler als hinten, mit der Konvexität nach innen gerichtet. — Von hinten: der einzelne Ast der Zange ist hoch, schmal dreieckförmig, das Ende oben erweitert, nach vorn dünn hornförmig ausgezogen und nach unten gekrümmt, oben bogenförmig, hinten kurz scharfspitzig: unten am Innenrande befindet sich ein schmaler, kaum die Hälfte der Höhe erreichender Lappen. — Genügend reiche, zerstreute Behaarung, die auf den Innenfläche bedeutender ist, braungelbe Farbe, das Ende ist braun. — Analsegment ist 0·25 *mm* hoch, vorn leicht ausgebogen, fast gerade, nach hinten in einen langen, allmählich sich verschmälernden, am Ende abgerundeten, nach hinten und oben gerichteten Lappen ausgezogen, im ganzen 0·33 *mm* lang. — Analring hinten abgesetzt, schmal. — Ziemlich reiche, lange Behaarung, namentlich auf der oberen Hälfte. — Braunhellgelbe Farbe.

♀ Körperende. — Analsegment von oben betrachtet: ist länglich keilförmig, allmählich dünn ausgezogen; auf den trockenen Exemplaren erscheint das Analsegment schmäler als das unterliegende Genitalsegment. — Von der Seite auf den in KOH ausgekochten Präparate ist er 9·70 *mm* lang, unter dem Anus ausgebogen, dann länglich eingebogen, am Ende abgerundet, mit glattem Kiel, der Schnabel lang, all-

mählich ausgezogen, ein wenig nach oben gekrümmt, beinahe die Hälfte der Länge des ganzen Analsegmentes einnehmend; die Breite des Basalteiles ist 0·20 *mm*; die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert. — Lange zerstreute Haare bedecken die ganze Basalhälfte, einige längere und einige kürzere Haare am und unter dem Schnabelgrate einige kurze, scharfe, unten hart am Ende. — Farbe grünlich, mergelgelb, oder verschieden stark gebräunt. — Anus ist 0·15 *mm* lang, ringsum ein elliptischer geschlossener Ring mit zweireihigen Drüsenöffnungen. — Genitalsegment ist länglich dreieckförmig, oben 0·50 *mm*, leicht wellenförmig, teilweise das Analsegment umgreifend, vorn 0·30 *mm*, fast gerade, unten 0·50 *mm*, fast gerade, vor dem Anfang leicht eingebogen, das Ende allmählich ausgezogen, spitzig, nicht schnabelförmig abgesetzt; die untere Endhälfte und etwa das mittlere Drittel der Seitenfläche in der Richtung nach oben und vorn zerstreut, mittellang behaart; es sind keine Dornen vorhanden. — Blaß mergelgelb oder grünlich. — Äußere Legescheiden erreichen etwa das Ende des Genitalsegmentes und sind hinten abgerundet. — Äußerer Legestachel ist gerade, Leiste mit Leistche gerade, der Oberleistenteil leicht fein karriert, der Unterleistenteil weich, leicht geritzt ohne Dornen, das Endstück gerade, schmal, chitinisiert, am Ende spitzig, oben mit zwei scharfen, glatten Zähnen. — Innerer Legestachel ist im Endteil schmal, lang, dreieckförmig, am Ende abgestutzt abgerundet, unten mit schmaler Leiste, ein kleiner Nabel.

Körpergröße ist 4 *mm*.

Nährpflanze: die Imagines wurden auf Rubus-Arten gefunden.

Lebensweise und Larven unbekannt.

Vorkommen: spärlich.

Geographische Verbreitung: Tirolis meridionalis, Dalmatia, Gallia meridionalis.

Bemerkung. — Diese Beschreibung wurde nach den Exemplaren, die sich in der coll. k. k. Hofmuseum in Wien befinden, signiert: Torbole, det. Loew Type angefertigt; sie entsprechen vollkommen der Beschreibung Loew's und sind sämtlich einheitlicher Art.

Literatur und Synonymie.

tripunctata Loew, Beiträge z. Kenntnis d. Psylloden, Verh. d. z. b. Ges., Wien, 1877.
— idem, Katalog, Wiener ent. Ztg., 1882.
trisignata n. n. Loew, Neue Beitrge, Verh. Wien, 1886.
— idem, Übersicht d. Psyll. v. Öst. Ungarn, ibidem 1888.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
— Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.

---

45. **Trioza Reuteri** n. sp. Šulc 1913.
(Tab. 45.)

K o p f. — S c h e i t e l hinten mäßig ausgeschnitten und 0·35 *mm* breit, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang; Hinterecken abgestutzt, je ein Punktauge tragend, die Vorderecken breit abgerundet. — F ü h l e r 0·90 *mm* lang (die Länge der einzelnen Gieder beträgt der Reihe nach in 0·00 *mm:* 5, 5, 20, 10, 10, 10, 10, 10, 5, 6), das 4. und 6. Glied ist am Ende nicht angeschwollen. — S t i r n k e g e l 0·15 *mm* lang, von breiter Basis allmählich ausgezogen und verschmälert, parallel verlaufend, mit den abgerundeten Spitzen etwas divergierend, behaart. — F ä r b u n g: der ganze Kopf samt den Stirnkegeln, die am Ende heller sein können, vollständig tiefschwarz, die Fühler haben die ersten zwei Glieder braunschwarz, das 2.—7. Glied weiß (es kann auch das Ende des 5. und des 6. Gliedes hell gelbbraun sein), das 8. in der proximalen Hälfte gelbbraun, in der distalen schwarz, die zwei letzten pechschwarz.

T h o r a x: Schild des Pro- und Mesothorax vollständig zusammenfließend, schwarz, der letztere nur an den Seitenecken rötlich, Metathorax rotbraun.

V o r d e r f l ü g e l ist 2·70 *mm* lang, die größte Breite am Anfang des äußeren Drittels beträgt 1·15 *mm;* das Flügelende stumpf zugespitzt, der abgerundete Flügelgipfel liegt etwas hinter der Einmündung der $M1 + 2$; die äußere Hälfte des vorderen Flügelrandes bedeutend mehr gekrümmt als die innere, die vordere Hälfte des Flügelendbogens bedeutend mehr gekrümmt als die hintere. — A d e r n: *Rs* lang, wellenförmig, er endigt über der Hälfte der $M1 + 2$, in seinem mittleren Drittel stark nach

vorn ausgebogen; *M* lang, leicht gebogen; *M*1 + 2 gerade, etwas länger als die gleichfalls gerade *M*3 + 4; *Cu*1 verläuft zum Hinterrande unter einem scharfen Winkel, *Cu*2 fast kreisbogenförmig. — Färbung der Adern: alle Adern gelblich oder hellgelbbraun, die Rippen sind nicht besonders gebräunt, *A*2 ohne Makel. — Flügelmembran ist vollständig wasserhell oder nur sehr leicht gelblich angehaucht. — Dornen: Oberflächedornen bedecken alle Felder, indem sie den Adern entlang dornenlose Streifen freilassen; die Dornenfelder sind vollständig entwickelt, nirgends abortiv, in den *cell. M*1 + 2, *M* und *Cu*1 sind sie gegen die Mitte des Randes verschmälert; die Dornen stehen in unregelmäßigen Quadraten auf 0·01—2 *mm* voneinander. Marginaldornengruppen etwa wie bei *Tr. urticae* L. beschaffen.

Hinterflügel in der Mitte am breitesten, gegen das breit abgerundete Ende allmählich verschmälert, die Adern bleich, Anfang von *A* schwarzbraun.

Beine gelbbraun, die Schenkel meist schwarzbraun.

Abdomen: gelbbraun, rötlich braun, die Verbindungsmembran ist heller gelblich, rotgelb.

♂ Körperende. — Genitalsegment von der Seite gesehen 0·20 *mm* lang und 0·16 *mm* hoch, nach hinten und unten kreisbogenförmig begrenzt, zerstreut behaart, schwarzbraun. — Kopulationszange von der Seite: 0·18 *mm* hoch, fast gerade, im ganzen länglich viereckförmig, unten 0·06 *mm* breit, oben etwas schmäler, d. i. 0·04 *mm*, hinten fast gerade, vorn in der Mitte leicht eingebogen, oben von hinten nach vorn und oben scharf zugespitzt, vorn vor der Spitze kreisbogenförmig ausgehöhlt. — Von hinten: erscheint die geschlossene Zange lyraförmig, der einzelne Ast ist unten am breitesten, dann neigt er sich etwas nach innen, wird gegen das Ende zu allmählich schmäler und endigt mit einer kräftigen, breiten, stark gekrümmten sichelförmigen, nach außen und vorn gerichteten Zacke, die auch hinten oben scharf (und fast rechtwinklig) endigt; unten innen eine niedrige ($^1/_3$ d. Höhe), schmale, lappenförmige Erweiterung. — Von oben erscheinen die Zacken im Umrisse tränenförmig mit dem breiten Ende nach vorn gerichtet, was als Wirkung der Perspektive zu deuten ist, mit dem verschmälerten, spitzigen

nach hinten (=hintere scharfe, rechtwinklige Ecke bei der Ansicht von hinten); die vordere Spitze kommt nicht zur Sicht, nur ein gewisser Teil von Krümmung der Zacke. — Ziemlich lange, zerstreute Behaarung, namentlich ist die nach hinten und innen gerichtetes Fläche dicht, lang behaart. Gelbbraune Farbe, die Zacke ist tiefbraun, stark glänzend. — Analsegment von der Seite vorn 0·15 *mm* hoch, nach hinten in einen allmählich sich zipfelförmig verschmälernden Lappen ausgezogen; die gesamte Breite 0·25 *mm;* zerstreute, mittellange Behaarung; gelbbraune Färbung. — Analring vorn angelötet, hinten abgesetzt, sich etwas verschmälernd, oben gerade.

♀ Körperende. — Analsegment von oben: an der Basis breit, hinter der Mitte etwas von den Seiten eingebogen, das Ende von den Seiten abgestutzt und hart terminal zugespitzt abgerundet. — Von der Seite an den Präparaten ist es oben 0·40 *mm* lang und im ganzen 0·15 *mm* breit; der obere Umriß ist leicht ausgebogen, der Schnabel breit, kurz, nicht abgesetzt am Ende abgerundet, unten leicht wöllenförmig, die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert; spärliche Behaarung des Basalteiles, einige längere Haare am Schnabel; es kommen keine Dornen vor; Chitinstruktur fein spitzhöckerig; schwarzbraun. Anus 0·20 *mm* lang, also lang und sehr geräumig, ringsum ein geschlossener Ring mit zweireihigen Drüsenöffnungen und ein Kranz kleiner Haare. — Genitalsegment ist im allgemeinen sehr klein; hinten oben leicht wellenförmig und 0·20 *mm* lang, unten nur 0·12 *mm* lang und im ganzen leicht ausgebogen, vorn oben nur 0·06 *mm* und vorn unten 0·20 *mm* lang. Der Schnabel nicht abgesetzt, das Ende kurz, scharfspitztig und nach oben gerichtet; spärliche, lange Haare, die in etwa zwei mit dem Oberrande parallel verlaufenden Reihen stehen, die oberste Reihe am längsten; Chitinstruktur fein spitzhöckerig, es sind keine Dornen vorhanden. — Äußere Legescheiden sind hinten abgerundet, kurz. — Äußerer Legestachel ist im Oberleistenteile fein karriert, im Unterleistenteile fein geritzt, mit Leiste und Leistchen, das Endstück ist gerade, stark, chitinisiert, oben am Ende, das scharf spitzig ist, mit zwei scharfwinkligen Zähnen. — Innerer Legesta-

chel hat ein langes, messerförmiges Endstück, das am Ende abgestutzt ist, unten eine Leiste und einen winzigen Nabel führt.

Körpergröße 3·20 *mm,* gemessen bis zu Ende der geschlossenen Flügel.

Nährpflanze, Lebensweise und Larven sind bisnun vollständig unbekannt.

Vorkommen: nur aus Finland bekannt.

Geographische Verbreitung: Finnland: Kyrkslätt, Pargas, leg. Reuter, coll. Reuter, Materialen Musei Universitatis Helsingfors. Ich habe diese gut charakterisierbare *Trioza* in den Materialien des Universitätsmuseums in Helsingfors die mir zur Bearbeitung anvertraut wurden, in einigen ♀ und ♂ Exemplaren vorgefunden und benenne sie zu Ehren des Herrn prof. M. O. Reuter in Helsingfors als *Tr. Reuteri mihi.* — Sie ist mit der eben folgenden von mir beschriebenen *Tr. bohemica,* mit welcher sie wahrscheinlich gemeinschaftlich vorkommt, sehr verwandt und durch das ♂ Zangenende (nebst großen Verschiedenheiten in der Struktur der Flügel, ♀ Körperende und Färbung) sofort erkennbar.

---

46. **Trioza bohemica** n. sp. Šulc 1913.
(Tab. 46).

Kopf. — Scheitel hinten mäßig ausgeschnitten und 0·35 *mm* breit, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang; die Hinterecken abgestutzt, je ein Punktauge tragend, die Vorderecken breit abgerundet. — Fühler 0·90 *mm* lang (die Länge der einzelnen Glieder beträgt der Reihe nach in 0·00 *mm:* 5, 5, 20, 10, 10, 10, 10, 10, 5, 6), das 4. und 6. Glied ist am Ende nicht angeschwollen. — Stirnkegel 0·15 *mm* lang, von breiter Basis allmählich ausgezogen und verschmälert, parallel verlaufend, mit den abgerundeten Spitzen etwas divergierend, behaart. — Färbung: der Scheitel ist gelbrot gesäumt, in der Mitte breit schwarzbraun gezeichnet, die Fühlernäpfe schwarz, die Fühler haben das 1. und 2. Glied braunschwarz, das 3.—7. weiß, das 8. in der proximalen Hälfte gelbbräun-

lich, in der distalen schwarz, die zwei letzten Glieder sind vollständig schwarz.

Thorax ist rotbraun in der Grundfarbe, breit, begrenzt und zusammenfließend schwarzbraun gezeichnet.

Vorderflügel ist 2·60 *mm* lang, 1 *mm* die größte Breite am Anfang des äußeren Drittels. — Das Flügelende winklig zugespitzt, der abgerundete Flügelgipfel liegt etwas hinter der Einmündung der $M1 + 2$; der Vorderrand ist in der inneren Hälfte weniger, in der äußeren etwas mehr gekrümmt; die vordere Flügelendbogenhälfte mehr gekrümmt als die hintere. — Adern: *Rs* lang, er endigt über der Hälfte der $M1 + 2$, wellenförmig, in seinem mittleren Drittel stark nach vorn ausgebogen; *M* lang, leicht gebogen; $M1 + 2$ gerade, etwas länger als die gleichfalls gerade $M3 + 4$; *Cu*1 verläuft zum Hinterrande fast unter einem rechten Winkel, *Cu*2 kreisbogenförmig. — Färbung der Adern gelbbraun, in der inneren Hälfte des Flügels mehr gebräunt, namentlich die Aderrippen sind hier deutlich braun; das zweite $^1/_4$ (von innen) der *A*2 schwarzbraun (erscheint also als eine Makel), das Ende von *A*2 leicht gebräunt. — Flügelmembran ist leicht gelblich bis deutlich gelb tingiert. — Dornen: Oberflächedornen sind in allen Feldern vorhanden, jedoch in *cell.* $C + Sc$ und *R*1 sind sie sehr klein, abortiv, nur proximal erhalten, in den übrigen füllen sie die Felder ganz aus, gleichmäßige dornenlose Streifen den Adern entlang freilassend, in den *cell.* $M1 + 2$, *M* und *Cu*2 sind sie gegen die Mitte des Randes verschmälert; die Dornen stehen in unregelmäßigen Quadraten auf 0·01—2 *mm* voneinander. — Marginaldornengruppen etwa wie bei *Tr. urticae L.* beschaffen.

Hinterflügel: in der Mitte am breitesten, gegen das breit abgerundete Ende allmählich verschmälert, die Adern bleich, die $C + Sc$ braun, der Anfang von *A* schwarzbraun.

Beine gelbbraun, die Schenkel teilweise schwarzbraun.

♂ Körperende. — Genitalsegment von der Seite gesehen 0·15 *mm* hoch und 0·18 *mm* lang, nach unten und hinten flach bogenförmig begrenzt, gelbbraun, zerstreut

behaart. — Kopulationszange von der Seite gesehen gerade, 0·17 *mm* hoch, in den zwei unteren Dritteln 0·04 *mm* breit; hinten und vorn in den zwei unteren Dritteln fast gerade, im obersten Drittel von vorn nach hinten allmählich verschmälert, am Ende von hinten nach vorn abgerundet und kurz, hakenförmig spitzig. — Von hinten: die geschlossene Zange erscheint lyraförmig im äußeren Umrisse; der einzelne Ast in den zwei unteren Dritteln sehr breit infolge der lappenförmigen Erweiterung des Innenrandes, der wellig verläuft; die obere (innere) Ecke des Lappens ist fast rechtwinklig und abgerundet (bei starker Rotierung der Zange nach innen kommt öfters diese bei der Ansicht von der Seite als Vorsprung am vorderen Umrisse der Zange zum Vorschein); das oberste Drittel der Zangenäste ist recht schmal, etwas nach vorn und außen gekrümmt, am Ende von innen nach außen unten kurz abgerundet, kurz scharfspitzig. — Von oben (und etwas von vorn) erscheint das Ende des Zangenastes nach oben abgerundet, nach außen rasch verschmälert und kurz spitzig. — Zerstreute Behaarung, die namentlich an der inneren hinteren Fläche dicht und lang ist. — Gelbbraune Farbe, die Endzacke glänzend und dunkler. — Analsegment von der Seite vorn 0·15 *mm* hoch, im ganzen 0·23 *mm* breit, nach hinten und oben in einen langen, sich allmählich verschmälernden Lappen ausgezogen; zerstreute Behaarung, gelbbräunliche, bräunliche Farbe. — Analring vorn angelötet, nach hinten abgesetzt, frei und etwas verschmälert.

♀ Körperende. — Analsegment von oben an der Basis breit, dann kurz keilförmig, hinter der Mitte etwas von den Seiten eingebogen, das Ende von den Seiten verschmälert und hart an der Spitze kurz ausgezogen. — Von der Seite oben 0·45 *mm* lang und 0·15 *mm* breit, der obere Umriß ist unter dem Anus leicht eingebogen, dann über dem breiten, kurzen, nicht abgesetzten Schnabel ausgebogen, die Spitze kurz ausgezogen, der untere Umriß leicht wellenförmig; die Partie um die vordere Hälfte des Anus ist nicht genügend chitinisiert. — Haare: zerstreute Behaarung des Basalteiles, einige längere (3—4) und einige kürzere Haare auf dem Schnabel, einige kürzere Haare auf dem Schnabelende.

— Es sind keine Dornen vorhanden, Chitinstruktur ist fein spitzhöckerig. — Schwarzbraun. — Anus ist 0·18 *mm* lang, ringsum ist ein geschlossener Ring mit zweireihigen Drüsenöffnungen. — Genitalsegment von der Seite fast dreieckförmig, hinten oben leicht wellenförmig und 0·35 *mm* lang, unten leicht ausgebogen (am Anfang kaum merklich eingebogen) und 0·12 *mm* lang, vorn, nach vorn ausgebogen und 0·28 *mm* lang; das Ende scharfwinklig ausgezogen; ziemlich reiche, lange zerstreute Behaarung der ganzen Seitenfläche, die obersten Haare sind etwas länger; es sind keine Dornen vorhanden; Chitinstruktur fein spitzhöckerig. — Schwarzbraun. — Äußere Legescheiden sind nach hinten abgerundet, kurz, sie erreichen kaum das Ende des Genitalsegmentes. — Äußerer Legestachel ist im Oberleistenteile fein karriert, im Unterleistenteile fein geritzt, das Endstück ist gerade, stark chitinisiert, unten gerade, oben mit zwei scharfen, scharfwinkligen Zähnen, das Ende scharf spitzig. — Innerer Legestachel hat ein langes, messerförmiges Ende, abgestutzte Spitze, unten eine Leiste und einen winzigen Nabel.

Körpergröße beträgt 3·10 *mm* gemessen bis zum Ende der geschlossenen Flügel.

Nährpflanze, Lebensweise und Larven sind bis jetzt unbekannt.

Vorkommen: spärlicher.

Geographische Verbreitung: Böhmen, coll. Duda, Museum Regni Bohemiae, Kysibl 20. VII. auf Populus tremula gefunden (überflogen), ein ♂ von Duda verkannt und als *Tr. striola* determiniert; wahrscheinlich auf der Weide lebend. — Coll. Musei Universitatis Helsingfors, coll. Reuter, leg. Reuter, in Materialien, die mir gütigst zur Bearbeitung übergeben wurden; einige ♀ und ♂, Pargas und Kyrkslätt, Finnland.

Bemerkung. — Diese gut charakterisierbare Art ist den *Tr. acutipennis*, von der sie sich durch nicht verdicktes 4. und 6. Fühlerglied (nebst anderen Merkmalen) sofort unterscheidet, dann *Tr. Saundersi*, die wieder ein ganz anders geformtes Zangenende (dreizackiges) hat und *Tr. Reuteri* mihi von der sie auch meist durch anders geformte Zange (bei

Reuteri niedriger Lappen am Innenrande und starke sichelförmige Zangenendzacke) uterschieden werden kann — am nächsten stehend. — Alle vier aufgezählten Arten haben nebstdem ein verschiedenartig geformtes ♀ Körperende und verschiedenartig bedornte und gefärbte Vorderflügel.

Literatur und Synonymie.

— Duda, Catalogus, Prag 1892.

---

47. **Trioza galii** Foerster-Flor.
(Tab. 47, 48.)

Die Beschreibung von *Tr. gallii* F.-Fl. in der vorliegenden Monographie wurde wie an der zitierten Stelle angegeben wurde, nach den Typen *Tr. galii,* det. Ddua, coll. Museum Regni Bohemiae angefertigt; diese Typen haben eben einen Wert von sogenannten Cotypen, da die Sammlung Duda's, wie ich persönlich vom verstorbenen Duda erfahren, von Loew determiniert oder revidiert wurde.

Nachdem ich erst jetzt sämtliche recht zahlreiche Exemplare der Loew'schen Sammlung des k. k. Hofmuseums in Wien von *Tr. galii* Foerster und *velutina* Foerser durchstudieren konnte, hat sich erwiesen, daß beide Arten doch eine und dieselbe, obzwar sehr variierende und formenreiche Spezies sind, trotz den Anschauungen Loew's, der ihre artliche Verschiedenheit besonders hervorhebt, und trotz den ausführlichen Diagnosen von Foester, Flor, Edwařds und meiner, da ich auch anfangs der Meinung war, daß wir es hier mit zwei verschiedenen Arten zu tun haben.

Um allen Nachfolgern die Unsicherheiten zu ersparen, werde ich die Beschreibung der Originaltypen: *galii* Aachen, Germania, det. Foerster Type aus der k. k. Hofmuseumssammlung vorausschicken; ich bezeichne sie als *forma typica* und werde nachher alle ihre als variierend beobachteten Merkmale in Formenkreisen gruppiert mit Differentialdiagnosen anführen.

Trioza galii Foerster 1848 (Type). (Tab. 47, Fig. 1—6.) Kopf. — Scheitel ist hinten mäßig ausgeschnitten,

0·30 *mm* breit, 0·20 *mm* in der Mittellinie lang, die Hinterecken abgerundet, je ein Punktauge tragend, die Vorderecken breit abgerundet. — Fühler 0·93 *mm* lang, die Länge der einzelnen Glieder beträgt der Reihe nach in 0·00 *mm:* 5, 5, 25, 8, 8, 10, 12, 10, 5, 5; die Sinnesgruben kreisrund, klein, ihre Zahl und Lage wie bei *Tr. urticae L.* — Stirnkegel: 0·11 *mm* lang, von breiter Basis ziemlich rasch zugespitzt, die Spitze ziemlich scharf — aber auch abgerundet — parallel verlaufend, kaum divergierend, behaart. — Färbung: Kopf, Scheitel und Stirnkegel ganz schwarz, die ersten zwei Glieder der Fühler sind braunschwarz, das 3. Glied und eventuell auch die Basis des vierten sind gelblichweiß, die Glieder 4—10 sind schwarz.

Thorax ist oben schwarz.

Vorderflügel ist 2·10 *mm* lang, 0·90 *mm* ist die größte Breite etwa in der Mitte der *cell. Cu*1; Flügelende ist ziemlich stumpf, die Spitze ist stumpf abgerundet, der Flügelgipfel liegt etwas hinter der Insertion $M1 + 2$; die vordere Hälfte des Flügelendes ist bedeutend mehr gekrümmt als die hintere. — Adern: $C + Sc$ ist samt $R1$ ziemlich flach gebogen, Rs ist kurz, stark nach hinten gebogen, in der äußeren Hälfte flacher, er endigt über der Insertion $Cu1$; M lang gleichmäßig, leicht gebogen, $M1 + 2$, $M3 + 4$ kurz, gerade, $Cu1$ kreisbogenförmig, $Cu2$ gerade, kurz, zum Hinterrande unter einem scharfen Winkel von etwa 75° verlaufend. — Farbe: bleich. — Membran ist vollständig wasserhell, auch bei den gut ausgefärbten Individuen. — Membrandornen: Oberfläche- und Unterflächedornen fehlen vollständig. — Marginaldornengruppen sind hoch und schmal, etwa wie bei *Tr. urticae* L. beschaffen.

Hinterflügel in der Form, Nervatur etwa wie bei *Tr. urticae* beschafffen.

Beine: schwarz, Schienen und Tarsen gelblichweiß; die vorderen Schenkel mit bräunlicher Spitze, selten auch die Hinterschenkel an der Spitze heller, braun; die vorderen Schienen an der Basis leicht gebräunt, die Hinterschienen an der Basis schwarzbraun.

♂ Körperende. — Genitalsegment ist von der Seite 0·12 *mm* hoch und 0·16 *mm* lang, und zwar in dem

vorderen Drittel nach hinten allmählich verschmälert, unten flach bogenförmig, oben vor dem Ansazte der Zange durch seichte Furchen etwas eingeschnürt; an dem Ansatze des Analsegmentes nicht besonders vorgewölbt; zerstreut behaart, schwarzbraune Farbe. — Kopulationszange von der Seite gesehen schuppenförmig, 0·12 *mm* hoch, 0·06 *mm* breit, fast gerade vorn, und hinten mäßig konvex, oben von vorn nach hinten abgerundet, ud in einen 0·035 *mm* langen Fortsatz ausgezogen, der nach hinten und oben gerichte ist; sein Ende ist bogenförmig abgestutzt, vorn und hinten scharf kurzspitzig, im ganzen nur 0·025 *mm* breit. — Von oben: der breite Schuppenteil verschmälert sich rasch in den Fortsatz, der nach oben und hinten gerichtet ist, am Ende bogenförmig abgestutzt und hier beiderseits kurz scharfspitzig ist; je nach der Krümmung der Zange kann er mehr oder weniger breit sein und am Ende sogar als vollkommen abgerundet erscheinen. — Von hinten sehen die Zangenäste gerade aus, obzwar der obere Teil (der Fortsatz) in Wirklichkeit nach hinten gerichtet ist, unten am breitesten, nach oben allmählich verschmälert; das Ende ist oben abgestutzt, hinten fast rechtwinklig zugespitzt, innen vorn mit zwei kurzen spitzigen Zähnen; die Lage derselben ist am besten an der Ansicht von innen zu sehe, die auch auf der zugehörigen Tafel reproduziert ist: hier ist das Zangenende oben abgerundet abgestutzt, vorn und hinten in eine kurze Spitze endigend, unter der vorderen Spitze ist am vorderen Rande des Fortsatzes noch ein kleiner spitziger Zahn cf. (die Abbildung); der äußere Umriß der gecchlossenen Zange ist ein, sich nach oben verschmälerndes und oben abgestutztes 0, der innere etwa umgekehrt schmal lyraförmig. — Zerstreute Behaarung, die am hinteren Rande länger als anderswo ist, schwarzbraune Farbe. — Analsegment von der Seiten 0·20 *mm* hoch und 0·11 *mm* breit, hinten etwas verbreitet und breit abgerundet, gegen das Ende allmählich verschmälert, zerstreut, länger behaart, die Haare am Hinterrande sind bedeutend länger. — Analring nicht (deutlich) abgesetzt.

♀ Körperende. — Analsegment von oben gesehen breit, kurz, keilförmig, rasch nach hinten verschmälert,

am Ende kurz abgestutzt, die Spitze abgerundet. Von der Seite (auf den Präparaten) ganz so, wie wir es für *Tr. galii* Foerster-Flor in vorliegenden Monographie (cf. No. 5) beschrieben haben, aussehend.

Wenn wir jetzt meine Diagnose von *Tr. galii* (diese Monographie Nr. 5., 1910) mit der angeführten Beschreibung nach der *galii* Foerster Type vergleichen, so sind sogleich große Unterschiede wahrnehmbar, die sicher bedeutenden spezifischen Wert hätten, wenn sie konstant wären; ich will die am meisten in's Auge stechenden nach dem Vorbilde meiner Vorgänger vergleichend in zwei Spalten nebeneinander aufstellen:

galii Šulc 1910 = *velutina* Foerster-Flor.	*galii* Foerster (Type) def. em.
S c h e i t e l: bei beiden Formen gleich.	
F ü h l e r: 0·70 *mm* lang, bei beiden Formen gleich gefärbt.	0·93 *mm* lang.
S t i r n k e g e l sehr kurz, 0·09 *mm*, rasch verschmälert zugespitzt, oder auch sehr stumpf, am Ende abgerundet, öfters an den Außenseiten fast höckerig vorspringend.	0·11 *mm* lang, zugespitzt oder am Ende abgerundet, 2·10 *mm* lang und 0·90 *mm* breit.
V o r d e r f l ü g e l: 1·75 *mm* lang und 0·75 *mm* breit.	2·10 *mm* lang und 0·90 *mm* breit.
Flügeelnde zugespitzt, der ganze Vorderrand gleichmäßig gebogen; der Hinterrand des Flügels fast gleichmäßig flach.	Flügelende sehr stumpf, der Vorderrand (von der Flügelwurzel bis zur Spitze betrachtet) in der äußeren Hälfte bedeutend mehr ausgebogen als in der inneren, die ziemlich flach erscheint. Die äußere Hälfte des Hinterrandes deutlich gebogen.
Flügelmembran wasserhell oder mit gelben Anfluge bis deutlich gelb, mit Oberflächedornen in allen Feldern.	Flügelmembran wasser-

hell, dornenfrei, nur am Anfang von $A2$ einige Oberflächedornen.

♂ Körperende: Ist bei beiden Formen fast gleich gebaut.

♂ Genitalsegment unter dem Analsegment Ansatze vorgewölbt.	♂ Genitalsegment vor den Ansatze der Zange eingedrückt.

Zange ist bei beiden Formen ganz gleich gebaut, sie ist aber infolge Trockenwerdens verschiedenartig gekrümmt, sodaß wir namentlich bei der Ansicht von oben sehr verschiedenartige Bilder bekommen; die Bilder bei der Ansicht von der Seite und von hinten sind fast immer dieselben; durch Kombination aller meiner Abbildungen wird die tatsächliche Form der Zange klar hervortreten (cf. Tab. 47, Fig. 4—8 und Tab. 5, Fig 3—6).

Analsegment ist bei beiden Formen gleich gebaut; ich gebe in der Abbildung Nr. 9, Tab 47, seine wirkliche Form nach einem im KOH ausgekochten Präparate wieder; er pflegt auf den trockenen Exemplaren hinten, oben oder unten nach innen eingebogen zu sein, sodaß er dann hinten mäßig erweitert und entweder nach oben oder nach unten verschmälert erscheint.

♀ Genitalsegment ist bei beiden Formen in allen Einzelheiten ganz gleich gebaut.

Wie ich schon eingangs bemerkt habe, sind die eben angeführten differenzialdiagnostischen Zeichen ziemlich bedeutend und haben Foerster völlig berechtigt, die Form *galii* Šulc 1910 als *velutina* zu beschreiben, zu benennen und zu unterscheiden; als ich aber eingehend des reiche Material des k. k. Hofmuseums, die Exemplare Duda's und meine eigenen durchstudiert habe, hat sich ergeben, daß zwischen allen angeführten Extremen reichliche Uebergänge bestehen, durch welche sie ungezwungen verbunden werden.

So fand ich alle möglichen Fühlerlängen zwischen 0·70 und 0·90 *mm*.

Die Stirnkegel (cf. Tfl.) variiren bedeutend in der Länge

(vom 0·09 bis 0·18 *mm*) und in der Form; sie können lang, allmählich ausgezogen und zugespitzt sein, aber wir begegnen auch Formen, die dieselben kurz, zugespitzt oder abgerundet haben, ja manche Exemplare haben an der Außenseite einen fast höckerigen Vorsprung; einzelne Stirnkegelformen sind nicht an eine bestimmte Form der Flügel gebunden.

Die in extremen Fällen so verschiedenartige Flügelform wird durch unzählige Zwischenformem verbunden, wie zur Genüge auf den beigefügten Abbildungen (Tab. 48., Fig. 1.-12.) dargestellt wird; der Vorderrand wird in seiner Außenhälfte immer flacher, bis er mit der Innenhälfte in gleicher Biegungsmaß gelangt; das Flügelende wird immer spitziger und der Hinterrand flacher; desgleichen finden wir Formen mit durchsichtiger Membran und stumpfem Flügende, die vollständig dornenfrei sind (bis auf die spärlichen Dornen am Anfang 42) und Stücke, die bei gleicher Form des Flügels in allen Feldern vollständig bedornt sind, nebst solchen, in welchen die Dornen in einzelnen Zellen allmählich verschwinden. — Ebenso sind auch die meist kurzen, spitzendi4enden Flügel entweder dornenfrei (dann pflegen sie durchsichtige wasserhelle Membran zu haben) oder vollständig bedornt (und dann pflegen sie weingelb oder auch gelb zu sein).

Der einzige Unterschied in den Genital-Partien ist die Vorwölbung unter dem Analsegmentansatze *galii* Šulc 1910, aber auch dieser fehlt öfters und wir erklären ihn durch die variirende Lage (kann nach vorn rücken) der Einschnürungen vor dem Zangenansatze bei *galii* Foerster-Type, (cf. Tafel 5, Fig. 3 und Tafel 47, Fig. 4 u. 8).

Es wird eine Aufgabe späterer Forschungen und Beobachtungen sein die Grenzen der einzelnen variierenden Zeichen und ihre Beziehungen zu einander morphologisch u. statistisch näher festzustellen; um einigermaßen eine Uebersichtlichkeit zu gewinnen, teile ich hiemit die Art vorläufig nach den Vorderflügelmerkmalen in vier folgenre Formen:

1. *galii*, **forma typica,** (*galii* det. Foerster, Type) entspricht der typischen *galii* Foerster, (und wurde in diesem Artikel näher definiert): die äußere Vordeeflügelhälfte ist bedeutend mehr gekrümmt als die innere; das Flügelnde

stumpf; äußer der kleinen Dornengruppe am Anfange von A2 keine Ober- und Unterflächedornen; Membran wasserhell.

2. **f. spinogalii** *f. n.:* der Vorderflügel wie bei der vorgehenden geformt, aber in allen Feldern sind Oberflächedornen, die den Adern entlang dornenlose Streifen freilassen; Membran wasserhell.

3. **f. velutina** =, *velutina* Foerster (Type): der Vorderflügel hat den Vorderrand gleichmäßig außen und innen gebogen, den Hinterrand sehr flach, gleichmäßig gebogen, das Flügelende scharfwinklig, Oberflächedornen bedecken alle Felder, den Adern entlang dornenlose Streifen freilassend; Membran meist weingelb, aber auch bis ausgesprochen gelb tingiert; Länge 1·90 *mm*, Breite 0·90 *mm*; dieser Form entsprechen meine Beschreibung und Abbildungen von *Tr. galii* 1910 (cf. diese Monographie); kleiner.

4. **f. aspinovelutina** *f. n.* Vorderflügel wie bei *velutina*, aber es fehlen die Oberflächedornen bis auf die kleine Gruppe am Anfang von A 2 vollständig; Flügelmembran meist wasserhell; kleiner; sie dürfte wahrscheinlich der *var. thoracica* Flor 1861 entsprechen; es sind jedoch von dieser keine Typen mehr vorhanden, sodaß der Hauptunterschied, die Oberflächebedornung nicht festgestellt werden kann; die Unterschiede in der Färbung, die Flor angibt, sind nicht haltbar, da sie nur den Grad der Ausfärbung vorstellen.

Zwischen diesen enger begrenzten Formen fand ich alle möglichen Übergänge in allen angeführten variirenden Merkmalen, auch was die Ausbreitung der bedortnen Flächen anbelangt.

Zur Ergänzung des Gesamtbildes muß ich noch bemerken, daß ich die *f. velutina* auch auf *Galium* gesammelt habe (P. Ostrau, Teschner Kreis) Austria. — Vom historischen Standpunkte aus ist sicher interessant, daß schon Hardy (1853) *velutina* mit *galii* als identisch erklärte, er fand aber bei seinen Nachfolgern, namentlich bei Loew 1882 keinen Beifall.

Tr. velutina Foerster erfreute sich in der Literatur keiner Synonymen; sie ist aus Italia, Gallia, Germania, Austria, Hungaria, Serbia, Rossia (Livland, Moskau) bekannt;

sie wird also auch von uns als Synonymum zur galli Foerster 1848 gestellt.

Auch die Type der von Flor 1861 als *distincta* beschriebenen Art, — ein einziges ♀ — ist in der coll. k. k. Hofmuseum noch heute in gutem Zustande erhalten; bei genauer Untersuchung kann ich jedoch keine Unterschiede in den von uns als für *galii* gesetzten Grenzen ausfindig machen und finde mich deswegen veranlaßt auch *distincta* zur *galii* als Synonymum zu stellen; das besprochene Exemplar stammt aus Ruhla in Thüringen, ist klein, entspricht etwa unserer Form: *velutina*, hat aber wasserhelle Flügelmembran (bei reichlich vorhandenen Oberflächedornen).

Schließlich ist noch die über *velutina* und *distincta* handelnde Literatur anzuführen:

Trioza galii Foerster 1848.

velutina Foerster, Psylloden, 1848.
— *galii*, Hardy, Zoologist, 1853.
— Flor, Rhynchota Livlands, 1861.
— idem, Zur Kenntnis der Rhynchoten, Moskva 1861.
— Meyer-Duer, Psylloden, Schaffhausen, 1871.
— Lethierry, Cat. d. Hémiptères, 1874.
— Loew, Katalog, W. ent. Ztg., Wien, 1882.
— idem, Revision d. pal. Psyll., Wien, Ver. d. z. bot. Ges., 1882.
— idem, Übersicht d. Psyll. von. Öst. Ung., ibidem, 1888.
— Duda, Katalog, Hmyz polokřídlý v Čechách žijící, Praha 1892.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
— Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg, 1907.
v. distincta Flor, Zur Kenntnis d. Psyll., Moskva, 1861.
— Puton, Catalogue, Caën, 1899.
— Ošanin, Verzeichnis, St. Petersburg.

Legende zur Tafel No. 48„ Fig. 1—12. — Fig. 1. *Tr. galii, forma typica;* Fig. 1: Aachen, *galii* det. Foester, Type. coll. k. k. Hofmuseum stellt die typische Form des Vorderflügels vor; die äußere Hälfte des Vorderrandes ist mehr ausgebogen als die innere, das Flügelende ist ziemlich stumpf, abgerundet, Oberflächedornen sind nur auf eine ganz bescheidene Gruppe am Anfang von *A2* reduziert; Flügellänge 2·10 *mm* zur 0·90 *mm* der größten Breite; Flügelmembran wasserhell. — 2. Carniolia, Lees, coll. k. k. Hofmuseum, leg. Loew; — 3. Cordoba, leg. Melichar; der Vorder-

flügel ändert allmählich seine Form in dem Sinne, daß er länger, relativ schmäler (2·20 : 0·95 *mm*) und am Ende spitziger wird; Flügelmembran wasserhell, Oberflächedornen wie bei dem typischen Exemplare FOERSTER's der Flügel; Fig. 2. bildet einen Übergang zwischen 1. und 3. — 4. Flügel aus Frankfurt, leg. HEYDEN, K. K. Hofmuseum ist durchsichtig, wasserhell, dornenfrei (bis auf die Gruppe am Anfang von *A*2) aber bedeutend kürzer und sein Vorderrand ist in der äußeren und inneren Hälfte fast gleich gebogen; diese Charaktere sind noch mehr ausgesprochen in den Flügeln No. 5. und 6. die von Lees, Carniolia stammen; namentlich Flügel No. 6 hat eine Form, die sich mit dem bedornten *f. velutina* Flügel vollständig deckt und von uns als *forma aspinovelutina* bezeichnet wird; auch Flügel No. 5. rechnen wir schon zur *f. aspinovelutina;* Flügel No. 4. bildet dagegen einen Übergang zwischen *f. galii, f. typica* und *f. aspinovelutina.* — 7. *Galii typica* bildet mit seiner Form etwa einen Übergang zwischen Flügel No. 1. und 2., hat aber angerauchte Flügelmembran; aus Böhmen, leg. DUDA, Museum Regni Bohemiae. — 8. Bopard, *velutina* det. FOERSTER (Type!) k. k. Hofmuseum ♂, ist nach dem typischen ♂ Exemplare FOERSTER's gezeichnet und stellt typischen *f. velutina* Vorderflügel vor; Länge zur Breite wie 1·90 : 0·80 *mm*, äußere und innere Hälfte des Vorderrandes gleich gebogen, Flügelende scharfwinklig zugespitzt, alle Felder bedornt, die Dornengruppe in der *cell. C + Sc* mehr oder weniger abortiv distad erhalten. — 9. Bopard, *velutina* ♀ det. FOERSTER (Type!); Flügel derselben Form, aber weit größer (länger und breiter). — 10. Kleiner *f. velutina* Vorderflügel, voll bedornt, mit leicht gelblicher Membran aus Böhmen, coll DUDA, Museum Regni Bohemiae. — 11. Etwas größerer Vorderflügel derselben Form, voll bedornt, mit stark gelber Flügelmembran, nähert sich durch mehr ausgebogenen Hinterrand und stumpfere Spitze dem *galii f. spinosa* Vorderflügel; aus Melk, Austria inf., leg. *galii* det. LOEW, coll. k. k. Hofmuseum — 12. *f. spinogalii* aus Lees, Carniola, leg. LOEW, coll. k. k. Hofmuseum hat kleineren Vorderflügel von der vorbildlichen *g. typica* Form, ist wasserhell, hat aber *velutina* ähnliche Bedornung die jedoch außer *cell. C + Sc* auch noch in *cell. R* und *cell. Rs* bedeutend abortiv ist. — Wir sehen also, wie sehr die Größe, Form, Bedornung, Färbung des Vorderflügels und die Kombinationen dieser Merkmale variieren, sodaß einen begrenzten Typus aufzustellen nicht möglich ist. — Alle Figuren sind in demselben Maßstabe mit Kamera gezeichnet und reproduziert worden.

---

48. **Trioza recondita** FLOR 1861.

Bei Untersuchung der typischen Exemplare *Tr. recondita* FLOR 1861 hat sich ergeben, daß diese Art vollständig mit

der Tr. modesta übereinstimmt und deswegen dieser als Synonymum unterzuordnen ist. — In der k. k. Hofmuseum-Sammlung befindet sich noch das typische ♂ FLOR's *recondita*, Gemenos b. Marseille det. FLOR (Type), das einzige Exemplar, nach dem die Beschreibung von *recondita* angefertigt wurde; es hatte die Kopulationszange noch ganz so versteckt, wie zu Zeiten FLOR's, der über diese Lage klagt mit der Bemerkung, daß er deswegen »darüber nichts weiter angeben kann, als daß die Zangen niedrig sind und wie es scheint scharf zugespitzt«; die übrige Beschreibung paßt vollständig auf das Tier, sodaß wir über seine Identität nicht zweifeln können. Nach der Aufweichung des Tieres habe ich die Zange ganz gut beobachten können, sie stimmt mit der von mir gelieferten Beschreibung und Abbildung von ♂ *Tr. modesta* FOERSTER vollständig überein. — Außerdem finden wir in derselben Sammlung einige ♀ und ein einzige ♂ von *recondita* det. LOEW aus: Niederösterreich (Mödling, Baden, Pernitz) Carniola (Görz) nebst einigen Exemplaren, die lg. FRAUENFELD, loc?, bezeichnet sind; alle diese Stücke sind einheitlicher Art und mit *modesta* vollständig identisch. — Das typische ♂ FLOR's hat die Vorderflügel beinahe wasserhell, das ♂ aus Niederösterreich mit merklich gelbem Anfluge.

recondita wurde nur von FLOR studiert und beschrieben, sonst wurde sie nur katalogisiert; ich möchte noch bemerken, das LOEW 1888 über sie eine kurze Notiz veröffentlichte: »Die Imagines wurden vom Juni bis Oktober auf Wiesen gefangen«, was ja mit dem bei *mesomela* Gesagten vollständig übereinstimmt.

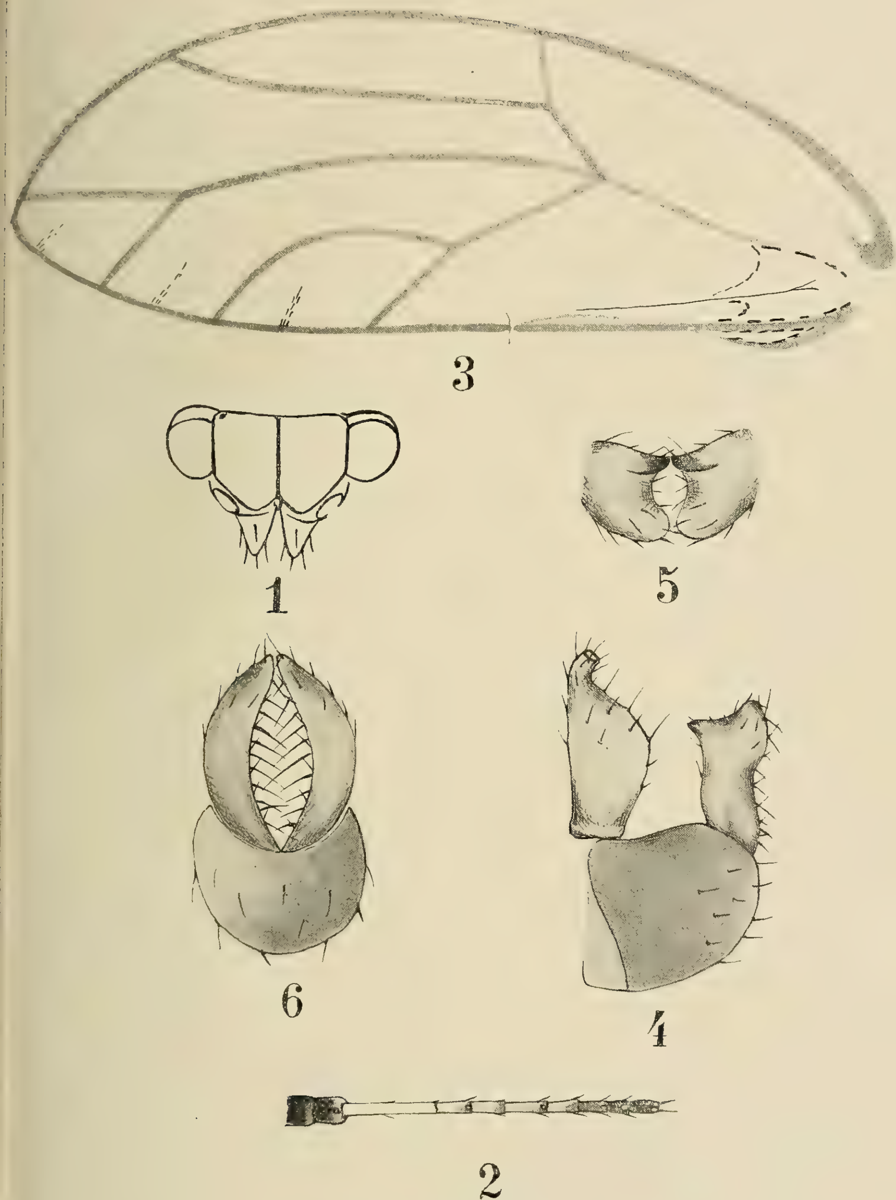
Es ist also die *Synonymie* von *modesta* durch folgendes zu ergänzen:

Literatur und Synonymie.

modesta FOERSTER, Psylloden, 1848.
recondita FLOR, Zur Kenntnis d. Psylloden, Moskau 1861.
— LOEW, Übersicht d. Psyll. v. Öst. Ungarn. Verh. d. z. b. Ges. Wien, 1888.

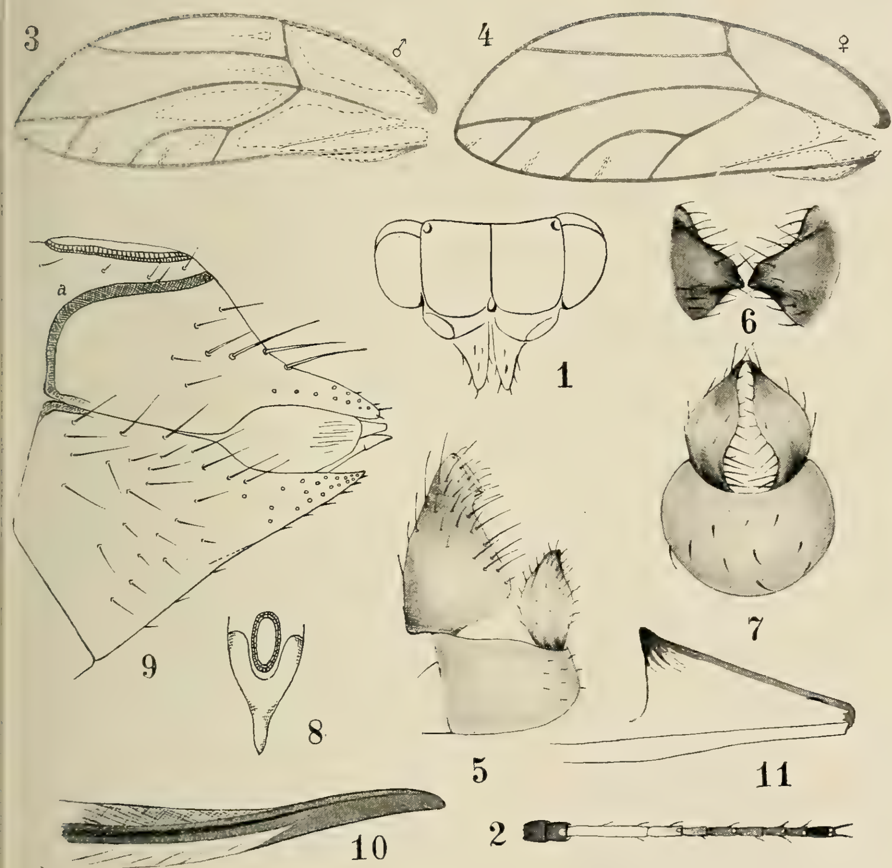
49. **Trioza assimilis.** Flor 1861.

Tr. assimilis wurde von Flor 1861 aufgestellt. — In der coll. k. k. Hofmuseum Wien befindet sich ein *assimilis* ♀ det. Flor (Type); dieses ist vollständig mit *Tr. alacris* desselben Autors identisch, nur etwas blasser, da unausgefärbt; die Unterschiede, die Flor zwischen beiden angeblich guten Arten angibt, sind nicht haltbar, de Type stimmen sogar in mikroskopischen Merkmalen auf's Haar überein (Šulc); beide Flor Typen wurden an derselben Lokalität: Gemenos bei Marseille geschöpft; ich unterordne *Tr. assimilis* Flor der *Tr. alacris* Flor, da letztere volständiger, sowohl nach ♂ wie auch nach ♀ von Flor beschrieben wurde, die *Tr. assimilis* jedoch nur nach dem ♀; beide Namen erschienen in demselben Jahre 1861 und in derselben Publikation.



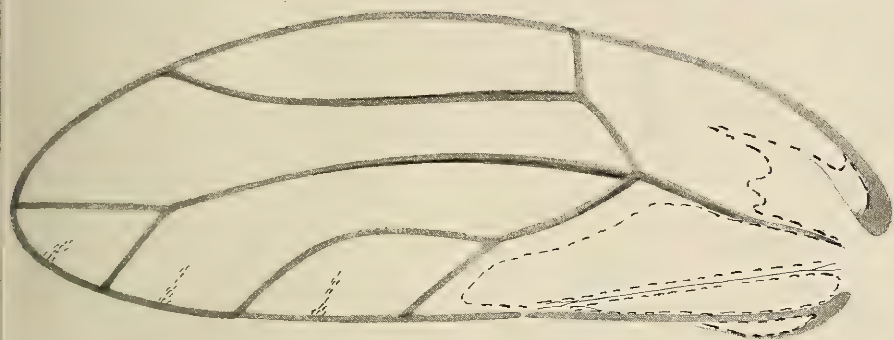
36. **Trioza dichroa** Scott 1879.

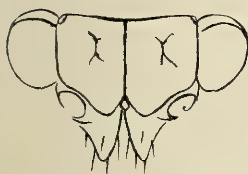
1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der ♂ Kopulationszange. von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten.



37. **Trioza Horváthii** Loew 1881.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. ♂ Vorderflügel. — 4. ♀ Vorderflügel. — 5. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 6. Ende der Kopulationszange von oben. — 7. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 8. ♀ Analsegment von oben. — 9. ♀ Analsegment und Genitalsegment von der Seite, Präparat. — 10. Äußerer Legestachel. — 11. Innerer Legestachel.







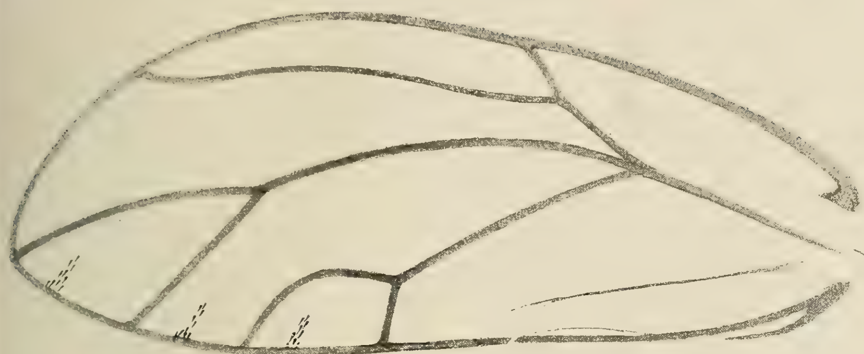






38. **Trioza Sahlbergi** n. sp. Šulc 1913.

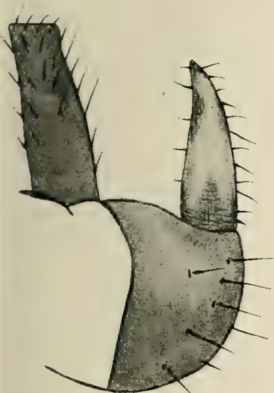
1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten.

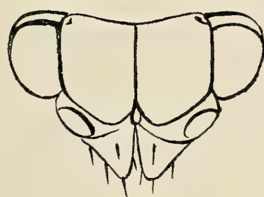


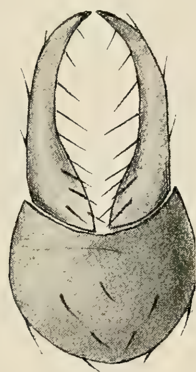
3



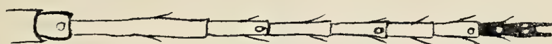
5







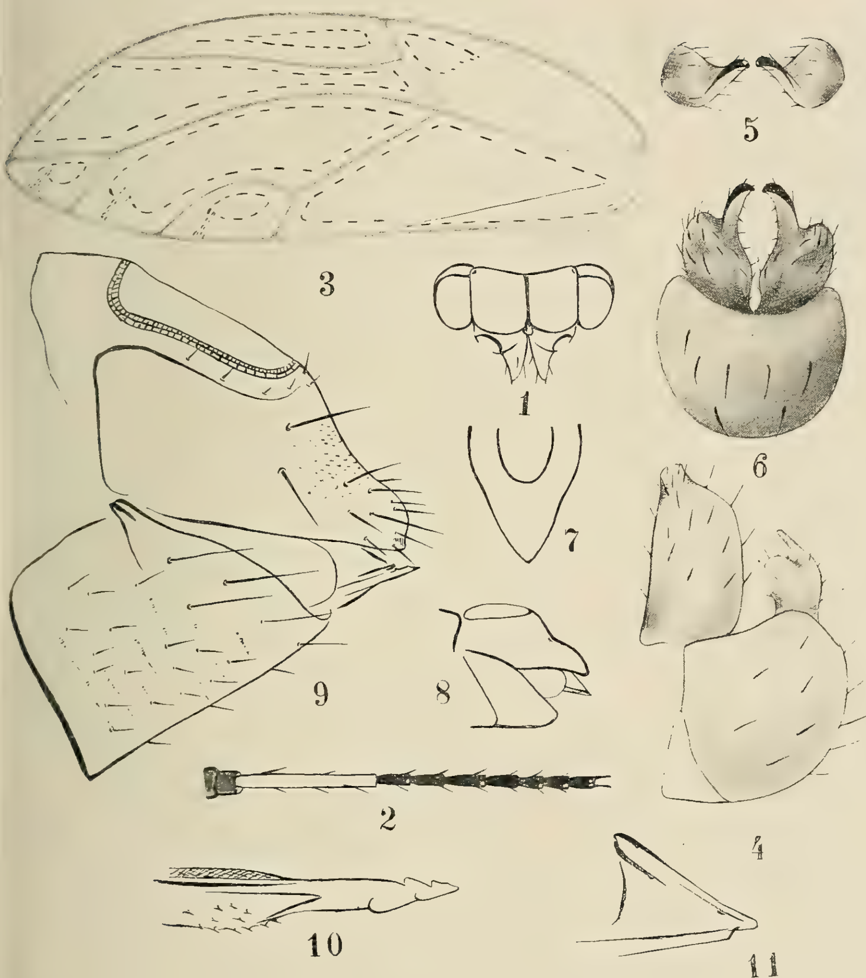
4 1 6



2

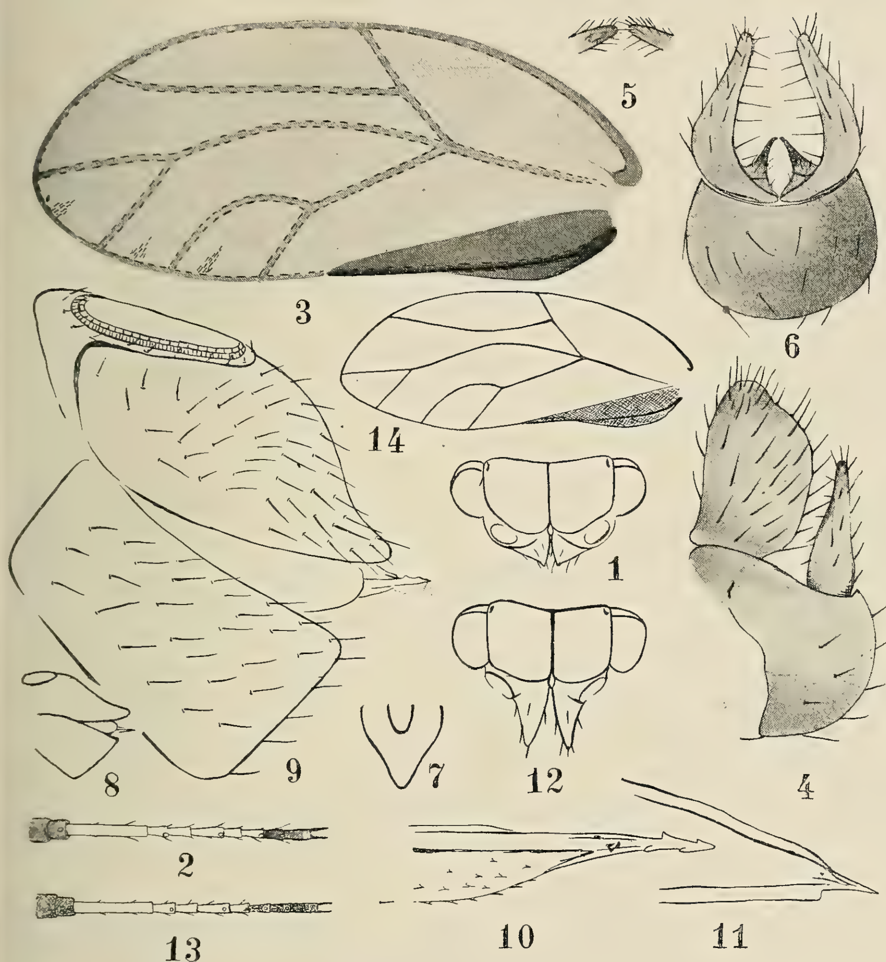
39. **Trioza eleagni** Scott 1880.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der ♂ Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten.



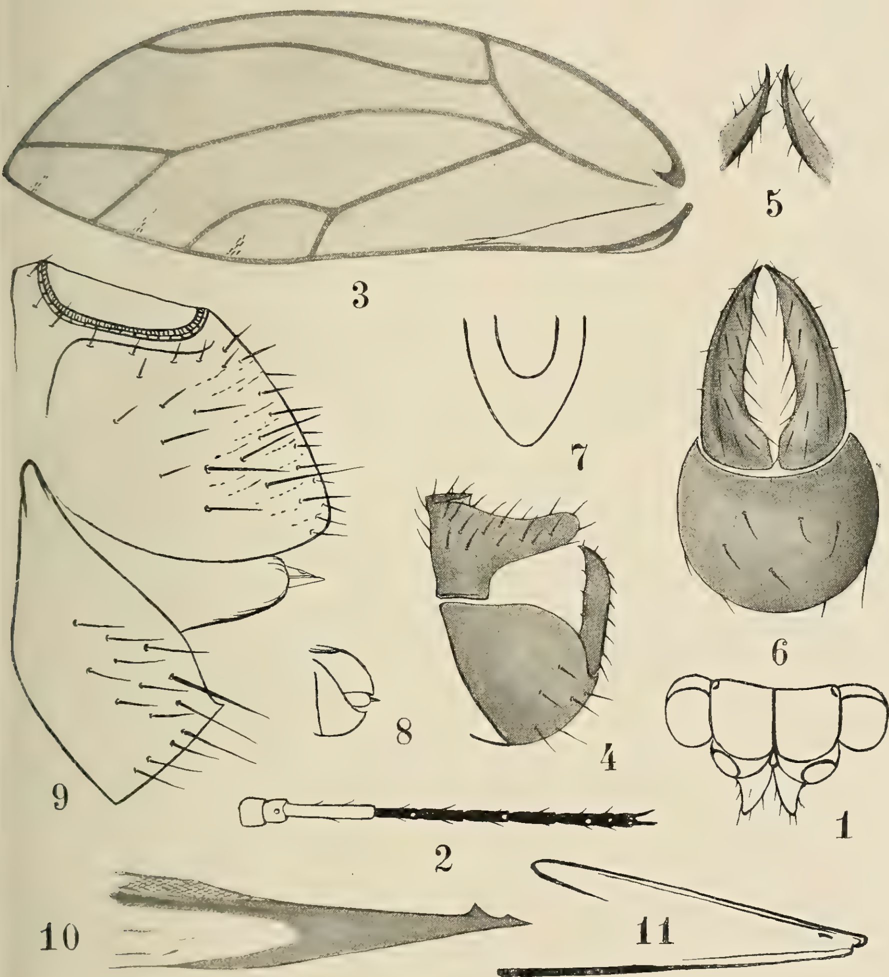
40. **Trioza centranthi** Vallot 1829.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 7. ♀ Analsegment von oben. — 8. ♀ Körperende von oben. — 9. Dasselbe (Anal- und Genitalsegment) Präparat. — 10. Äußerer Legestachel. — 11. Innerer Legestachel.



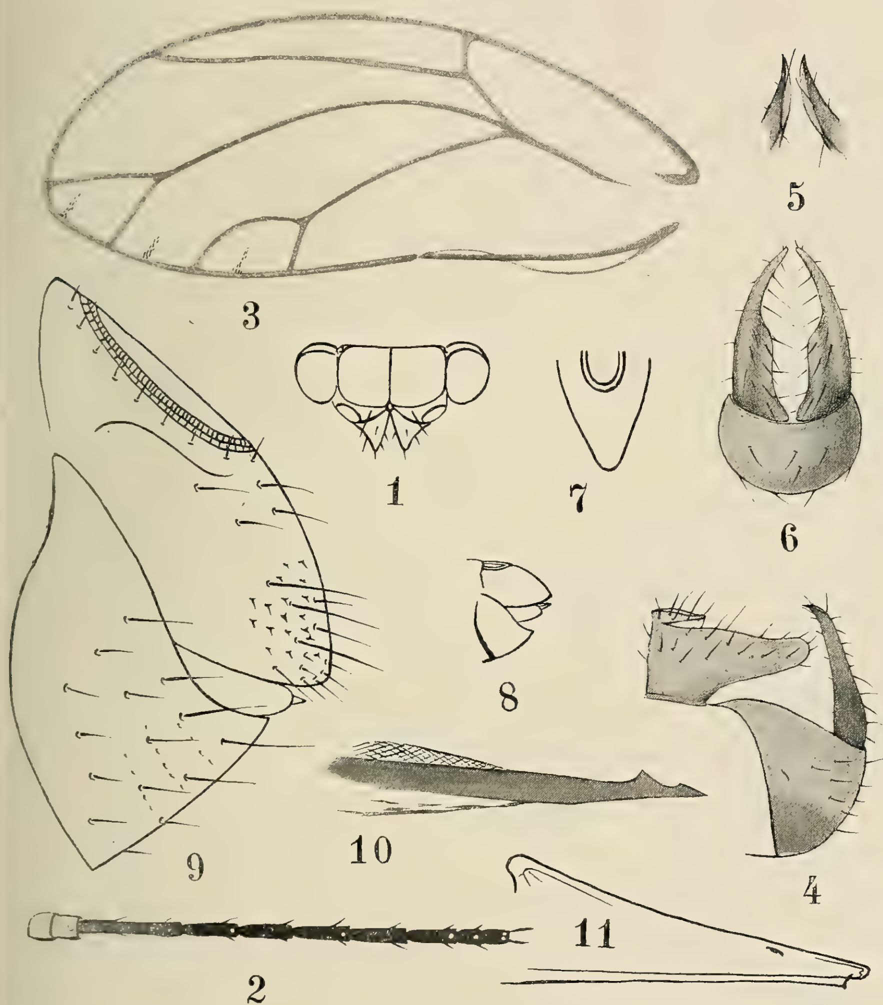
41. **Trioza mesomela** Flor 1861.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 7. ♀ Analsegment von oben. — 8. ♀ Körperende von der Seite. — 9. Dasselbe (Anal- und Genitalsegment) Präparat. — 10. Äußerer Legestachel. — 11. Innerer Legestachel. — *var. Loewiana v. n.* Šulc 1913. — 12. Kopf von oben. — 13. Fühler. — 14. ♀ Vorderflügel.



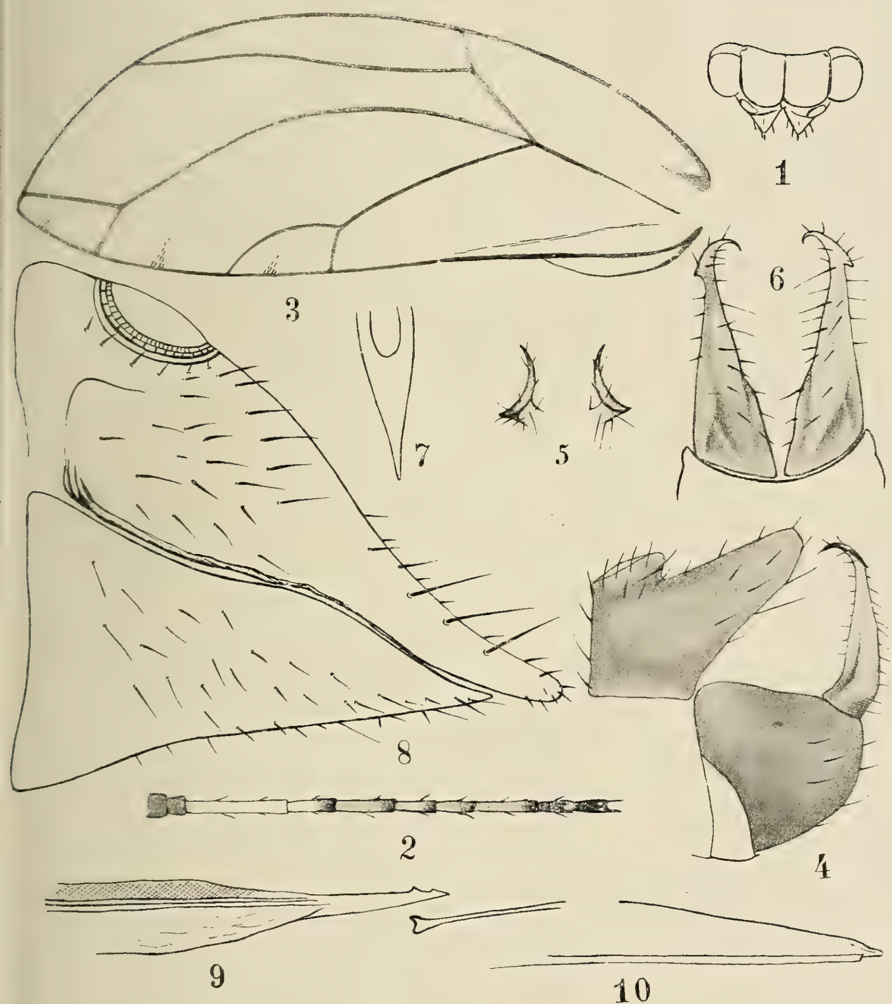
42. **Trioza versicolor** Loew 1888.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 7. ♀ Analsegment von oben. — 8. ♀ Körperende von der Seite. — 9. Dasselbe (Analsegment und Genitalsegment) Präparat. — 10. Äußerer Legestachel. — 11. Innerer Legestachel.



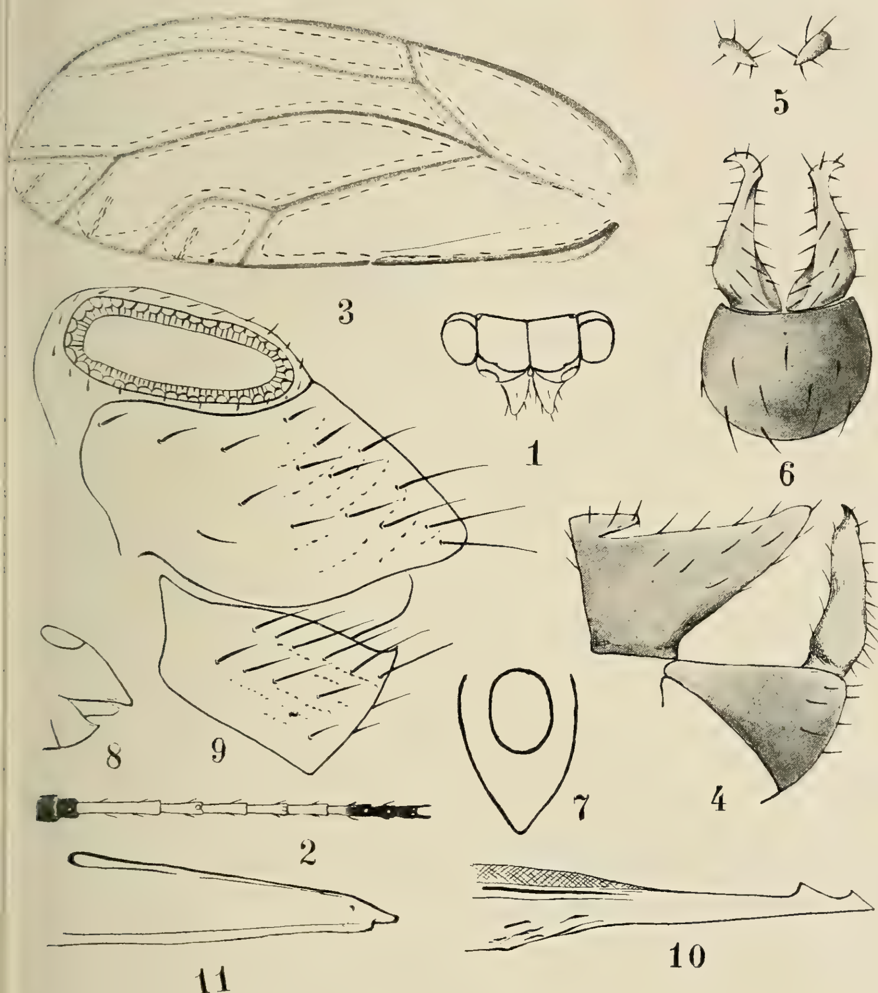
43. **Trioza crithmi** Loew 1879.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 7. ♀ Analsegment von oben. — 8. ♀ Körperende von der Seite. — 9. Dasselbe (Anal- und Genitalsegment), Präparat. — 10. Äußerer Legestachel. — 11. Innerer Legestachel.



44. **Trioza trisignata** Loew 1886.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der ♂ Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Kopulationszange von hinten. — 7. ♀ Analsegment von oben. — 8. ♀ Anal- und Genitalsegment von der Seite (Präparat). — 9. Äußerer Legestachel. — 10. Innerer Legestachel.



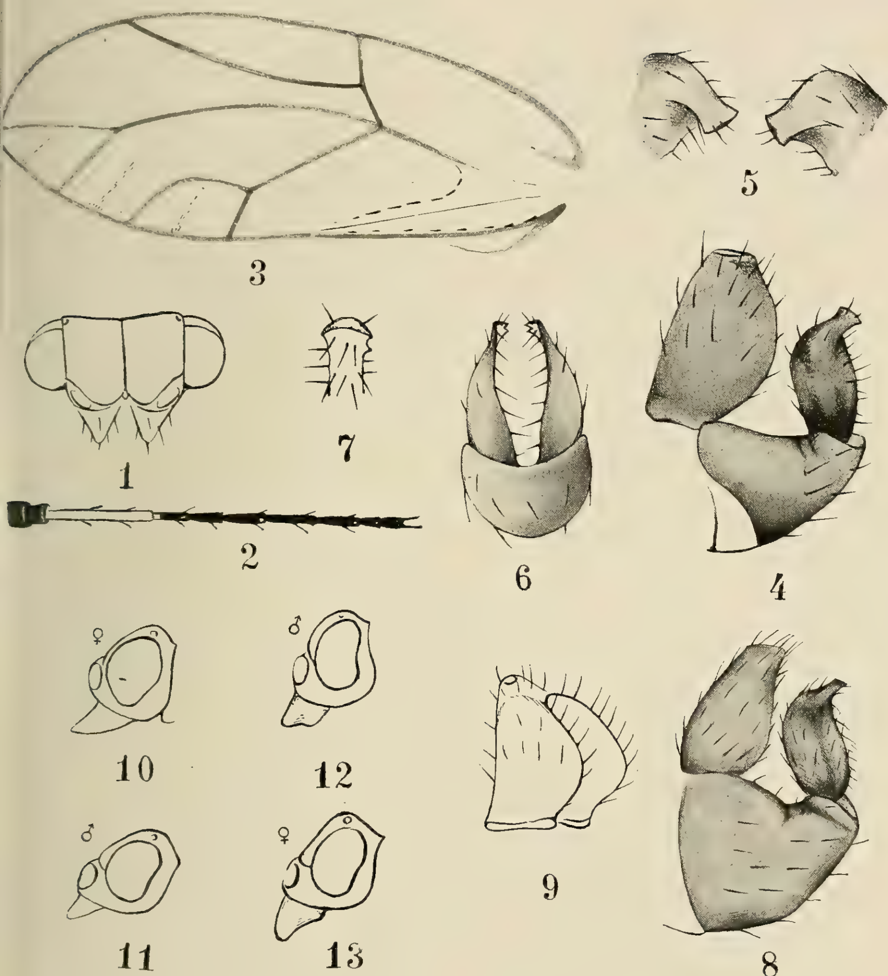
45. **Trioza Reuteri** n. sp. Šulc 1913.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der ♂ Kopulationszange von oben. — 6. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 7. ♀ Analsegment von oben. — 8. ♀ Körperende von der Seite. — 9. Dasselbe (Anal- und Genitalsegment), Präparat. — 10. Äußerer Legestachel. — 11. Innerer Legestachel.



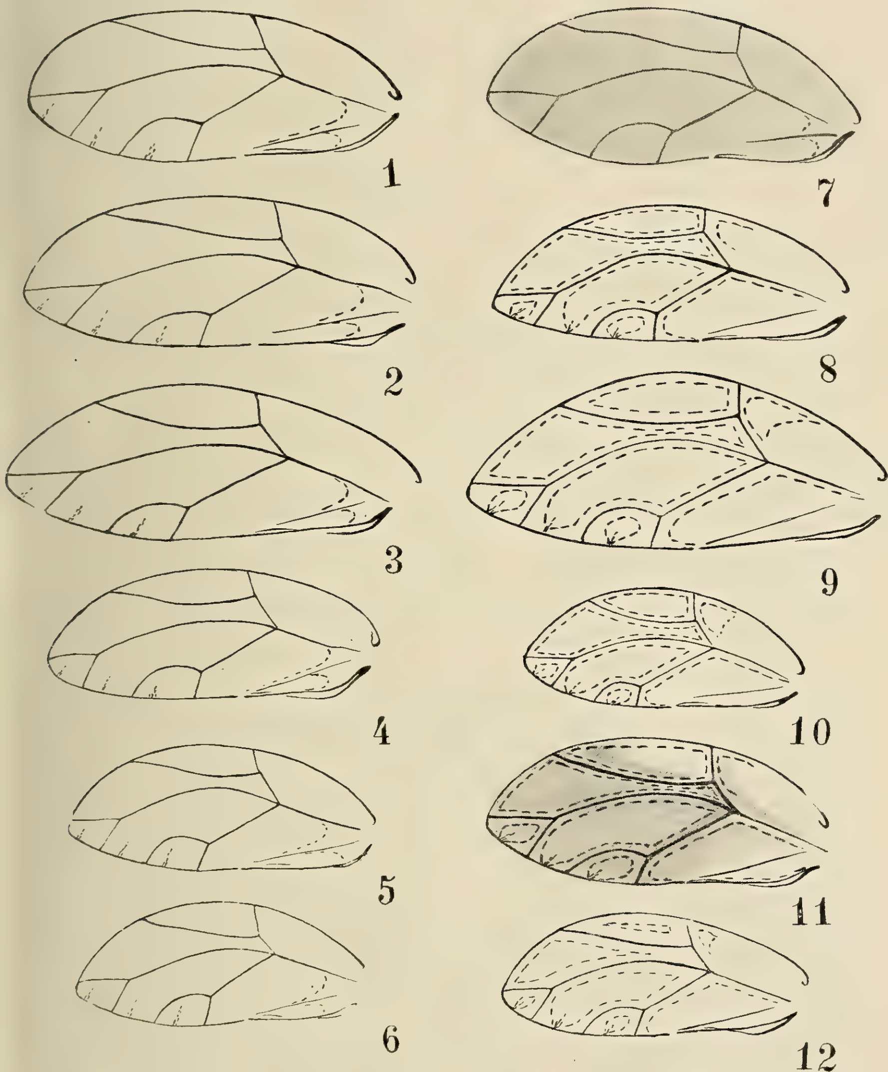
46. **Trioza bohemica** n. sp. Šulc 1913.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der ♂ Kopulationszange von oben. — 6. Optischer Durchschnitt der ♂ Kopulationszange in der unteren Hälfte von oben. — 7. ♂ Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 8. ♀ Analsegment von oben. — 9. ♀ Körperende von der Seite. — 10. Dasselbe (Anal- und Genitalsegment), Präparat. — 11. Äußerer Legestachel. — 12. Innerer Legestachel.



47. **Trioza galii** Forster-Flor 1848, 1861.

1. Kopf von oben. — 2. Fühler. — 3. Vorderflügel. — 4. Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite. — 5. Ende der Kopulationszange von oben. — 6. Genitalsegment und Kopulationszange von hinten. — 7. Ende der linken Kopulationszange von innen (Fig. 1—7 sind von ♂ *Tr. galii* Foerster [Type!] entnommen). — 8. ♂ Genitalsegment, Kopulationszange und Analsegment von der Seite *f. typica,* (Cordoba, leg. Melichar). — 9. ♂ Analsegment nach einem in KOH ausgekochten Präparate. — 10, 11, 12. Verchiedene Formen der Stirnkegel der *f. typica* (lange, kurze, seitlich erweiterte). — 12. Seitlich erweiterter Stirnkegel von *f. velutina.*



48. **Trioza galii** Foerster-Flor 1848, 1861.

Verschiedenartige Formen des Vorderflügels. — Fig. 1, 2, 3, 7 ist von *forma typica*. — Fig. 5, 6 von forma *aspinovelutina*. — Fig. 4. stellt den Übergang zwischen *forma typica* und *aspinovelutina* dar. — Fig. 8, 9, 10 sind *forma velutina*. — Fig. 12. *forma spinogalii*. Fig. 11. bildet den Übergang zwischen *velutina* und *spinogalii*. — Näheres siehe in der Legende des Artikels No. 47.

II.

Ein Beitrag zur Kenntnis des Kambriums von Skreje in Böhmen.

Mit einigen kritischen Bemerkungen zu Joh. Walthers »Über algonkische Sedimente«.

Von
Radim Kettner in Prag.

(Mit 4 Abbildungen im Texte.)

(Vorgelegt am 7. Februar 1913.)

Die von der *Luher Fähre* gegenüber *Tejřovice* nach *Skreje* im Jahre 1908 neu angelegte Strasse entblösste sehr deutlich die Schichtenfolge und bot so Gelegenheit, unsere bisherigen Kenntnisse über den geologischen Bau des weltberühmten Kambriums von *Skreje* und *Tejřovice* zu ergänzen, resp. auch zu berichtigen. Das Profil durch das rechte Ufergehänge der Beraun vom Vosníkberge über Luh bis vis-à-vis von Šlovice, welches J. J. Jahn in seiner verdienstvollen Arbeit: »Ueber die geologischen Verhältnisse des Cambrium von Tejřovic und Skrej in Böhmen«[1]) S. 728. angibt, stellt uns hier eine ganz normale Lage der kambrischen Schichten dar, die nach NNO streichen und gegen OSO fallen. Fr. Slavík fand jedoch im Uferabhange zwischen *Luh* und der Mündung des von *Skreje* kommenden Baches zwischen den kambrischen Schichten anstehende Spilitfelsen u. oberhalb derselben kambrische Schichten, welche nicht das NNO—SSW, sondern ein Streichen von

[1]) Jahrbuch der k. k. geol. Reichsanstalt, Wien 1895.

NW gegen SO aufweisen. JOH. WALTHER konnte in den Aufschlüssen längs der Strasse eine deutliche Dislokation wahrnehmen, welche das Auftreten des Spilites sowie auch die abweichende Lagerung der hangenden kambrischen Schichten erklärt.[2])

Auf einer Exkursion im September des vorigen Jahres habe ich Messungen des Streichens und des Fallens der durch die neue Strasse entblössten Schichten unternommen und zwei Profile konstruiert. Die Ergebnisse meiner Beobachtungen sollen in dieser Arbeit mitgeteilt werden.

Gehen wir von *Skreje* auf der neuen Strasse gegen Norden, d. h. zum Beraunflusse (vergl. Fig. 1.), stossen wir gleich hinter dem letzten Gebäude auf Paradoxides-Schiefer, welche unter den diluvialen Schotterablagerungen im Einschnitte der Strasse zum Vorschein kommen. Ihr Streichen ist zuerst etwa ONO, Fallen 45—40° gegen SSO; weiter vom Dorfe überwiegt eher das rein nordöstl. Streichen, das Fallen wird ein wenig flacher, 30—20° gegen SO. Die Paradoxides-Schiefer sind hier wie gewöhnlich durch mehrfache transversale Schieferung gestört und enthalten zahlreiche Petrefaktenreste, namentlich Pleuren-Bruchstücke von Paradoxides spinosus Boeck sp., isolierte Pygidien und Glabellen von Conocoryphe Sulzeri Schloth. sp. und Sao hirsuta Barr., weiter auch häufige Abdrücke von Orthis Romingeri Barr. An der Stelle, an welcher die Strasse ein wenig gegen NW abbiegt, etwa 300 m vom Dorfe, sind die Paradoxides-Schiefer von zwei Melaphyrgängen durchbrochen. Dieselben sind von einander ca. 35 m entfernt, der östliche Gang erreicht eine Mächtigkeit von $1^1/_2$ m, der westliche ist nur 1 m stark. Das Gestein dieser zwei Gänge ist makroskopisch fast ganz dicht, dunkelgraugrünlich mit hie und da sporadisch zerstreuten Mandelräumchen.

Mikroskopische Beschaffenheit der Melaphyre. Das Gestein dieser beiden Gänge ist u. d. M. ganz dasselbe. Die

---

[2]) FR. SLAVÍK: Spilitische Ergussgesteine im Präkambrium zwischen Kladno und Klattau, Archiv f. d. naturwiss. Landesdurchforschung v. Böhmen XIV. Bd. Nr. 2. Prag 1908., S. 39—40, und FR. SLAVÍK-C. r. PURKYNĚ: Geologická exkurse do okolí Křivoklátu, Skrej a Tejřovic a uhelné pánve radnické, Prag 1908.

Struktur ist porphyrisch, die Plagioklase sind viel häufiger als die Augite. Hie und da erblickt man Pseudomorphosen einer chloritischen Substanz nach einem grossen, porphyrisch ausgeschiedenen Minerale. Besonders in dem westlichen Gange sind diese Pseudomorphosen auffallend, indem sie bis 1 mm Grösse erreichen. Ihrer Begrenzung nach, welche oft eine sehr vollkommene ist, erinnern die Pseudomorphosen entweder an Augit oder an Olivin, man kann es aber nicht ganz bestimmt entscheiden, weil die primäre Substanz nicht mehr vorhanden ist. Die Spaltrisse lassen manchmal mit Sicherheit auf Augit schliessen, während in anderen Fällen die unregelmässige Zerklüftung der Pseudomorphosen eher an Olivin erinnert. Weil aber die in der Grundmasse zerstreuten Augite noch ganz frisch, die Einsprenglinge dagegen volkommen in sekundäres Gemenge umgewandelt sind, so scheint mir die Annahme der Existenz des ursprünglichen Olivins ganz berechtigt.

Aus dem Gesagten geht hervor, dass unsere Gesteine zu den »*naritischen*« Melaphyren Rosenbusch's einzureihen sind.

Die Plagioklase, welche gewöhnlich nach dem Albitgesetze verzwillingt sind, bilden bis $^3/_4$ mm lange, immer idiomorph begrenzte Leisten; der symmetrischen Auslöschungsschiefe in Schnitten ⊥ zu (010) M nach sind sie zwischen Andesin und Labradorit einzureihen. Oft beobachtet man eine sternartige Gruppierung oder kreuzförmige Durchwachsungen derselben.

Die Augite treten den Plagioklasen gegenüber stark in den Hintergrund. Sie sind nur selten idiomorph begrenzt und da weisen sie einen zonaren Bau auf, indem sie einen lichteren Kern und einen dunkleren Rand erkennen lassen. Sie sind noch fast ganz frisch und nur selten zeigen sie an den Rändern oder an den Spaltrissen eine Umwandlung in grünlichen Chlorit.

Ausser den oben erwähnten grossen Plagioklasleisten scheint noch eine jüngere Generation der Plagioklase entwickelt zu sein, welche in Bezug auf die ersteren viel kleiner sind. Sie sind jünger als die Augite, denn sie umringen dieselben von allen Seiten, und gehören den mehr

saueren Gliedern der Plagioklasreihe, gewöhnlich dem Oligoklase an.

Von sekundären Gemengteilen kommt am häufigsten Chlorit vor, welcher gewöhnlich in kleinen grünlichen Schüppchen in der Grundmasse zerstreut ist, oder die Äderchen im Gesteine ausfüllt. Manchmal häuft er sich gemeinschaftlich mit Kalkspat und neugebildetem Feldspat in den Mandelräumen an, wo er schöne radialstrahlige Aggregate bildet. In manchen Mandelräumen ist nur farbloser lamellierter Feldspat zu sehen, welcher seinem niedrigen Brechungsvermögen nach dem Albite angehört. Von den Erzen ist Pyrit und Titaneisen vorhanden.

Das Gestein der beiden Gänge ähnelt auffallend dem Rosiwal'schen Melaphyre Var. B,[3]) welcher bei der Ausmündung des Milečer Tales in das Berautal am linken Ufer des *Karáseker Baches* den Paradoxides-Schiefer als ein Lagergang durchbricht.

Gleich hinter dem westlichen Gange kommen im Liegenden der Paradoxides-Schiefer Schichten eines dunklen, groben, polymikten Grauwackenkonglomerates mit Sandsteinzwischenlagen vor; die Schichtung ist manchmal undeutlich. Es lässt sich das Streichen gegen NO konstatieren, das Fallen ist mässig, 20—15° nach SO. Die unteren kambrischen Schichten, welche an anderen Stellen im Gebiete des skrej-tejřovicer Kambriums das Liegende dieser Konglomerate bilden, treten hier in dem Einschnitte der Strasse nicht zum Vorschein. Es folgen wieder die Paradoxides-Schiefer, aber anders gelagert, als wir in der Nähe des Dorfes Skreje gesehen haben. Ihr Streichen ist für das kambrische Gebiet von Skreje und Tejřovice ungewohnt, nämlich ein nordwestliches, das Fallen ist 30—40° gegen SW. Bei näherer Betrachtung können wir eine deutliche Dislokation konstatieren, nach welcher die Paradoxides-

[3]) Vergl. A. Rosiwal: Petrographische Notizen über Eruptiv-Gesteine aus dem Tejřovicer Cambrium, Verhandl. d. k. k. geol. Reichsanstalt 1894, S. 216. und das Profil S. 694. in der Jahnschen Arbeit »Ueber die geol. Verhältnise des Cambrium etc.«

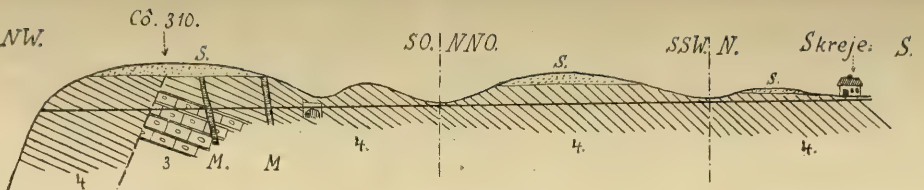


Fig. 1. Profil entlang der neuen Strasse von Skreje zum Beraunflusse.

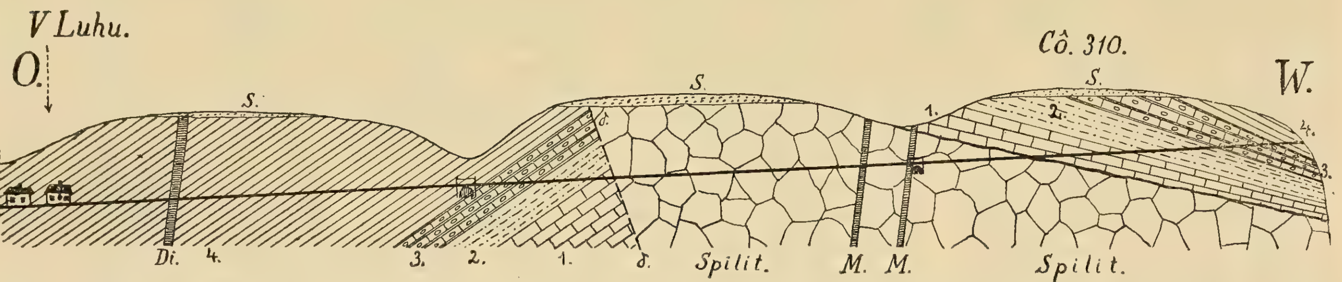


Fig. 2. Profil entlang der neuen Strasse durch das rechte Ufergehänge der Beraun zwischen der Ortschaft »V Luhu« und der Mündung des von Skreje kommenden Baches. 1. = lichtes homomiktes Quarzkonglomerat, 2. = Sandsteinschichten, 3. = dunkles, grobes, polymiktes Grauwackenkonglomerat, 4. = Paradoxides-Schiefer, *M.* = Melaphyrgänge, *Di.* = Dioritgang, *S.* = díluvialer Schotter; δ—δ = Bruchlinie.

Schiefer gegen die dunklen polymikten Grauwackenkonglomerate abgesunken sind.

Hinter der Biegung der Strasse gegen Osten (vergl. Fig. 2.) treten als Liegendes der Paradoxides-Schiefer wieder die dunklen polymikten Konglomerate zutage. Sie sind mit den Paradoxides-Schiefern konkordant gelagert und gehen gegen abwärts zu in graue bis hellgraue Sandsteinschichten über, welche im Strasseneinschnitte in der Länge von fast 40 m zum Vorschein kommen. Unter den Sandsteinen ragen die Schichtköpfe zweier za 1½ m mächtiger Bänke eines lichten homomikten Konglomerates hervor, welche 15—20° gegen SO geneigt und voneinander durch Sandsteinzwischenlagen getrennt sind.

Dieses lichte homomikte Quarzkonglomerat lagert *diskordant* auf einem algonkischen Spilite. Die Auflagerungsfläche ist uneben, da sie mässige Erhöhungen und flache Vertiefungen aufweist. Der Spilit zeigt stellenweise eine brekzienartige Ausbildung, ist lichtgraugrün und dunkel schwarzgrün gesprenkelt. Mikroskopisch wurde er von Fr. Slavík[4]) eingehend studiert.

Die Spilitmassen wurden von zwei Melaphyrgängen durchbrochen, welche voneinander etwa 20 m entfernt sind. Der westliche ist 1 m, der östliche 1½ m mächtig. Die mikroskopische Beschaffenheit dieser beiden Gänge ist dieselbe, wie jene der vor der Strassenbiegung aufgeschlossenen Melaphyre. Aus dieser Übereinstimmung, sowie auch aus der gleichen Entfernung der beiden Gänge und ihrer analogen Mächtigkeit können wir schliessen, dass diese hier den Spilit durchbrechenden Melaphyre denselben Gängen angehören, welche wir früher südlich von der Kote 310 konstatiert haben. Die Spilitfelsen, welche im Einschnitte der Strasse in der Länge von 175 m aufgeschlossen sind, werden am östlichen Ende plötzlich von kambrischen Schichten unterbrochen. Hier ist aber die Grenze zwischen dem Spilite und den kambrischen Gesteinen nicht eine ursprüngliche. Die Schichten streichen vom NO gegen SW, fallen unter 20—30°

---

[4]) Spilitische Ergussgesteine etc., S. 104—105.

gegen SO und sind von dem Spilite durch eine Dislokation getrennt, welche auch an dem Ausgange einer Zone des zerquetschten Gesteinsmateriales ersichtlich ist.

Hinter dieser Dislokation kann man bis zu der Fähre »*V Luhu*« wieder eine normale Schichtenfolge der kambrischen Gesteine nachweisen. Konkordant auf dem dunklen polymikten Grauwackenkonglomerate liegen die Paradoxides-Schiefer, an denen wir das Fallen von 45° gegen SO messen können. Vor dem ersten Hause im Orte »*V Luhu*« tritt noch ein zirka 2 m mächtiger Dioritgang an den Tag, welcher in der Richtung nach NO den Paradoxides-Schiefer durchbricht.

Mikroskopische Beschaffenheit des Diorites. Sein Gestein ist dunkelgrün, feinkörnig. Die Struktur der Grundmasse, in welcher stellenweise bis 2 mm grosse, jedoch spärliche Plagioklaseinsprenglinge eingeschlossen sind, ist panidiomorph körnig. Die porphyrischen Plagioklase sind mehrfach lamelliert und zeigen an den Rändern einen zonalen Bau. Der Kern, welcher schwächer lichtbrechend als die Randzone ist, gehört gewöhnlich dem Oligoklase an. Amphibol ist entweder idiomorph begrenzt, oder bildet schilfartige, stark pleochroische Aggregate, manchmal auch nach (100) verzwillingter Individuen. Die Plagioklase der Grundmasse sind teilweise älter, teilweise jünger als die Hornblende und weisen auf Andesin hin. Die porphyrischen Feldspate sind gewöhnlich in lichten Glimmer und manchmal auch in Kalkspat umgewandelt. Von anderen sekundären Mineralien kommt Chlorit am häufigsten vor, welcher entweder in der Grundmasse zerstreut ist, oder die Räume nach den primären Feldspaten ausgefüllt hat. Von den Erzen ist der Magnetit in kleinen Körnchen vorhanden.

Wenn wir jetzt unsere Beobachtungen kurz zusammenfassen, und sie schematisch in einer Kartenskizze darstellen (vergl. Fig. 3.), so wird uns die ganze Situation gleich klar.

Die an zwei Stellen konstatierten Bruchlinien gehören in Wirklichkeit einer und der-

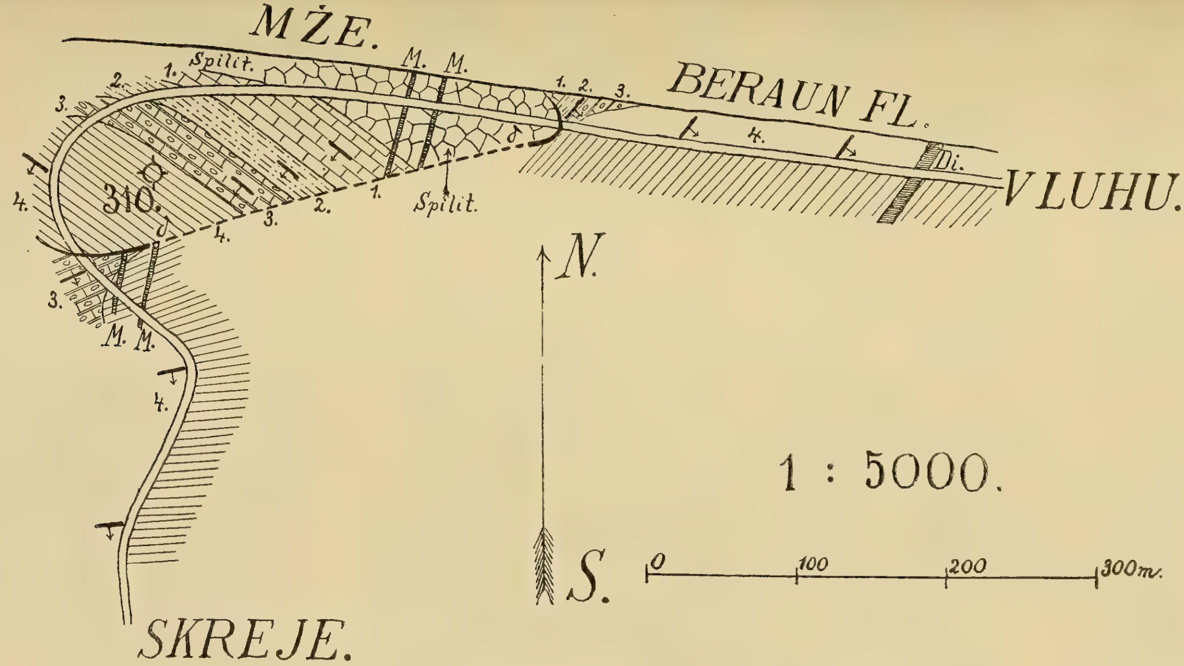


Fig. 3. Schematische Darstellung der Lagerungsverhältnisse der kambrischen Schichten nördlich von Skreje. 1. = lichtes homoniktes Quarzkonglomerat, 2. = Sandsteinschichten, 3. = dunkles, grobes, polymiktes Grauwackenkonglomerat, 4. = Paradoxides-Schiefer, *M* = Melaphyrgänge, *Di* = Dioritgang. δ—δ = Bruchlinie.

selben Dislokationsfläche an, nach welcher die nördliche, dem Flusse näher liegende Scholle mit der Kote 310 samt ihrem Liegenden (dem algonkischen Spilite) bis in die Höhe der Paradoxides-Schiefer gehoben und zugleich gegen Osten verschoben wurde. Die Verschiebung ist am besten aus der Unterbrechung der beiden Melaphyrgänge zu ersehen.

* *
*

Nach der im Jahre 1908 in das Gebiet des Kambriums von Tejřovice und Skreje unternommenen Exkursion machte auch Prof. JOHANNES WALTHER in seinem Aufsatze »**Über algonkische Sedimente**«[5]) eine kurze Erwähnung über unser Profil. Nach der Beschreibung des Torridonsandsteines in Schottland und des Sparagmites und Birikalks in Norwegen geht er auch auf das skrej-tejřovicer Gebiet in Böhmen über und versucht einige allgemeine Fragen das böhmische Präkambrium und Kambrium betreffend zu lösen.

WALTHER nimmt an, dass die algonkische Periode eine Periode der Sparagmitbildung sei. Er hält unser kambrisches lichtes homomiktes Quarzkonglomerat auch für einen Sparagmit und schliesst daraus, sich auf diese Vermutung stützend, dass die klimatischen Sparagmit bildenden Verhältnisse sich nicht nur auf das Algonkium beschränken, sondern in Böhmen auch bis in das untere Kambrium gereicht haben. Ferner nimmt er an, dass das dunkle polymikte Grauwackenkonglomerat von Eismassen abgelagert würde.

Diese beiden Annahmen finden jedoch bei der Betrachtung der hier mitgeteilten und anderer, schon früher bekannten Tatsachen **keine** Bestätigung; es muss auch im einzelnen vieles davon, was WALTHER vorbringt, eine Berichtigung erfahren. Ich werde solche Partien der WALTHER'schen

[5] Zeitsch. der Deutschen Geol. Gesellschaft, Bd. 61., 1909., S. 283—305.

Beschreibung, die mir einer kritischen Erörterung zu bedürfen scheinen, im folgenden wörtlich zitieren.

So schreibt Walther S. 298.:

»Mit scharfer Grenze lagert darüber« (über dem Spilite) »eine Gesteinsreihe von grundverschiedenem Charakter. Schon der von Rosiwal gegebene Name »homomiktes und polymiktes Konglomerat« deutet darauf hin, dass es sich um ein seltsames Gestein handelt. Für mich, der ich kurz vorher die Sparagmite am Mjösensee gesehen habe, konnte es nicht zweifelhaft sein, dass auch hier ein echter Sparagmit im petrographischen Sinne vorlag, denn ich sah ein bald lockeres, bald stahlhart verkittetes Gemenge von kleinen, meist aber 1 cm grossen, milchweissen Quarzgeröllen, zwischen denen grössere Gerölle von Quarz, daneben Stückchen von Kieselschiefer und schwarzem Quarzit auftreten. Auch das Bindemittel besteht vorwiegend aus Quarzsand.«

Dass das untere lichte, homomikte Quarzkonglomerat **kein Sparagmit** im petrographischen Sinne sein kann, ist aus der Definition des Sparagmites ersichtlich. In petrographischer Beziehung ist Sparagmit ein reichlich feldspatführender Sandstein, oft von bedeutender Korngrösse. Die Feldspate des Sparagmites sind die gewöhnlichen Orthoklase, Mikrokline, Mikroperthite, seltener Albite granitischer Tiefengesteine. Die Einzelbruchstücke sind oft nur wenig gerundet, was auf einen sehr schnellen Sedimetationsprozess hinweist. Besonders charakteristisch ist die vollkommene Frische der Feldspate im Sparagmit, man bemerkt keine Spur randlicher Kaolinisierung oder Trübung der Feldspate in Dünnschliffen.

Die Grundmasse oder das Zement der Sparagmite besteht teils aus kleineren Quarzen und Feldspaten, teils aus Quarzsand, Ton, Mergel, Kalkstein oder Dolomit. Die Sparagmitgesteine sind durch alle Übergänge mit Quarz-Feldspat-führenden anderen Sedimenten verknüpft.

In petrographischer Beziehung ist somit die Feldspatführung für Sparagmit charakteristisch und hier, wo der Name Sparagmit zuerst aufgestellt worden ist, würde es nie

jemand einfallen, ein feldspatfreies Gestein Sparagmit zu nennen.[6])

Feldspatgemengteile fehlen aber unseren kambrischen unteren Konglomeraten ganz. Dieselben bestehen fast aus-



Fig. 4. Die auf dem algonkischen Spilite [Sp.] diskordant lagernden Bänke des kambrischen lichten Quarzkonglomerates [Kongl.]. [Photographiert vom Autor].

schliesslich aus weissen Quarzgeröllen, welche mit einer quarzigen Substanz zusammengekittet sind. Dadurch wird die Annahme WALTHERS, dass die Sparagmit bildenden Bedingungen in Böhmen bis in die kambrische Periode reichten, widerlegt.

Dass die Schichten des WALTHER'schen »Sparagmi-

---

[6]) Für diese eingehenden, mir freundlichst mitgeteilten Informationen danke ich Herrn Doz. Dr. V. M. GOLDSCHMIDT in Kristiania.

tes« nicht »völlig horizontal« gelagert sind (vergl. S. 299.), zeigt deutlich die beiliegende Photographie (Fig. 4.).

Über das sandsteinartige die ältesten böhmischen Fossilien führende Gestein, in welches die unteren homomikten Konglomerate gegen oben übergehen, schreibt J. Walther folgendes (S. 300):

»Ich stimme mit Pompeckj vollkommen überein, dass diese hellen Sandsteine mit *Orthis Kuthani* sowie

Ptychoparia marginata,
Solenopleura torifrons,
Ellipsocephalus vetustus

und anderen Trilobiten nach Gestein und Fauna von dem böhmischen Mittelcambrium abgegliedert und als unteres Cambrium betrachtet werden müssen.«

Die eben angeführten Fossilien sind aber keineswegs Leitfossilien für das Unterkambrium. *Ellipsocephalus* kommt auch in den Paradoxides Schiefern vor und *Ptychoparia* und *Solenopleura* sind nur Untergattungen der für das Mittelkambrium charakteristischen Gattungen *Conocephalites* und *Arionellus.*

Als Pompeckj das von J. J. Jahn gesammelte Material bearbeitete, hielt er die Sandsteine von *Mileč* und *Kamenná Hůrka,* welche diese interessante Fauna enthalten nur deshalb für Unterkambrium — trotzdem kein Olenellus Fund vorlag! —, weil bis in jene Zeit in diesen Schichten kein Paradoxides gefunden wurde. Später aber wurde Paradoxides doch in diesen Sandsteinen am *Milečberge* und zwar in zwei Exemplaren gefunden. Das eine ist eine gut erhaltene Glabella, das andere eine Pleura; diese beiden Stücke sind im Museum des Königreiches Böhmen aufbewahrt. Über diesen Fund wurde bisher nur von F. Počta in den Erläuterungen zur geologischen Karte von Böhmen, Sektion V. (Fussn. S. 17.),[7]) von J. J. Jahn in dem Aufsatze »O jineckém kambriu« (Fussn. 17., S. 9)[8]) und ferner auch von Fr. Slavík

[7]) Archiv d. naturw. Durchf. Böhm. XII. 6.

[8]) d. h. »Über das Kambrium von Jince«, Jahrb. des naturwiss. Klubs in Prossnitz. 1908.

in seiner Abhandlung »Praekambrium v poříčí Mže«[9]) kurz berichtet.

Im weiteren geht WALTHER zu den kambrischen dunklen polymikten Grauwackenkonglomeraten über, welche aus bis metergrossen Kieselschiefergeröllstücken zusammengesetzt sind und die in ihrem Kitte zahlreiche Tierreste enthalten. WALTHER nimmt bei diesen Konglomeraten glazialen Ursprung an. »Ich gewann« schreibt er S. 301, »beim Studium dieser Verhältnisse den Eindruck, dass die Gerölle nicht am Ufer eines Meeres gebildet worden seien, denn in nächster Nähe steht nirgends eine, dem Felsenufer entsprechende Lyditregion;vielmehr vermute ich, dass die kleinen ebenso wie die 3 *m* grossen Blöcke mitten in der schlammbedeckten und von Trilobiten belebten Meeresbucht bald hier, bald dort von oben her abgelagert worden sind, und dass es sich um die Last schmelzender Eismassen handelt, die von weit her ihre Steinfracht herantrugen.«

Gegen den glazialen Ursprung spricht aber der Umstand, dass an den Geröllen bis heute noch keine für die von Gletschern abgelagerten Konglomerate charakteristischen Gletscherschliffe und Gletscherkritze gefunden wurden. WALTHER bezeugt es selbst, indem er sagt, dass er »trotz stundenlangen Suchens keine entscheidenden Glazialspuren« entdecken konnte. Die Annahme eines kalten Meeres, in welchem die Gerölle durch die schmelzenden Eismassen abgelagert wurden, scheint dann nach der Konstatierung einer absoluten Abwesenheit der Gletscherkritze sehr hypothetisch zu sein.

Am Anfange des Absatzes über das Praekambrium in Mittelböhmen bespricht WALTHER unsere Kenntnisse über diesen Schichtenkomplex ziemlich richtig. Er erwähnt auch, dass dieser Schichtenkomplex vor der kambrischen Periode gefaltet und dann abgetragen wurde, sodass die kambrischen Konglomerate ihm diskordant aufgelagert wurden. Nur die Annahme des praekambrischen Alters bei den Melaphyrgän-

9. d. h. »Praekambrium im Beraunflussgebiete«. Sborník České společnosti zeměvědné. (Jahrbuch der böhm. Gesellschaft für die Erdkunde), Prag 1908.

gen (S. 298) ist unrichtig, als J. J. Jahn bei der Mündung des *Karáseker* Baches und wir im Einschnitte der Strasse nördlich von *Skreje* die Melaphyrgänge auch die Paradoxides-Schiefer durchbrechend fanden.

Nach dieser fast ganz richtigen Schilderung befremdet es um so mehr, wenn Walther folgendes schreibt (S. 301):

»Obwohl die von Mittelkambrium bedeckte Region in Böhmen eine Länge von 100 km und eine Breite von 25 km erreicht, so zieht sich doch nur ein schmaler Streifen fossilführender Schiefer von Jinec bis nach Tejřovic quer hindurch. In dem weiten übrigen Gebiet treten zwar dieselben Gesteine auf, aber trotz vielfachen Suchens haben sie noch keine Fossilien geliefert. Es wäre zu fragen, ob dieser Fossilmangel nur scheinbar ist, oder ob innerhalb der weiten, schlammerfüllten Bucht nur eine schmale Rinne für die Ansiedelung der kambrischen Tierwelt geeignet war.«

Es ist aus den eben zitierten Zeilen recht gut verständlich, dass Walther sich hier widerspricht. Er nimmt nämlich bei den Gesteinen, welche er früher ganz richtig für Praekambrium gehalten hat, das mittelkambrische Alter an. Die echten mittelkambrischen Schiefer sind in Böhmen nur auf ganz kleine Gebiete beschränkt und bilden nicht, wie Walther angibt, eine Region von 100 km Länge und 25 km Breite. Obzwar die Gesteine in diesem weiten (praekambrischen) Gebiete, wo die Schichten als Schiefer entwickelt sind, den Paradoxides-Schiefern manchmal recht ähnlich sind, hielten schon unsere alten Geologen, wie J. Barrande, J. Krejčí, K. Feistmantel, M. Lipold u. a. diese sogenannten »azoischen« Schichten für älter als die Paradoxides-Schiefer (Et. C.) und bezeichneten sie mit den Buchstaben A und B. Der Irrthum Walthers lässt sich vielleicht durch die Lepsius'sche geologische Karte von Deutschland erklären, wo das ganze praekambrische Gebiet, sowie die echten kambrischen Schichten ohne Unterschied als Kambrium bezeichnet wird. Es scheint, dass dieser Missgriff, durch die allgemeine Verbreitung der Lepsius'schen Karte bei deutschen und überhaupt auswärtigen Geologen am mei-

sten dazu beigetragen hat, dass dem böhmischen Praekambrium (resp. Algonkium) trotz zahlreichen älteren und neueren, auch deutsch geschriebenen Arbeiten[10]) so wenig Aufmerksamkeit gewidmet worden ist und dasselbe in manchen kompilatorischen, das Algonkium behandelden Arbeiten ausser acht gelassen wird.

Ganz unrichtig ist aber selbstverständlich die Annahme eines schmalen Streifens, welcher sich von *Jince* bis nach *Tejřovice* nach WALTHER quer hindurchziehen soll. Es ist ja seit Langem bekannt, dass in Böhmen zwei isolierte Inseln der mittelkambrischen Schiefer entwickelt sind, welche miteinander in keinei Verbindung stehen. Sie sind voneinander mehr als 20 km entfernt und durch die Zone der Pürglitz-Rokycaner Eruptivgesteine, die azoischen Schichten und die untersilurischen Ablagerungen getrennt. Die eine Insel zieht sich im Norden als ein schmaler, mehrmals unterbrochener Streifen von *Lohovice* bis nach *Tejřovice*, die andere dagegen liegt am Rande des südlichen Schenkels der altpalaezoischen mittelböhmischen Synklinale. (Vergl. zum Beisp. die Karte zur »orographisch-tektonischen Übersicht des Silurgebietes im mittleren Böhmen« von J. KREJČÍ u. K. FEISTMANTEL.[11])

Zum Schlusse spricht WALTHER wieder über die böhmischen praekambrischen Sedimente und ist der Ansicht, dass die Bezeichnung »Algonkium« für diesen Komplex nicht zweckmässig ist, weil zwischen die Zeit der Ablagerung dieser Schichten und die Zeit der Ablagerung des lichten kambrischen Quarzkonglomerates eine lange Periode der Gebirgsbildung und der Abtragung einzuschalten ist.

Es ist eben die Frage, was wir eigentlich unter »Algonkium« verstehen wollen. Unsere »azoischen«

---

[10]) Man vergl. die Arbeiten von F. Pošepný, Fr. Katzer, J. L. Barvíř, J. J. Jahn, Fr. Slavík, C. R. v Purkyně, R. Kettner u. a.

[11]) Archiv für die naturwiss. Landesdurchforschung v. Böhmen. V. Bd. Nr. 5, 1885.

Schichten, welche die altpalaeozoischen Ablagerungen von allen Seiten umgeben und zugleich ihr Liegendes bilden, können weder als archäisch, noch als kambrisch bezeichnet werden. Archäisch darum nicht, weil sie noch wenig kristallin sind und weil ihre klastische Beschaffenheit noch eine ältere Formation in Böhmen voraussetzt. Für kambrisch können sie aus dem Grunde nicht gehalten werden, weil sie von den kambrischen Ablagerungen durch eine äusserst deutliche Diskordanz getrennt sind und weil noch kein palaeontologischer Fund das kambrische Alter nachgewiesen hat. Sind also unsere »azoischen« Schichten älter als das Kambrium, zugleich aber jünger als das Archäikum, so erscheint ihre Bezeichnung als **Algonkium** aus rein logischen Gründen zweckmässig und passend gewählt.

Damit soll aber nicht gesagt werden, dass in Böhmen alle Stufen des Algonkiums entwickelt sind. Zu einer eingehenderen stratigraphischen Einteilung dieses umfangreichen algonkischen Schichtenkomplexes sind wir heute noch nicht berechtigt, weil weder seine unteren Grenzen bekannt sind — da der Übergang der algonkischen Schichten in das metamorphe Gebiet des Böhmerwaldes und des Tepler Hochlandes, welches vielleicht archäischen Alters sein könnte, noch nicht studiert worden ist — noch eine Diskordanz innerhalb des algonkischen Gebietes nachgewiesen wurde.

Es sei hier noch eines Umstandes erwähnt.

Da wir uns bei der stratigraphischen Einteilung auf palaeontologische Funde nicht stützen können, so müssen wir ein Hilfsmittel in der Petrographie suchen. Wie einige Diabase für den Silur, die »Schalsteinformation« für den Devon, die Phonolith- und Basaltergüsse für das Tertiär usw. charakteristisch sind, so glauben wir für die algonkische Periode Ergüsse der basischen, einem basaltischen Magma entstammenden Eruptivgesteine als bezeichnend annehmen zu können. Ist diese unsere Annahme richtig, dann kann wenigstens der Zug der spilitischen Ergussgesteine, welcher sich in unserem Algonkium von Klattau über Kladno bis nach Kralupy erstreckt, entweder mit dem *Keweenawien* in der Lake Superior Gegend, woher mächtige Melaphyrdecken bekannt

sind, oder noch besser mit der berühmten Diabasformation von *Olonĕc* in dem finnländischen *Onégien* (= oberen *Jatulien)* verglichen werden.[12])

---

[12]) Vergl. dazu: Fr. Slavík: Spilitische Ergussgesteine im Praekambrium zwischen Kladno und Klattau, S. 7., und meine Arbeit: Über einige Eruptivgesteine im Algonkium des Moldauflussgebietes, Bulletin der böhm. Akademie der Wissenschaften. Prag XVII. Bd., Nr. 15., 1912. S. 23—24.

III.

Über die periodischen Bahnen des Librationscentrums L_4.

Von

Wladimír Wáclav Heinrich in Prag.

(Vorgelegt in der Sitzung am 7. Februar 1913.)

Die periodischen Bahnen der Jupitergruppe, deren vollständige Theorie noch aussteht, wurden in erster Näherung von F. J. Linders untersucht (Meddelande från Lunds astronomiska Observatorium, Arkiv för Math. Band IV. Nr. 20.: »Über die Bewegung eines kleinen Planeten in der Nähe der Lagrangeschen Dreieckspunkte«.)

Herr Linders gibt seine Störungsausdrücke mit Beschränkung auf Glieder zweiten Grades der Exzentrizität und der Neigung, ausserdem entwickelt er nach Potenzen des Abstandes vom Librationspunkt und vernachlässigt dessen dritte Potenz. Die Jupiterbahn setzt er kreisförmig voraus.

Ich habe zwecks einer genauen Bahnbestimmung des Planeten (617) Patroclus diese Bewegungen näher untersucht und will im folgenden einige Resultate mitteilen.

Ich hoffe dieselben bald vervollständigen und auf den genannten konkreten Fall anwenden zu können.

Die Rechnung wird an die allgemeinere periodische Kegelschnittslösung (L_4) angeknüpft, und auf diese Weise gleich in erster Näherung die Jupiterexzentrizität berücksichtigt § 1. (I.)

Die Entwickelung der reziproken Entfernung Planet-Asteroid vermeide ich vollständig (§ 2.), so dass die Störungs-

funktion sich auf Besselsche Reihen nach der Exzentrizität reduziert, deren fünfte Potenz weggelassen wird. Dies dürfte als besonders vereinfachendes Charakteristikon unseres interessanten Spezialfalles des Dreikörperproblems hervorgehoben werden.

Wegen der grösseren Neigungen verzichte ich auf Entwickelungen nach der Neigung.

Die Periode der Oscillationen der Knoten und der Neigung ist gleich der Umlaufszeit des störenden Planeten, § 2. (II.) und § 3.

§ 1. Die Differenzialgleichungen des Problems und deren partikuläre periodische Lösungen.

Wir bedienen uns mit Herrn Linders der sogenannten halbkanonischen relativen Koordinaten, Anfangspunkt in der Sonne, XY Ebene Bahnebene Jupiters, die X Achse gegen den Punkt gerichtet, in dem die Länge des störenden Planeten gleich Null ist.

Es sei weiter μ die Masse Jupiters in Einheiten der Sonnenmasse, Einheit der Länge grosse Halbachse der Jupiterbahn, Attraktionskonstatte $k = 1$, daher Zeiteinheit die kanonische (1·8888 Jahre).

Die Koordinaten des Asteroiden seien $x, y, z,$ diejenigen Jupiters $x', y', 0$. Die Bedeutung der übrigen Buchstaben ist die sonst übliche (z. B. Charlier: Mechanik des Himmels, Linders l. c.), Jupiter gestrichelt: so z. B. n' mittlere Bewegung Jupiters $(n' = \sqrt{1+\mu})$.

Für die Bewegung des Asteroiden gelten kanonische Gleichungen mit drei Freiheitsgraden. Wegen der Aufsuchung der partikulären periodischen Lösungen L_5 (L_4) ist es vor allem nötig als intermediäre Bahn des Asteroiden die Keplersche Ellipse mit der mittleren Bewegung $n = n'$ (Linders-Charlier) zu wählen.

Für die Delaunayschen kanonischen Koordinaten gilt dann in der üblichen Bezeichnungsweise Linders l. c. (1), (2).

$$(1)\begin{cases} \dfrac{dL}{dt}=\dfrac{\partial\Phi}{\partial l}; & \dfrac{dl}{dt}=-\dfrac{\partial\Phi}{\partial L} \\ \dfrac{dG}{dt}=\dfrac{\partial\Phi}{\partial g}; & \dfrac{dg}{dt}=-\dfrac{\partial\Phi}{\partial G} \\ \dfrac{dH}{dt}=\dfrac{\partial\Phi}{\partial h}; & \dfrac{dh}{dt}=-\dfrac{\partial\Phi}{\partial H} \end{cases} \quad \begin{aligned} &\Phi=\frac{1}{2L^2}+\mu\left(\frac{1}{\Delta}-\frac{1}{r}-\frac{K}{r'^3}\right) \\ &K=rr'\cos(rr')=xx'+yy'+0 \\ &\Delta^2=r^2+r'^2-2K \end{aligned}$$

$$(a)\begin{cases} L=\sqrt{a} & l=M & \lambda'=n't+\pi' \\ G=\sqrt{a(1-e^2)} & g=\pi-\Omega & \\ H=G\cos i & h=\Omega & \end{cases}$$

Wir führen jetzt drehendes Koordinatensystem ein, dessen Geschwindigkeit gleich der mittleren täglichen Bewegung Jupiters ist $\sqrt{1+\mu}$. In demselben beschreibt der störende Planet eine geschlossene Bahnkurve um den Punkt, mit dem Jupiter zusammenfiele, wenn seine Bahn kreisförmig wäre. Die X' Achse des neuen Systems sei gegen diesen Punkt gerichtet. Stellen wir uns die Bewegung relativ zu dieser X'Achse, dann ruht bis auf Potenzen der Exzentrizität (e') Jupiter und die intermediäre Bahnellipse des Asteroiden dreht sich in retrograder Richtung um die Z Achse. Wir haben somit für die Richtung der Knotenlinie und Apsidenlinie

$$\Omega-n't-\pi' \quad \pi-n't-\pi'$$

zu nehmen.

Damit die kanonische Form bestehen bleibt, addieren wir zur charakteristischen Funktion $n'H$.

Herr Linders führt weiter (l. c. p. 5.) die für die Entwickelungen bequemeren Koordinaten (Charlier Mech. des Himmels I., p. 292.).

$$(b)\begin{cases} x_1=\sqrt{a} & y_1=M+\pi-\lambda' \\ x_2=\sqrt{a}\,(1-\sqrt{1-e^2}) & y_2=-\pi+\lambda' \\ x_3=\sqrt{a(1-e^2)}\,(1-\cos i) & y_3=-\Omega+\lambda' \end{cases}$$

und endlich noch die Harzer-Poincaré'schen

$$
(c)\begin{cases}
x_1 = \sqrt{a} \\
\xi_2 = \sqrt{2\,x_2}\,\cos y_2 = \sqrt{2\sqrt{a}\,(1-\sqrt{1-e^2})}\,\cos(-\pi+\lambda') = \\
\qquad\qquad 2\sqrt[4]{a}\,\sin\frac{\varphi}{2}\,\cos(-\pi+\lambda') \\
\xi_3 = \sqrt{2\,x_3}\,\cos y_3 = \sqrt{2\sqrt{a\,(1-e^2)}\,(1-\cos \mathrm{i})}\cos(-\Omega+\lambda') \\
\qquad\qquad = 2\sqrt[4]{a\,\cos^2\varphi}\,\sin\frac{i}{2}\,\cos(-\Omega+\lambda')
\end{cases}
$$

$$y_1 = M + \pi - \lambda'$$

$$\eta_2 = \sqrt{2\,x_2}\,\sin y_2 = \sqrt{2\sqrt{a}\,(1-\sqrt{1-e^2})}\,\sin(-\pi+\lambda')$$

$$= 2\sqrt[4]{a}\,\sin\frac{\varphi}{2}\,\sin(-\pi+\lambda')$$

$$\eta_3 = \sqrt{2\,x_3}\,\sin y_3 = \sqrt{2\sqrt{a\,(1-e^2)}\,(1-\cos \mathrm{i})}\,\sin(-\Omega+\lambda')$$

$$= 2\sqrt[4]{a\,\cos^2\varphi}\,\sin\frac{i}{2}\,\sin(-\Omega+\lambda')$$

Für dieselben gelten die Differenzialgleichungen, von welchen wir ausgehen:

$$
(2)\begin{cases}
\dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{\partial F}{\partial y_1}; & \dfrac{dy_1}{dt} = -\dfrac{\partial F}{\partial x_1} \\
\dfrac{\partial \xi_2}{dt} = \dfrac{\partial F}{\partial \eta_2}; & \dfrac{\partial \eta_2}{dt} = -\dfrac{\partial F}{\partial \xi_2} \\
\dfrac{\partial \xi_3}{dt} = \dfrac{\partial F}{\partial \eta_3}; & \dfrac{\partial \eta_3}{dt} = -\dfrac{\partial F}{\partial \xi_3}
\end{cases}
$$

$$F = F_0 + \mu F_1$$

$$F_0 = \frac{n'}{2\,x_1^2} + n'\,x_1 - \frac{n'}{2}\,(\xi_2^2 + \eta_2^2) - \frac{n'}{2}\,\xi_3^2 + \eta_3^2)$$

$$F_1 = -\frac{1}{r} + \frac{1}{\Delta} - \frac{K}{r'^3}$$

Die Gleichungen (2) besitzen folgende partikuläre periodische Lösungen:

$$
(3)\begin{cases}
x_1 = \sqrt{a'} \\
\xi_2 = \sqrt{2\,a'\,(1-\sqrt{1-e'^2})}\,\cos(\mp 60 - \pi' + \lambda') \\
\eta_2 = \sqrt{2\,a'\,(1-\sqrt{1-e'^2})}\,\sin(\mp 60 - \pi' + \lambda')
\end{cases}
$$

$$y_1 = \pm 60 \quad \xi_3 = \eta_3 = 0$$

$$r = r' = \Delta$$

Dies kann folgendermassen bewiesen werden:

Es gilt für die rechten Seiten (2), wenn man die sechs Koordinaten kürzer x_i, y_i bezeichnet

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_i} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x_i} - \frac{1}{2\Delta^3}\frac{\partial \Delta^2}{\partial x_i} - \frac{1}{r'^3}\frac{\partial K}{\partial x_i} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x_i} -$$

$$- \frac{1}{2\Delta^3}\frac{\partial\,(r'^2 + r^2 - 2K)}{\partial x_i} - \frac{1}{r'^3}\frac{\partial K}{\partial x_i} = 0 = \frac{\partial F_1}{\partial y_i}$$

Die Werte (3) ergeben

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \dfrac{dy_1}{dt} = \dfrac{\partial F_0}{\partial x_1} = \dfrac{\partial F_0}{\partial y_1} = 0 \\ \dfrac{d\xi_3}{dt} = \dfrac{d\eta_3}{dt} = \dfrac{\partial F_0}{\partial \xi_3} = \dfrac{\partial F_0}{\partial \eta_3} = 0 \\ \dfrac{d\xi_2}{dt} = -\eta_2 n' = \dfrac{\partial F_0}{\partial \eta_2}, \ \dfrac{d\eta_2}{dt} = \xi_2 n' = -\dfrac{\partial F_0}{\partial \xi_2}. \end{cases}$$

daher sind die Gleichungen (2) erfüllt q. e. d.

Die angesetzten Lösungen stellen zwei bekannte Lagrangesche Ellipsen dar. (Lagrange Oeuvres VI., p. 320.) Beide sind identisch mit der Jupiterellipse, nur sind ihre grossen Achsen um $\pm$ 60° um die Sonne als Drehpunkt und Fokus in der XY Ebene gedreht. In unserem gewählten rotierenden X' System entsprechen denselben geschlossene sonst mit der Jupiterbahnkurve identische und gehörig orientierte Kurven. Diese umschliessen den im rotierenden System festen Librationspunkt L_5, L_4. (L_5 geht vor Jupiter voran, L_4 folgt.)

Für $e' = 0$ ziehen sich alle drei Bahnkurven resp. in den festen Librationspunkt L_5 (L_4) und in die feste Jupiterposition zusammen. Ihre Dimensionen sind daher von der Ordnung e', wenn $e' = 0$, lauten die periodischen Lösungen einfacher.

$$r = r' = \Delta = 1, \ \ \xi_2 = \eta_2 = \xi_3 = \eta_3 = 0, \ \ x_1 = 1, \ y_1 = \pm 60^0$$

Jupiter bewegt sich in seiner Bahnkurve, zu jeder seiner Lage existiert in den erwähnten L_5 (L_4) umschliessenden Bahnkurven — ein Punkt, der ständig, mit Jupiter ein

gleichseitiges Dreieck bildet. Dieser Punkt entspricht der strengen Lagrangeschen »gleichseitiges Dreieck« Lösung des Dreikörperproblems. Ich nenne ihn das im rotierenden System schwingende Librationszentrum L_5 (L_4).

Es ist nun der Satz (I.) klar, den ich übrigens in einer Note »Über gewisse Ungleichheiten im asteroidischen Problem« Astr. Nachr. Band 194., Nro. 4644. bewiesen habe:

(I.) Die Schwingungen um das schwingende Zentrum (in der Lagrangeschen Ellipse) sind (bis auf Grössen von der Ordnung $\mu e' \partial x_1$) dieselben, wie die Schwingungen um das feste Librationszentrum L_5 (L_4).*)

Ich variiere die allgemeinen Kegelschnittslösungen, anders gesagt knüpfe an die schwingenden Zentren an. Dadurch bekomme ich gleich in erster Näherung die grössten Oscillationen (Erste Sorte) heraus, welche durch die Jupiterexzentrizität verursacht werden und von der Grössenordnung e' sind. Die zweite Sorte dieser Störungsschwingungen ist von der Ordnung $\mu e'$ und wird vorläufig weggelassen, was dadurch zum Ausdruck kommt, dass wir in den Koeffizienten der Variationsgleichungen die Koordinaten des festen Punktes einsetzen. Bei der Auswertung der letzteren Oscillationen kann man beide Anschlüsse (an das feste und an das bewegliche Zentrum) zur Kontrolle der Rechnung benützen.

§ 2. Periodische Anschlussbahnen.

Wir gehen von der Lösung (3) aus und setzen

$$(4)\begin{cases} x_1 = 1 + \delta x_1 \\ \xi_2 = \sqrt{2\,(1-\sqrt{1-e'^2})}\,\cos(\mp 60 - \pi' + \lambda') + \delta\xi_2, \\ \quad \eta_2 = \sqrt{2\,(1-\sqrt{1-e'^2})}\,\sin(\mp 60 - \pi' + \lambda') + \delta\eta_2 \\ \quad \xi_3 = \delta\,\xi_3, \quad \eta_3 = \delta\,\eta_3 \end{cases}$$

dann bekommen wir die linearen Differenzialgleichungen (Poincaré: Meth. nouvelles I., p. 166.).

---

*) Es ist hervorzuheben ,dass dieser Satz in den hier gewählten Koordinaten bis auf $\mu e' \delta x$ gilt, wogegen bei rechtwinkeligen Koordinaten (l. c.) der Fehler von der Ordnung $e' \delta \xi$ ist.

$$
(5)\left\{
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\,\delta x_1 &= F_{21}\,\delta x_1 + F_{22}\,\delta y_1 + F_{23}\,\delta\xi_2 + F_{24}\,\delta\eta_2 + F_{25}\,\delta\xi_3 + \\
&\quad + F_{26}\,\delta\eta_3 \\
\frac{d}{dt}\,\delta y_1 &= -F_{11}\,\delta x_1 - F_{12}\,\delta y_1 - F_{13}\,\delta\xi_2 - F_{14}\,\delta\eta_2 - \\
&\quad - F_{15}\,\delta\xi_3 - F_{16}\,\delta\eta_3 \\
\frac{d}{dt}\,\delta\xi_2 &= +F_{41}\,\delta x_1 + F_{42}\,\delta y_1 + F_{43}\,\delta\xi_2 + F_{44}\,\delta\eta_2 + \\
&\quad + F_{45}\,\delta\xi_3 + F_{46}\,\delta\eta_3 \\
\frac{d}{dt}\,\delta\eta_2 &= -F_{31}\,\delta x_1 - F_{32}\,\delta y_1 - F_{33}\,\delta\xi_2 - F_{34}\,\delta\eta_2 - \\
&\quad - F_{35}\,\delta\xi_3 - F_{36}\,\delta\eta_3 \\
\frac{d}{dt}\,\delta\xi_3 &= +F_{61}\,\delta x_1 + F_{62}\,\delta y_1 + F_{63}\,\delta\xi_2 + F_{64}\,\delta\eta_2 + \\
&\quad + F_{65}\,\delta\xi_3 + F_{66}\,\delta\eta_3 \\
\frac{d}{dt}\,\delta\eta_3 &= -F_{51}\,\delta x_1 - F_{52}\,\delta y_1 - F_{53}\,\delta\xi_2 - F_{54}\,\delta\eta_2 - \\
&\quad - F_{55}\,\delta\xi_3 - F_{56}\,\delta\eta_3
\end{aligned}
\right.
$$

In den Funktionen F_{ik} sind die Koordinaten der periodischen Lösungen (4) resp. für $e' = 0$ einzusetzen. Die Indices 1 2 3 4 5 6 entsprechen der Reihenfolge nach den Variabeln x_1, y_1, ξ_2, η_2, ξ_3, η_3 und bedeuten Derivationen, sodass $F_{ik} = F_{ki}$.

Es wäre jetzt die nächste Aufgabe eine Entwickelung der Störungsfunktion F_1 zu gewinnen. Indessen ist es angebracht, dieselbe nicht direkt auszuführen. In der Tat brauchen wir bloss ihre Derivationen. Wir gewinnen uns womöglich symbolische Ausdrücke dieser Derivierten. Dadurch vereinfacht sich die Rechnung ganz wesentlich. Wir brauchen dann nur die Funktionen r, K, für welche gehörig transformierte Besselsche Reihen nach Potenzen der Exzentrizität einzusetzen sind.

Während bei gewöhnlichen planetarischen Störungstheorien die Hauptaufgabe ist die reziproke Entfernung störender — gestörter Körper je nach Umständen passend zu entwickeln, zeigt es sich so in unserem Falle, dass wir diese Entwickelung vollständig vermeiden können, da wir ja zum Schluss für dieselbe

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{r'} \text{ oder } \frac{1}{\Delta} = 1 \text{ zu setzen haben.}$$

Wenn man die Derivation nach irgend einer Koordinate (c) kurz

$$\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \quad \frac{\partial^3}{\partial x \partial y\, \delta z}$$

bezeichnet, so findet man aus dem Ausdrucke F_1 (2)

$$\left\{\begin{aligned}
&F_1 = -\frac{1}{r} + \frac{1}{\varDelta} - \frac{K}{r'^3} \qquad \varDelta^2 = r'^2 + r^2 - 2K \\
&\frac{\partial F_1}{\partial x} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x} - \frac{1}{2\varDelta^3}\frac{\partial \varDelta^2}{\partial x} - \frac{1}{r'^3}\frac{\partial K}{\partial x} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x} - \frac{1}{2\varDelta^3}\frac{\partial r^2}{\partial x} + \\
&\qquad + \frac{1}{\varDelta^3}\frac{\partial K}{\partial x} - \frac{1}{r'^3}\frac{\partial K}{\partial x} = 0 \\
&\frac{\partial^2 F_1}{\partial x \partial y} = \frac{3}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial K}{\partial y} - \frac{3r}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial y}\frac{\partial r}{\partial x} - \frac{3r}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial r}{\partial y} \\
&\frac{\partial^3 F_1}{\partial x \partial y \partial z} = \frac{15}{\varDelta^7}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial K}{\partial y}\frac{\partial K}{\partial z} + \frac{3}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial^2 K}{\partial y \partial z} + \frac{3}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial y}\frac{\partial^2 K}{\partial x \partial z} + \\
&\qquad + \frac{3}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial z}\frac{\partial^2 K}{\partial x \partial y} + \frac{12}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial r}{\partial z} + \frac{12}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial y}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial r}{\partial z} + \\
&\qquad + \frac{12}{\varDelta^5}\frac{\partial K}{\partial z}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial r}{d x} \\
&- \frac{15}{\varDelta^6}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial K}{\partial y}\frac{\partial K}{\partial z} - \frac{15}{\varDelta^6}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial K}{\partial z} - \frac{15}{\varDelta^6}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial K}{\partial y} \\
&- \frac{3}{\varDelta^4}\frac{\partial K}{\partial x}\frac{\partial^2 r}{\partial y \partial z} - \frac{3}{\varDelta^4}\frac{\partial K}{\partial y}\frac{\partial^2 r}{\partial x \partial z} - \frac{3}{\varDelta^4}\frac{\partial K}{\partial z}\frac{\partial^2 r}{\partial x \partial y} \\
&- \frac{3}{\varDelta^4}\frac{\partial r}{\partial x}\frac{\partial^2 K}{\partial y \partial z} - \frac{3}{\varDelta^4}\frac{\partial r}{\partial y}\frac{\partial^2 K}{\partial x \partial z} - \frac{3}{\varDelta^4}\frac{\partial r}{\partial z}\frac{\partial^2 K}{\partial x \partial y}
\end{aligned}\right. \tag{6}$$

weiter ist

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^2} = 3n', \qquad \frac{\partial^2 F_0}{\partial \xi_2^2} = -n', \qquad \frac{\partial^2 F_0}{\partial \eta_2^2} = -n',$$

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial \xi_3^2} = -n', \qquad \frac{\partial^2 F_0}{\partial \eta_3^2} = -n'$$

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1 \partial y_1} = \frac{\partial^2 F_0}{\partial y_1^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 F_0}{\partial y_1 \partial \xi_k} = \frac{\partial^2 F_0}{\partial y_1 \partial \eta_k} = \frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1 \partial \xi_k} = \frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1 \partial \eta_k} = 0$$

Wir brauchen nach obigem (6) bloss die Entwickelungen r und K zu finden und in dieselben die kanonischen Variabeln (c) einzuführen. Dabei vernachlässigen wir die fünfte Potenz der Exzentrizität, nach Potenzen der Neigung entwickeln wir gar nicht.

Es gilt nun $K = xx' + yy'$, nach Charlier Mech. d. Himmels I., p. 215, ist weiter

$$x = A\,\xi + B\,\eta \qquad x' = \xi' \cos \pi' - \eta' \sin \pi'$$
$$y = A_1\,\xi + B_1\,\eta \qquad y' = \xi' \sin \pi' + \eta' \cos \pi'$$

$$A = \cos(\pi - \Omega) \cos \Omega - \sin(\pi - \Omega) \sin \Omega \cos i$$
$$B = -\sin(\pi - \Omega) \cos \Omega - \cos(\pi - \Omega) \sin \Omega \cos i$$

$$A_1 = \cos(\pi - \Omega) \sin \Omega + \sin(\pi - \Omega) \cos \Omega \cos i$$
$$B_1 = -\sin(\pi - \Omega) \sin \Omega + \cos(\pi - \Omega) \cos \Omega \cos i$$

Die Grössen Ω, i, π beziehen sich auf die ursprünglichen festen Koordinatenachsen (§ 1), die Grösse $K = rr' \cos (rr')$ ist offenbar dieselbe im festen wie im rotierenden System ξ, η, ξ', η' sind Koordinaten resp. des Asteroiden und Jupiters bezogen je in der Bahnebene auf ein rechtwinkeliges System, dessen Anfangspunkt die Sonne ist und dessen ξ, (ξ'), Achse je nach dem Perihel gerichtet ist.

Diese Koordinaten als Funktionen der mittleren Anomalie ausgedrückt, gibt in expliziter Form z. B. Dziobek: »Die mathematischen Theorien der Planetenbewegungen«, Pag. 24., Gleichungen (7), (8), (9). Wir werden seine Ausdrücke benützen.

Da in den Koeffizienten der Variationsgleichungen mit Vernachlässigung der Grössen $\mu e' \delta x_i$, die Jupiterexcentrizität weggelassen werden kann, so finden wir nach einigen leichten Umformungen.

$$K = A'\,\xi + B'\,\eta$$

$$A' = \cos(y_2 - y_3) \cos y_3 - \sin(y_2 - y_3) \sin y_3 \left(1 - \frac{x_3}{x_1 - x_2}\right) =$$
$$\cos y_2 (1 - n + n \cos 2\,y_3) + n \sin 2\,y_3 \sin y_2$$

$$B' = \sin(y_2 - y_3) \cos y_3 + \cos(y_2 - y_3) \sin y_3 \left(1 - \frac{x_3}{x_1 - x_2}\right) =$$
$$\sin y_2 (1 - n + n \cos 2\,y_3) - n \sin 2\,y_3 \cos y_2$$

$$n = \frac{x_3}{2(x_1 - x_2)} = \frac{1}{2}\,\frac{\xi_3^2 + \eta_3^2}{2x_1 - (\xi_2^2 + \eta_2^2)} = \frac{1}{2}\,\frac{\xi_3^2 + \eta_3^2}{2x_1 - \varrho},$$

$$\varrho = \xi_2^2 + \eta_2^2$$

$$m_1 = n(1 - \cos 2y_3) = 2n \sin^2 y_3 = \frac{\eta_3^2}{2x_1 - (\xi_2^2 + \eta_2^2)}$$

$$= \frac{\eta_3^2}{2x_1 - \varrho}$$

$$m_2 = n \sin 2y_3 = \frac{\xi_3\,\eta_3}{2x - (\xi_2^2 + \eta_2^2)} = \frac{\xi_3\,\eta_3}{2x_1 - \varrho}$$

Für die Einsetzung der kanonischen Elemente (c) brauchen wir noch die Grössen:

$$x_3 = \frac{\xi_3^2 + \eta_3^2}{2}$$

$$\cos y_3 = \frac{\xi_3}{\sqrt{\xi_3^2 + \eta_3^2}}, \qquad \sin y_3 = \frac{\eta_3}{\sqrt{\xi_3^2 + \eta_3^2}}$$

$$\cos 2y_3 = \frac{\xi_3^2 - \eta_3^2}{\xi_3^2 + \eta_3^2}, \qquad \sin 2y_3 = \frac{2\xi_3\,\eta_3}{\xi_3^2 + \eta_3^2}$$

$$e^2 = \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{x_1}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{4x_1}\right)$$

$$e = \frac{\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}}{\sqrt{x_1}}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{8x_1} - \frac{(\xi_2^2 + \eta_2^2)^2}{128x_1^2} + \ldots\right)$$

$$e^3 = \frac{\left(\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}\right)^3}{x_1\sqrt{x_1}}\left(1 - \frac{3}{8}\,\frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{x_1} + \ldots\right)$$

$$e^4 = \frac{\xi_2^4 + \eta_2^4 + 2\xi_2^2\,\eta_2^2}{x_1^2}$$

$$\cos y_2 = \frac{\xi_2}{\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}}$$

$$e \cos y_2 = \frac{\xi_2}{\sqrt{x_1}}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \cos y_2 = \frac{\xi_2\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}}{x_1}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \cos y_2 = \frac{(\xi_2^2 + \eta_2^2)\,\xi_2}{\sqrt{x_1^3}}$$

$$\cos 2y_2 = \frac{\xi_2^2 - \eta_2^2}{\xi_2^2 + \eta_2^2}$$

$$e \cos 2y_2 = \frac{\xi_2^2 - \eta_2^2}{\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}} \frac{1}{\sqrt{x_1}} \left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \cos 2y_2 = \frac{\xi_2^2 - \eta_2^2}{x_1} \left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \cos 2y_2 = \frac{\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}}{\sqrt{x_1^3}} (\xi_2^2 - \eta_2^2)$$

$$e^4 \cos 2y_2 = \frac{\xi_2^4 - \eta_2^4}{x_1^2}$$

$$\cos 3y_2 = \xi_2 \frac{\xi_2^2 - 3\eta_2^2}{(\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2})^3}$$

$$e \cos 3\, y_2 = \frac{\xi_2}{\sqrt{x_1}} \frac{\xi_2^2 - 3\eta_2^2}{\xi_2^2 + \eta_2^2} \left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \cos 3y_2 = \frac{\xi_2}{x_1} \frac{\xi_2^2 - 3\eta_2^2}{\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}} \left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \cos 3y_2 = \frac{\xi_2}{\sqrt{x_1^3}} (\xi_2^2 - 3\eta_2^2)$$

$$e^4 \cos 3y_2 = \xi_2 \frac{\xi_2^2 - 3\eta_2^2}{x_1^2} \sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}$$

$$\cos 4y_2 = \frac{\xi_2^4 + \eta_2^4 - 6\xi_2^2\eta_2^2}{(\xi_2^2 + \eta_2^2)^2}$$

$$e \cos 4y_2 = \frac{\xi_2^4 + \eta_2^4 - 6\xi_2^2\eta_2^2}{\sqrt{x_1}\,(\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2})^3} \left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \cos 4y_2 = \frac{\xi_2^4 + \eta_2^4 - 6\xi_2^2\eta_2^2}{x_1\,(\xi_2^2 + \eta_2^2)} \left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \cos 4y_2 = \frac{\xi_2^4 + \eta_2^4 - 6\xi_2^2\eta_2^2}{\sqrt{x_1^3}\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}} \left(1 - \frac{3}{8} \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{x_1}\right)$$

$$e^4 \cos 4y_2 = \frac{\xi_2^{\,4} + \eta_2^{\,4} - 6\xi_2^{\,2}\eta_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}$$

$$\sin y_2 = \frac{\eta_2}{\sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}}$$

$$e \sin y_2 = \frac{\eta_2}{\sqrt{x_1}}\left(1 - \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \sin y_2 = \frac{\eta_2 \sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}}{x_1}\left(1 - \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \sin y_2 = \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{\sqrt{x_1^{\,3}}}\,\eta_2$$

$$\sin 2y_2 = \frac{2\xi_2\eta_2}{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}$$

$$e \sin 2y_2 = \frac{2\xi_2\eta_2}{\sqrt{x_1}\sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}}\left(1 - \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \sin 2y_2 = \frac{2\xi_2\eta_2}{x_1}\left(1 - \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \sin 2y_2 = \frac{\sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}}{\sqrt{x_1^{\,3}}}\,2\xi_2\eta_2$$

$$e^4 \sin 2y_2 = 2\xi_2\eta_2\,\frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}$$

$$\sin 3y_2 = \eta_2\,\frac{3\xi_2^{\,2} - \eta_2^{\,2}}{\left(\sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}\right)^3}$$

$$e \sin 3y_2 = \frac{\eta_2}{\sqrt{x_1}}\,\frac{3\xi_2^{\,2} - \eta_2^{\,2}}{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}\left(1 - \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \sin 3y_2 = \frac{\eta_2}{x_1}\,\frac{3\xi_2 - \eta_2^{\,2}}{\sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}}\left(1 - \frac{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \sin 3y_2 = \eta_2\,\frac{3\xi_2^{\,2} - \eta_2^{\,2}}{\sqrt{x_1^{\,3}}}$$

$$e^4 \sin 3y_2 = \eta_2\,\frac{3\xi_2^{\,2} - \eta_2^{\,2}}{x_1^{\,2}}\sqrt{\xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}}$$

$$\sin 4y_2 = \frac{4\xi_2\eta_2(\xi_2^2 - \eta_2^2)}{(\xi_2^2 + \eta_2^2)^2}$$

$$e \sin 4y_2 = \frac{4\xi_2\eta_2\,(\xi_2^2 - \eta_2^2)}{\sqrt{x_1}\left(\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}\right)^3}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{8x_1}\right)$$

$$e^2 \sin 4y_2 = \frac{4\xi_2\eta_2\,(\xi_2^2 - \eta_2^2)}{x_1\,(\xi_2^2 + \eta_2^2)}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{4x_1}\right)$$

$$e^3 \sin 4y_2 = \frac{4\xi_2\eta_2\,(\xi_2^2 - \eta_2^2)}{\sqrt{x_1^3}\sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2}}\left(1 - \frac{3}{8}\frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{x_1}\right)$$

$$e^4 \sin 4y_2 = \frac{4\xi_2\eta_2}{x_1^2}(\xi_2^2 - \eta_2^2)$$

Mit den letzteren Formeln transformieren wir leicht die Reihe für r, Dziobek l. c., p. 24. (7) und finden

$$(7)\left\{\begin{aligned} r = {} & x_1^2 + x_1\frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{2} - \frac{(\xi_2^2 + \eta_2^2)^2}{8} - \\ & - \cos y_1 \xi_2 x_1^{3/2}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{2\,x_1}\right) + \sin y_1\,\eta_2\,x_1^{3/2}\left(1 - \frac{\xi_2^2 + \eta_2^2}{2\,x_1}\right) \\ & - \cos 2\,y_1\left[\frac{\xi_2^2 - \eta_2^2}{2}x_1 - \frac{11}{24}(\xi_2^4 - \eta_2^4)\right] \\ & + \sin 2\,y_1\left[\xi_2\eta_2 x_1 - \frac{11}{12}(\xi_2^2 + \eta_2^2)\,\xi_2\,\eta_2\right] \\ & - \frac{3}{8}\cos 3\,y_1\,\xi_2\,x_1^{1/2}\,(\xi_2^2 - 3\,\eta_2^2) \\ & + \frac{3}{8}\sin 3\,y_1\,\eta_2\,x_1^{1/2}\,(3\,\xi_2^2 - \eta_2^2) \\ & - \frac{1}{3}\cos 4\,y_1\,(\xi_2^4 + \eta_2^4 - 6\,\xi_2^2\,\eta_2^2) \\ & + \frac{4}{3}\sin 4\,y_1\,\xi_2\,\eta_2\,(\xi_2^2 - \eta_2^2) \end{aligned}\right.$$

Wenn man weiter den Ausdruck K mit Hilfe der Reihen Dziobek l. c., p. 24. (8), (10) auswertet und kanonische (c) einsetzt, so zeigt sich:

$$
(8)\left\{
\begin{aligned}
K = (1-m_1)\Big\{ & -\frac{3}{2}\,\xi_2 x_1^{3/2}\left(1-\frac{\xi_2^2+\eta_2^2}{8\,x_1}\right)+x_1^2\cos y_1 \\
& +\cos y_1\left(-\frac{3}{8}\,\xi_2^2 x_1-\frac{5}{8}\eta_2^2 x_1+\frac{23}{192}\,\xi_2^4+\frac{19}{192}\,\eta_2^4+\frac{7}{32}\xi_2^2\eta_2^2\right) \\
& +\sin y_1\left(-\frac{\xi_2\,\eta_2\,x_1}{4}-\frac{\xi_2^2+\eta_2^2}{48}\,\xi_2\,\eta_2\right) \\
& +\cos 2\,y_1\left(\frac{\xi_2}{2}\,x_1^{3/2}-\frac{19}{48}\,\xi_2^3\,x_1^{1/2}-\frac{9}{16}\,\xi_2\,\eta_2^2 x_1^{1/2}\right)+ \\
& +\sin 2\,y_1\left(-\frac{\eta_2}{2}\,x_1^{3/2}+\frac{15}{48}\,\xi_2^2\,\eta_2\,x^{1/2}+\frac{23}{48}\,\eta_2^3 x_1^{1/2}\right) \\
& +\cos 3\,y_1\left[\frac{3}{8}\,(\xi_2^2-\eta_2^2)\,x_1-\frac{9}{64}\,\xi_2^2\,\eta_2^2-\frac{57}{128}\,\xi_2^4+\frac{63}{128}\,\eta_2^4\right] \\
& +\sin 3\,y_1\left(-\frac{3}{4}\,\xi_2\,\eta_2\,x_1+\frac{27}{32}\,\xi_2^3\,\eta_2+\frac{33}{32}\,\xi_2\,\eta_2^3\right) \\
& +\cos 4\,y_1\,\frac{\xi_2}{3}\,(\xi_2^2-3\,\eta_2^2)\,x_1^{1/2} \\
& +\sin 4\,y_1\,\frac{\eta_2}{3}\,(\eta_2^2-3\,\xi_2^2)\,x_1^{1/2} \\
& +\cos 5\,y_1\,\frac{125}{284}\,(\xi_2^4+\eta_2^4-6\xi_2^2\eta_2^2) \\
& -\sin 5\,y_1\,\frac{125}{96}\,\xi_2\cdot\eta_2\,(\xi_2^2-\eta_2^2)\Big\} \\
+m_2\Big\{ & -\frac{3}{2}\,\eta_2 x_1^{3/2}\left(1-\frac{\xi_2^2+\eta_2^2}{8\,x_1}\right)+ \\
& +\cos y_1\,\frac{\xi_2\eta_2}{4}\,x_1 \\
& +\sin y_1\left[-x_1^2+\frac{5}{8}\,\xi_2^2\,x_1+\frac{3}{8}\,\eta_2^2\,x_1\right] \\
& +\cos 2\,y_1\left[-\frac{\eta_2}{2}\,x_1^{3/2}+\frac{19}{48}\,\eta_2^3\,x_1^{1/2}+\frac{9}{16}\,\xi_2^2\,\eta_2\,x_1^{1/2}\right]+ \\
& +\sin 2\,y_1\left[-\frac{\xi_2}{2}\,x_1^{3/2}+\frac{23}{48}\,\xi_2^3\,x_1^{1/2}+\frac{15}{48}\,\xi_2\,\eta_2^2\,x_1^{1/2}\right] \\
& -\cos 3\,y_1\,\frac{3}{4}\,\xi_2\,\eta_2\,x_1- \\
& -\sin 3\,y_1\,\frac{3}{8}\,(\xi_2^2-\eta_2^2)\,x_1 \\
& -\cos 4\,y_1\,\frac{\eta_2}{3}\,x_1^{3/2}\,(3\xi_2^2-\eta_2^2)
\end{aligned}
\right.
$$

$$-\sin 4\, y_1\, \frac{\xi_2}{3}\, x_1^{3/2} (\xi_2^{\,2} - 3\,\eta_2^{\,2})\Big\}$$

$$m_1 = \frac{\eta_3^{\,2}}{2\,x_1 - \varrho},\quad m_2 = \frac{\xi_3\,\eta_3}{2\,x_1 - \varrho},\quad \varrho = \xi_2^{\,2} + \eta_2^{\,2}.$$

Für die periodischen Lösungen (3) im Falle $e' = 0$ ist:

$$\left\{\begin{aligned}
&\frac{\partial K}{\partial x_1} = 2x_1 \cos y_1 = 1, \quad \frac{\partial K}{\partial \xi_2} = -\frac{3}{2} x_1^{\,3/2} + x_1^{\,3/2}\,\frac{\cos 2y_1}{2} = -\frac{7}{4} \\
&\qquad\qquad \frac{\partial K}{\partial \xi_3} = 0 \\
&\frac{\partial K}{\partial y_1} = -x_1^{\,2} \sin y_1 = \mp \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{\partial K}{\partial \eta_2} = -\frac{x_1^{\,3/2} \sin 2y_1}{2} = \mp \frac{\sqrt{3}}{4} \\
&\qquad\qquad \frac{\partial K}{\partial \eta_3} = 0 \\
&\frac{\partial r}{\partial x_1} = 2x_1 = 2, \quad \frac{\partial r}{\partial \xi_2} = -x_1^{\,3/2} \cos y_1 = -\frac{1}{2}, \quad \frac{\partial r}{\partial \xi_3} = 0 \\
&\frac{\partial r}{\partial y_1} = 0 \qquad \frac{\partial r}{\partial \eta_2} = x_1^{\,3/2} \sin y_1 = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{\partial r}{\partial \eta_3} = 0
\end{aligned}\right.$$

Mit Hilfe der Gleichungen (6) finden wir daher für die festen Punkte resp. L_5, L_4:

$$(9)\left\{\begin{aligned}
&F_{11} = 3n' - 9\mu, \quad F_{12} = \pm \frac{3}{2}\sqrt{3}\,\mu, \quad F_{13} = \frac{27}{4}\mu, \\
&\qquad F_{22} = \frac{9}{4}\mu, \quad F_{23} = \pm \frac{15}{8}\sqrt{3}\,\mu \\
&\qquad F_{33} = -n' + \frac{63}{16}\mu, \\
&F_{14} = \mp \frac{3\sqrt{3}}{4}\mu, \quad F_{15} = 0, \quad F_{16} = 0, \\
&F_{24} = \frac{27}{8}\mu, \quad F_{25} = 0, \quad F_{26} = 0, \\
&F_{34} = \pm \frac{57}{16}\sqrt{3}\,\mu, \quad F_{35} = 0, \quad F_{36} = 0, \\
&F_{44} = -n' + \frac{45}{16}\mu, \quad F_{45} = 0, \quad F_{46} = 0, \\
&\qquad F_{55} = -n' \quad F_{56} = 0, \\
&\qquad F_{66} = -n'
\end{aligned}\right.$$

$$F_{ik} = F_{ki} \qquad n' = \sqrt{1+\mu}$$

Die Gleichungen (6), (7), (8), (9) erlauben einige Schlüsse aus unseren Entwickelungen zu ziehen.

Wir bekommen für die Derivationen (9) dieselben Werte wie Herr Linders, bloss F_{5k} F_{6k} sind präziser dargestellt. Wir haben aber erst die fünfte Potenz der Exzentrizität vernachlässigt und nach der grösser vorausgesetzten Neigung überhaupt nicht entwickelt.

Dies war eigentlich von vornherein zu erwarten. Wir haben in (6) die zweiten Derivationen als gewisse homogene Funktionen der ersten Derivationen von K, r ausgedrückt, und weiter die dritten Derivierten (nötig für weitere Approximationen) als homogene Funktionen der zweiten und ersten Derivationen.

Wir fixieren unsere Approximation, welche δx^2, $\mu e' \delta x$.. vernachlässigt, es geht also in den Ableitungen um den festen L_5 (L_4) Punkt.

Dann genügt es in der Tat die Entwickelungen K, r auf Glieder ersten Grades in ξ_2, η_2, ξ_3 η_3, zu beschränken, da die übrigen nach dem Derivieren diese Grössen — die ja zum Schluss gleich Null zu setzen sind — als Faktor enthalten.

Ich habe jedoch die Entwickelungen weiter geführt, um ihre Einfachheit zu zeigen, und da sie auch bei weiteren Approximationen und beim Anschluss an das bewegliche L_5 (L_4) Zentrum nicht ohne Nutzen sein dürften.

Die Linderssche Grösse ϱ ($\Delta^2 = 1 + \varrho$) erfordert gleich in erster Näherung zweimaliges Derivieren. Wenn man sie behalten will, so kann man auch mit Hilfe derselben so urteilen:

Denken wir uns die Störungsfunktion nach Potenzen von ϱ entwickelt; wenn man dann zweimal deriviert, so enthalten alle Glieder, deren Exponent ursprünglich grösser als zwei war, ϱ als Faktor.

In dem Librationspunkt verschwindet ϱ und es ist daher nicht angebracht höhere Potenzen als die zweite in erster Mäherung mitzunehmen.

Dagegen gestalten sich die weiteren Annäherungen mit Hilfe der Grösse ϱ viel weitläufiger.

Nach (9) zerspalten sich die Gleichungen (10) in zwei von einander unabhängige Systeme (§ 3.). Es sind daher die Schwingungen in der Bahn-Ebene durch die Neigung (bis auf zweite Potenzen der Variationen), gar nicht beeinflusst.

Vielmehr geht die ganze Bewegung so vor sich, dass

(II.) Die Knotenlinie und die Neigung eine Oscillation um eine gewisse mittlere Lage ohne saeculare Aenderung ausführen.

§ 3. Analytische Störungsausdrücke der Bahnen der Jupitergruppe.

Wir gehen jetzt zur Integration unserer linearen Differentialgleichungen (5). Mit Hilfe der Werte (9) zerspalten sich dieselben — wie erwähnt — in die zwei voneinander unabhängigen Systeme.

$$(10)\quad \begin{cases} \frac{d}{dt}\delta x_1 = \quad F_{21}\,\delta x_1 + F_{22}\,\delta y_1 + F_{23}\,\delta\xi_2 + F_{24}\,\delta\eta_2 \\ \frac{d}{dt}\delta y_1 = -F_{11}\,\delta x_1 - F_{12}\,\delta y_1 - F_{13}\,\delta\xi_2 - F_{14}\,\delta\eta_2 \\ \frac{d}{dt}\delta\xi_2 = \quad F_{41}\,\delta x_1 + F_{42}\,\delta y_1 + F_{43}\,\delta\xi_2 + F_{44}\,\delta\eta_2 \\ \frac{d}{dt}\delta\eta_2 = -F_{31}\,\delta x_1 - F_{32}\,\delta y_1 - F_{33}\,\delta\xi_2 - F_{34}\,\delta\eta_2 \end{cases}$$

$$(11)\quad \begin{cases} \frac{d}{dt}\delta\xi_3 = \quad F_{66}\,\delta\eta_3 \\ \frac{d}{dt}\delta\eta_3 = -F_{55}\,\delta\xi_3 \end{cases}$$

Die Gleichungen (11) besitzen das Integral

$$\begin{cases} \delta\xi_3 = 2\varepsilon_1 \cos\nu_3 t + 2\varepsilon_2 \sin\nu_3 t \\ \delta\eta_3 = 2\eta_1 \cos\nu_3 t + 2\eta_2 \sin\nu_3 t \end{cases}$$

Wenn man die Integrationskonstanten durch die Anfangskoordinaten der Bewegung ausdrückt, so wird:

$$(12) \begin{cases} \delta\xi_3 = \delta\xi^0_3 \cos \nu_3 t - \delta\eta_3{}^0 \sin \nu_3 t \\ \delta\eta_3 = \delta\eta_3{}^0 \cos \nu_3 t + \delta\xi_3{}^0 \sin \nu_3 t \end{cases}$$

Man findet weiter $\nu_3 = \sqrt{F_{55}\, F_{66}} = n' = \sqrt{1+\mu} = \frac{2\pi}{\tau_3}$

Die Periode τ_3 der Oscillationen der Neigung und der Knoten (§ 2. II.) ist daher gleich der Umlaufszeit des störenden Planeten.

Zur Behandlung der Gleichungen (10) machen wir den Ansatz

$$(13) \begin{cases} \delta x_1 = 2\alpha_1 \cos \nu_1 t + 2\alpha_2 \sin \nu_1 t + 2\alpha_3 \cos \nu_2 t + 2\alpha_4 \sin \nu_2 t \\ \delta y_1 = 2\beta_1 \cos \nu_1 t + 2\beta_2 \sin \nu_1 t + 2\beta_3 \cos \nu_2 t + 2\beta_4 \sin \nu_2 t \\ \delta\xi_2 = 2\gamma_1 \cos \nu_1 t + 2\gamma_2 \sin \nu_1 t + 2\gamma_3 \cos \nu_2 t + 2\gamma_4 \sin \nu_2 t \\ \delta\eta_2 = 2\delta_1 \cos \nu_1 t + 2\delta_2 \sin \nu_1 t + 2\delta_3 \cos \nu_2 t + 2\delta_4 \sin \nu_2 t \end{cases}$$

Nach den gefundenen Werten (9) gestaltet sich die weitere Rechnung ganz analog derjenigen des Herrn Linders l. c., p. 17. Da wir ausserdem die periodische Lösung L_4 berücksichtigen wollen, führen wir dieselbe in extenso und erlauben uns zugleich einige Versehen der zitierten Abhandlung zu rektifizieren.

Die Gleichungen (13) enthalten sechzehn Integrationskonstanten. Durch Einsetzung in (10) gewinnen wir sechzehn Gleichungen (14*a*), (14*b*), davon aber nur zwölf sind unabhängig voneinander. Vier Gleichungen (18) geben die Anfangsbedingungen der Bewegung. Die Konstanten sind daher leicht zu bestimmen.

Die erwähnte Einsetzung gibt.

$$(14a) \begin{cases} -\nu_1\, 2\alpha_2 = -F_{12}\, 2\alpha_1 - F_{22}\, 2\beta_1 - F_{23}\, 2\gamma_1 - F_{24}\, 2\delta_1 \\ -\nu_1\, 2\beta_2 = +F_{11}\, 2\alpha_1 + F_{12}\, 2\beta_1 + F_{13}\, 2\gamma_1 + F_{14}\, 2\delta_1 \\ -\nu_1\, 2\gamma_2 = -F_{14}\, 2\alpha_1 - F_{24}\, 2\beta_1 - F_{34}\, 2\gamma_1 - F_{44}\, 2\delta_1 \\ -\nu_1\, 2\delta_2 = +F_{13}\, 2\alpha_1 + F_{23}\, 2\beta_1 + F_{33}\, 2\gamma_1 + F_{34}\, 2\delta_1 \end{cases}$$

$$(14b) \begin{cases} -\nu_1\, 2\alpha_1 = F_{12}\, 2\alpha_2 + F_{22}\, 2\beta_2 + F_{23}\, 2\gamma_2 + F_{24}\, 2\delta_2 \\ -\nu_1\, 2\beta_1 = -F_{11}\, 2\alpha_2 - F_{12}\, 2\beta_2 - F_{13}\, 2\gamma_2 - F_{14}\, 2\delta_2 \\ -\nu_1\, 2\gamma_1 = +F_{14}\, 2\alpha_2 + F_{24}\, 2\beta_2 + F_{34}\, 2\gamma_2 + F_{44}\, 2\delta_2 \\ -\nu_1\, 2\delta_1 = -F_{13}\, 2\alpha_2 - F_{23}\, 2\beta_2 - F_{33}\, 2\gamma_2 - F_{34}\, 2\delta_2 \end{cases}$$

und ähnlich acht Gleichungen für $\nu_2, \alpha_3, \alpha_4, \beta_3, \beta_4, \gamma_3, \gamma_4, \delta_3, \delta_4$.

Wir eliminieren die Konstanten mit geradem Index und erhalten acht (16—8) Gleichungen (15*a*), (15*b*), von denen, aber nur vier (12—8) unabhängig sind. Wenn wir dazu die

Anfangsbedingungen der Bewegung (18) hinzufügen, so werden unsere Konstanten mit geradem Index bestimmt und diejenigen mit ungeraden aus (14a) erhalten.

Die Elimination giebt zwei Systeme von der Form:

$$(15a)\quad \left|\begin{array}{l} \bar{b}_{11}\, 2\alpha_1 + b_{13}\, 2\gamma_1 + b_{14}\, 2\delta_1 = 0 \\ \bar{b}_{22}\, 2\beta_1 + b_{23}\, 2\gamma_1 + b_{24}\, 2\delta_1 = 0 \\ b_{31}\, 2\alpha_1 + b_{32}\, 2\beta_1 + \bar{b}_{33}\, 2\gamma_1 = 0 \\ b_{41}\, 2\alpha_1 + b_{42}\, 2\beta_1 + \bar{b}_{44}\, 2\delta_1 = 0 \end{array}\right|$$

$$(15b)\quad \left|\begin{array}{l} \bar{\bar{b}}_{11}\, 2\alpha_3 + b_{13}\, 2\gamma_3 + b_{14}\, 2\delta_3 = 0 \\ \bar{\bar{b}}_{22}\, 2\beta_3 + b_{23}\, 2\gamma_3 + b_{24}\, 2\delta_3 = 0 \\ b_{31}\, 2\alpha_3 + b_{32}\, 2\beta_3 + \bar{\bar{b}}_{33}\, 2\gamma_3 = 0 \\ b_{41}\, 2\alpha_3 + b_{42}\, 2\beta_3 + \bar{\bar{b}}_{44}\, 2\delta_3 = 0 \end{array}\right|$$

resp. für $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \delta_1, (\nu_1)$, (15$a$) und für $\alpha_3, \beta_3, \gamma_3, \delta_3, (\nu_2)$, (15$b$).

Da, wie gesagt, je nur zwei Gleichungen von einander unabhängig sind, wählen wir je erste und dritte für weitere Rechnung. Ihre Koefficienten sind

$$(16)\quad \left\{\begin{array}{l}
\bar{b}_{11} = -\nu_1^2 - F_{12}^2 + F_{11}F_{22} - F_{14}F_{23} + F_{13}F_{24} = \\
\qquad = (\beta_{11} - \varkappa_1)\,\mu^2 \\
\bar{\bar{b}}_{11} = -\nu_2^2 - F_{12}^2 + F_{11}F_{22} - F_{14}F_{23} + F_{13}F_{24} = \\
\qquad = -1 + \frac{25}{2}\mu + (\beta_{11} - \varkappa_2)\,\mu^2 \\
b_{13} = -F_{12}F_{23} + F_{13}F_{22} - F_{23}F_{34} + F_{33}F_{24} = \\
\qquad = -\frac{27}{8}\mu + \beta_{13}\mu_2 \\
b_{14} = -F_{12}F_{24} + F_{14}F_{22} - F_{23}F_{44} + F_{34}F_{24} = \\
\qquad = \pm\frac{15}{8}\sqrt{3}\mu + \beta_{14}\mu^2 \\
b_{31} = -F_{12}F_{14} + F_{11}F_{24} - F_{14}F_{34} + F_{13}F_{44} = \\
\qquad = \frac{27}{8}\mu + \beta_{31}\mu^2 \\
b_{32} = -F_{22}F_{14} + F_{12}F_{24} - F_{34}F_{24} + F_{23}F_{44} = \\
\qquad = \mp\frac{15}{8}\sqrt{3}\mu + \beta_{32}\mu^2 \\
\bar{b}_{33} = -F_{23}F_{14} + F_{13}F_{24} - \nu_1^2 - F_{34}^2 + F_{33}F_{44} = \\
\qquad = 1 - \frac{25}{2}\mu + (\beta_{33} - \varkappa_1)\,\mu^2 \\
\bar{\bar{b}}_{33} = -F_{23}F_{14} + F_{13}F_{24} - \nu_2^2 - F_{34}^2 + F_{33}F_{44} = \\
\qquad = (\beta_{33} - \varkappa_2)\,\mu^2
\end{array}\right.$$

$$\nu_1^2 = \frac{27}{4}\mu + \varkappa_1\mu^2, \quad \nu_2^2 = 1 - \frac{23}{4}\mu + \varkappa_2\mu^2$$

ν_1, ν_2 sind Wurzeln der charakteristischen Determinante (Δ) von (10) $\lambda = + i\nu$.

$$(17) \quad \Delta = \begin{vmatrix} -\lambda + F_{12} & F_{22} & F_{23} & F_{24} \\ -F_{11} & -\lambda - F_{12} & -F_{13} & -F_{14} \\ F_{14} & F_{24} & -\lambda + F_{34} & F_{44} \\ -F_{13} & -F_{23} & -F_{33} & -\lambda - F_{34} \end{vmatrix} = 0$$

Die Grössen β_{11}, β_{13}, ... $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ von denen indessen nur $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, β_{11}, β_{33} im Resultat (in den Störungsausdrücken) erscheinen, sind aus (16), (17) leicht zu finden.

Die Anfangsbedingungen der Bewegung liefern für $t = 0$.

$$(18) \quad \begin{cases} \delta x_1^0 = 2\alpha_1 + 2\alpha_3 \\ \delta y_1^0 = 2\beta_1 + 2\beta_3 \\ \delta \xi_2^0 = 2\gamma_1 + 2\gamma_3 \\ \delta \eta_2^0 = 2\delta_1 + 2\delta_3 \end{cases}$$

Mit Benützung der Gleichungen (15), (16) finden wir

$$(19) \quad \begin{cases} 2\alpha_1 = \dfrac{\bar{\bar{b}}_{11}\delta x_1^0 + b_{13}\delta\xi_2^0 + b_{14}\delta\eta_2^0}{\bar{\bar{b}}_{11} - \bar{b}_{11}} \\ 2\alpha_3 = \dfrac{\bar{b}_{11}\delta x_1^0 + b_{13}\delta\xi_2^0 + b_{14}\delta\eta_2^0}{\bar{b}_{11} - \bar{\bar{b}}_{11}} \\ 2\gamma_1 = \dfrac{\bar{\bar{b}}_{33}\delta\xi_2^0 + b_{31}\delta x_1^0 + b_{32}\delta y_1^0}{\bar{\bar{b}}_{33} - \bar{b}_{33}} \\ 2\gamma_3 = \dfrac{\bar{b}_{33}\delta\xi_2^0 + b_{31}\delta x_1^0 + b_{32}\delta y_1^0}{\bar{b}_{33} - \bar{\bar{b}}_{33}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\beta_1 = -\dfrac{1}{b_{32}}\left\{ b_{31}\dfrac{\bar{\bar{b}}_{11}\delta x_1^0 + b_{13}\delta\xi_2^0 + b_{14}\delta\eta_2^0}{\bar{\bar{b}}_{11} - \bar{b}_{11}} + \right. \\ \qquad\qquad \left. + \bar{b}_{33}\dfrac{\bar{\bar{b}}_{33}\delta\xi_2^0 + b_{31}\delta x_1^0 + b_{32}\delta y_1^0}{\bar{\bar{b}}_{33} - \bar{b}_{33}} \right\} \\ 2\delta_1 = -\dfrac{1}{b_{14}}\left\{ \bar{b}_{11}\dfrac{\bar{\bar{b}}_{11}\delta x_1^0 + b_{13}\delta\xi_2^0 + b_{14}\delta\eta_2^0}{\bar{\bar{b}}_{11} - \bar{b}_{11}} + \right. \\ \qquad\qquad \left. + b_{13}\dfrac{\bar{\bar{b}}_{33}\delta\xi_2^0 + b_{31}\delta x_1^0 + b_{32}\delta y_1^0}{\bar{\bar{b}}_{33} - \bar{b}_{33}} \right\}. \end{cases}$$

$$(20)\left\{\begin{aligned}2\beta_3 &= -\frac{1}{b_{32}}\left\{b_{31}\frac{\overline{b}_{11}\delta x_1{}^0+b_{13}\delta\xi_2{}^0+b_{14}\delta\eta_2{}^0}{\overline{b}_{11}-\overline{\overline{b}}_{11}}+\right.\\ &\qquad\left.+\overline{\overline{b}}_{33}\frac{\overline{b}_{33}\delta\xi_2{}^0+b_{31}\delta x_1{}^0+b_{32}\delta y_1{}^0}{\overline{b}_{33}-\overline{\overline{b}}_{33}}\right\}\\ 2\delta_3 &= -\frac{1}{b_{14}}\left\{\overline{\overline{b}}_{11}\frac{\overline{b}_{11}\delta x_1{}^0+b_{13}\delta\xi_2{}^0+b_{14}\delta\eta_2{}^0}{\overline{b}_{11}-\overline{\overline{b}}_{11}}+\right.\\ &\qquad\left.+b_{13}\frac{\overline{b}_{33}\delta\xi_2{}^0+b_{31}\delta x_1{}^0+b_{32}\delta y_1{}^0}{\overline{b}_{33}-\overline{\overline{b}}_{33}}\right\}\end{aligned}\right.$$

und endlich die Konstanten mit geradem Index mittels (14a).

Aus den Ausdrücken für $\nu_1 = \frac{2\pi}{\tau_1}$, $\nu_2 = \frac{2\pi}{\tau_2}$ erhält man leicht die zwei Charlierschen Perioden der Störungsglieder, von denen die erste $\tau_1 = 12,46$ Jupiter-Umläufe $= 148$ Jahre, die zweite $\tau_2 = 1{\cdot}033$ Jupiter-Umläufe $= 12$ Jahre beträgt (mit Vernachlässigung von μ^2). Man vergl. davon Charlier Mech. d. Himmels II. Band p. 132.

Es sei noch hervorgehoben, dass (im Gegensatz zu Linders l. c.) hier die Anfangskoordinaten $\delta x_1{}^0$, $\delta y_1{}^0$, $\delta\xi_2{}^0$, $\delta\eta_2{}^0$, $\delta\xi_3{}^0$, $\delta\eta_3{}^0$ — vom schwingenden Zentrum aus zu messen sind, dessen Lage in der Epoche man mit Hilfe von (3) leicht findet.

Zum Schluss stellen wir die Resultate der etwas weitläufigen Rechnung, welche die gesuchten Störungsausdrücke der periodischen Bahnen angeben, zusammen.

Dieselbe enthalten alle Glieder ,welche noch etwa auf die fünfte Decimale Wirkung haben.

Das obere Vorzeichen gilt für die L_5, das untere für die L_4 Bahnen,

$$x_1 = \sqrt{a} = 1 + 2\alpha_1 \cos \nu_1 t + 2\alpha_2 \sin \nu_1 t + 2\alpha_3 \cos \nu_2 t + 2\alpha_4 \sin \nu_2 t$$

$$y_1 = \lambda - \lambda' = \pm 60^0 + 2\beta_1 \cos \nu_1 t + 2\beta_2 \sin \nu_1 t + 2\beta_3 \cos \nu_2 t + 2\beta_4 \sin \nu_2 t$$

$$\begin{aligned}\xi_2 = 2\sqrt[+]{a}\sin\frac{\varphi}{2}\cos(-\pi+\lambda') &= \sqrt{2(1-\sqrt{1-e'^2})}\cos(\mp 60^0-\pi'+\lambda')\\ &+ 2\gamma_1\cos\nu_1 t + 2\gamma_2 \sin\nu_1 t + 2\gamma_3\cos\nu_2 t + 2\gamma_4 \sin \nu_2 t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_2 = 2\sqrt[+]{a}\sin\frac{\varphi}{2}\sin(-\pi+\lambda') &= \sqrt{2(1-\sqrt{1-e'^2})}\sin(\mp 60-\pi'+\lambda')\\ &+ 2\delta_1\cos\nu_1 t + 2\delta_2 \sin\nu_1 t + 2\delta_3\cos\nu_2 t + 2\delta_4 \sin \nu_2 t\end{aligned}$$

$$\xi_3 = 2\sqrt[4]{a\cos^2\varphi}\sin\frac{i}{2}\cos(-\Omega+\lambda') = 2\varepsilon_1\cos\nu_3 t + 2\varepsilon_2\sin\nu_3 t$$

$$\eta_3 = 2\sqrt[4]{a\cos^2\varphi}\sin\frac{i}{2}\sin(-\Omega+\lambda') = 2\eta_1\cos\nu_3 t + 2\eta_2\sin\nu_3 t$$

Dabei sind die Koeffizienten der Störungsglieder, dargestellt als Potenzreihen nach $\sqrt{\mu}$, gegeben durch:

$$2\alpha_1 = +\delta x_1{}^0$$
$$+\mu\left(\frac{27}{8}\delta\xi_2{}^0 \mp \frac{15}{8}\sqrt{3}\,\delta\eta_2{}^0\right)$$

$$2\alpha_2 = +\sqrt{\mu}\left(\pm\delta x_1{}^0 + \frac{\sqrt{3}}{2}\delta y_1{}^0\right)$$

$$2\alpha_3 =$$
$$+\mu\left(-\frac{27}{8}\delta\xi_2{}^0 \pm \frac{15}{8}\sqrt{3}\,\delta\eta_2{}^0\right)$$

$$2\alpha_4 =$$
$$+\mu\left(\pm\frac{15}{8}\sqrt{3}\,\delta\xi_2{}^0 + \frac{27}{8}\delta\eta_2{}^0\right)$$

$$2\beta_1 = +\delta y_1{}^0$$
$$+\mu\left(\pm\frac{81}{40}\sqrt{3}\,\delta\xi_2{}^0 - \frac{27}{8}\delta\eta_2{}^0 \mp \frac{8\sqrt{3}}{45}(\beta_{33}-\varkappa_2)\,\delta\xi_2{}^0\right)$$

$$2\beta_2 = -\frac{1}{\sqrt{\mu}}\frac{2\sqrt{3}}{3}\delta x_1{}^0 \quad +\sqrt{\mu}\left(+\frac{5}{3}\sqrt{3}\,\delta x_1{}^0 \mp \delta y_1{}^0 - \frac{9}{4}\sqrt{3}\,\delta\xi_2{}^0 \pm \frac{15}{4}\delta\eta_2{}^0\right)$$

$$2\beta_3 =$$
$$+\mu\left(\mp\frac{81}{40}\sqrt{3}\,\delta\xi_2{}^0 + \frac{27}{8}\delta\eta_2{}^0 \pm \frac{8\sqrt{3}}{45}(\beta_{33}-\varkappa_2)\,\delta\xi_2{}^0\right)$$

$$2\beta_4 =$$
$$+\mu\left(+\frac{27}{8}\delta\xi_2{}^0 \mp \frac{39}{8}\sqrt{3}\,\delta\eta_2{}^0\right)$$

$$2\gamma_1 =$$
$$+\mu\left(-\frac{27}{8}\delta x_1{}^0 \pm \frac{15}{8}\sqrt{3}\,\delta y_1{}^0\right)$$

$$2\gamma_2 = +\sqrt{\mu}\left(\pm\frac{17}{20}\delta x_1{}^0 \pm \frac{16}{135}(\beta_{11}-\varkappa_1)\,\delta x_1{}^0\right)$$

$$2\gamma_3 = \quad + \delta\xi_2{}^0$$
$$+ \mu \left(\frac{27}{8}\,\delta x_1{}^0 \mp \frac{15}{8}\sqrt{3}\delta y_1{}^0\right)$$
$$2\gamma_4 = \quad - \delta\eta_2{}^0$$
$$+ \mu \left(\mp \frac{81}{40}\sqrt{3}\;\delta x_1{}^0 + \frac{27}{8}\,\delta y_1{}^0 \pm \frac{57}{16}\sqrt{3}\;\delta\xi_2{}^0 - \frac{9}{16}\,\delta\eta_2{}^0 \mp \right.$$
$$\left. \mp \frac{8}{45}\sqrt{3}\;(\beta_{11} - \varkappa_1)\;\delta x_1{}^0\right)$$

$$2\delta_1 =$$
$$+ \mu \left(\mp \frac{81}{40}\sqrt{3}\;\delta x_1{}^0 + \frac{27}{8}\,\delta y_1{}^0 \mp \frac{8\sqrt{3}}{45}\,(\beta_{11} - \varkappa_1)\;\delta x_1{}^0\right)$$
$$2\delta_2 = \quad - \sqrt{\mu}\;\frac{9}{4}\sqrt{3}\;\delta x_1{}^0$$
$$2\delta_3 = \quad + \delta\eta_2{}^0$$
$$+ \mu \left(\pm \frac{81}{40}\sqrt{3}\,\delta x_1{}^0 - \frac{27}{8}\,\delta y_1{}^0 \pm (\beta_{11} - \varkappa_1)\,\frac{8\sqrt{3}}{45}\,\delta x_1{}^0\right)$$
$$2\delta_4 = \quad + \delta\xi_2{}^0$$
$$+ \mu \left(\frac{27}{8}\,\delta x_1{}^0 \mp \frac{15}{8}\sqrt{3}\;\delta y^0{}_1 - \frac{9}{16}\,\delta\xi_2{}^0 \mp \frac{57}{16}\sqrt{3}\;\delta\eta_2{}^0\right)$$

$$2\varepsilon_1 = \quad + \delta\xi_3{}^0$$
$$2\varepsilon_2 = \quad - \delta\eta_3{}^0$$
$$2\eta_1 = \quad + \delta\eta_3{}^0$$
$$2\eta_2 = \quad + \delta\xi_3{}^0$$

$$\beta_{11} = + \frac{27}{8}, \qquad \beta_{33} = - \frac{27}{8}, \qquad \varkappa_1 = + \frac{675}{16}, \qquad \varkappa_2 = - \frac{675}{16},$$
$$\beta_{11} - \varkappa_1 = - \frac{621}{16}, \quad \beta_{33} - \varkappa_2 = + \frac{621}{16}$$

IV.

Direkte Bestimmung der gemeinsamen Punkte und Tangenten zweier Kegelschnitte, bei welchen zwei Axen in eine Gerade fallen.

Von **Franz Rogel** in Klagenfurt.

Mit 8 Abbildungen im Text.

Einleitung.

Die direkte Ermittlung der gemeinsamen Elemente zweier Kegelschnitte K_1, K_2, die nicht gezeichnet vorliegen, sondern nur durch ihre Axen gegeben sind, ist im Allgemeinen eine Aufgabe vierten Grades, die sich jedoch in besonderen Fällen, wie in dem hier zur Durchführung gelangenden Probleme, wo eine Axe $2m_1$ von K_1 mit einer Axe $2m_2$ von K_2 in eine Gerade Z fällt, auf eine Aufgabe zweiten Grades zurückführen und daher mittels Zirkel und Lineal allein lösen lässt.

Im Folgenden werden die einer möglichst einfachen, übersichtlichen und sicheren Verzeichnung der Schnittpunkte und gemeinsamen Tangenten dienlichen Sätze entwickelt.

Es bezeichnen n_1, n_2 die zu m_1, m_2 gehörenden Halbaxen, so dass $2m_1$, $2n_1$ die Axen von K_1 und $2m_2$, $2n_2$ jene von K_2 sind; $2a_1$, $2a_2$ die Haupt-, $2b_1$, $2b_2$ die Nebenaxen; $2e_1$, $2e_2$ die linearen Exzentrizitäten; F_1, G_1 die Brennpunkte von K_1, F_2, G_2 jene von K_2; A_1, A'_1; A_2, A'_2 die Hauptscheitel; B_1, B'_1; B_2, B'_2 die Nebenscheitel; O_1, O_2 die Mittelpunkte; s_1, s_2 die zu Z normalen gemeinsamen Sekanten, die Z in S_1, S_2 treffen; s_3, s_4, s_5, s_6 die anderen Sekanten, $O_1 O_2 = c$, $2p$ den Parabel-

parameter. Endlich soll der über $AB = d$ als Durchmesser geschlagene Kreis »der Überkreis von d« oder »der Punkte A, B« heissen.

I. Gemeinsame Punkte.

A) O_1, O_2 verschieden.

a) O_1, O_2 liegen im Endlichen.

K_1, K_2 legen einen Kegelschnittbüschel $\mathfrak{B}$ fest, zu dessen Individuen auch der durch die vier reellen oder imaginären Schnittpunkte M_1, M_2, M_3, M_4 gelegte Kreis $\mathfrak{K} = \mathfrak{O}(\mathfrak{r})$ und die konjugierten gemeinsamen Sekanten s_1, s_2; s_3, s_4; s_5, s_6 gehören. Die Gerade z schneidet $\mathfrak{B}$ in den reellen oder imaginären Scheiteln E_1, E'_1; E_2, E'_2, den Diametralpunkten ϑ_1, ϑ_2 von $\mathfrak{K}$, den Punkten S_1, S_2 von s_1, s_2, den Schnittpunkten δ_1, δ_2 von s_3, s_4; s_5, s_6 und in den auf z fallenden Kontingenzpunkten T_1, T_2 (Schnittpunkte gemeinsamer Tangenten)[1]), welche Punkte eine Involution $\mathfrak{J}$ bilden, deren Zentral- oder Gegenpunkt $\mathfrak{S}$ bestimmt ist durch

$$(1) \ldots \mathfrak{S}E_1 . \mathfrak{S}E'_1 = \mathfrak{S}E_2 . \mathfrak{S}E\,_2 = \mathfrak{S}\vartheta_1 . \mathfrak{S}\vartheta_2 = \mathfrak{S}S_1 . \mathfrak{S}S_2 = \mathfrak{S}T_1 . \mathfrak{S}T_2.$$

Hieraus folgt, dass die Überkreise der in z fallenden Axen $2m$, der Überkreis $\Sigma = \Omega(\varrho)$ von S_1S_2, jener von T_1T_2 und $\mathfrak{K}$ eine gemeinsame Potenzgerade $\mathfrak{P}$ besitzen, die z in $\mathfrak{S}$ trifft und daher zwei reelle oder imaginäre Punkte P, P' gemein haben.

Um auch imaginäre Elemente verwenden zu können bedarf es der Ersetzung derselben durch reelle.

Soll dies für das konjugierte auf g gelegene Punktepaar $\mathfrak{x} \pm i\mathfrak{y}$ bewirkt werden, wo die reelle Strecke $\mathfrak{x}$ einerseits durch den Koordinaten-Anfang A und andererseits durch den Punkt $\mathfrak{M}$ begrenzt ist, der die »Mitte« des Punktepaares heissen soll, so bestimme man zunächst einen Kreis $\mathfrak{K}$, der g in den gegebenen Punkten $\mathfrak{x} \pm i\mathfrak{y}$ schneidet. Es findet sich, dass sein Mittelpunkt O auf der in der »Mitte« $\mathfrak{M}$ auf g errichteten Senkrechten s liegt, während sein Radius $r = \sqrt{h^2 - \mathfrak{y}^2}$ ist, wo $h = O\mathfrak{M}$ und beliebig ist. Nichts hindert diesen Radius verschwinden zu lassen, wofür $h = \mathfrak{y}$ wird. Demnach gilt:

---

[1]) Staudigl, Neuere Geometrie, Wien.

(2) .... Ein konjugiertes Punktepaar $\mathfrak{x} \pm i\mathfrak{y}$ ist ersetzbar durch seinen Träger g und durch einen Kreis, dessen Radius gleich Null ist und dessen Zentrum $\mathfrak{N}$ sich im Abstande $\mathfrak{y}$ lotrecht über der Mitte des Punktepaares befindet.

Bezüglich der Doppelpunkte δ_1, δ_2 von $\mathfrak{I}$, die mit P, P' durch

$$\left.\begin{matrix}\overline{\mathfrak{S}\,\delta_1}^2 \\ \overline{\mathfrak{S}\,\delta_2}^2\end{matrix}\right\} = -\left\{\begin{matrix}\overline{\mathfrak{S}\,P}^2 \\ \overline{\mathfrak{S}\,P'}^2\end{matrix}\right.$$

zusammenhängen ist zu unterscheiden:

a) δ_1, δ^2 reell, folglich P, P' imaginär.

Da ϑ_1, ϑ_2 und S_1, S_2 durch δ_1, δ_2 harmonisch getrennt sind, so folgt

(3a) .... $$x^2 = \mathfrak{O}\delta_1 . \mathfrak{O}\delta_2, \quad 2\mathfrak{r} = \vartheta_1\vartheta_2,$$
$$\varrho^2 = \Omega\delta_1 . \Omega\delta_2, \quad 2\varrho = S_1 S_2$$

und liegen $\mathfrak{O}$, Ω ausserhalb von δ_1, δ_2.

b) δ_1, δ_2 imaginär, daher P, P' reell.

Es ist zufolge (1)

(3b) .... $\mathfrak{r} = \mathfrak{O}P = \mathfrak{O}P'$, $\varrho = \Omega P = \Omega P'$.

b) O_2 ∞ ferne.

O_2 (m_2) der Parabel K_2 geht in die Scheiteltangente $\mathfrak{i}$ über, welche die Potenzgerade von O_1 (m_1), O_2 (m_2), $\mathfrak{K}$ und Σ ist; der Zentralpunkt G coincidiert mit dem Parabelscheitel.

Lage des Mittelpunktes Ω von Σ.

a) O_1, O_2 liegen im Endlichen. (Abb. 1.)

Es sei O_1 Ursprung und z Abszissenaxe. Die Verbindenden der Mitte C (ξ, η) der gemeinsamen Sehne M_1, M_3 mit O_1 und O_2 ergeben die bezüglich K_1, K_2 zu M_1, M_3 konjugierten Richtungen, so dass, wenn $\sphericalangle\ M_1 M_3 z = \alpha$, $\sphericalangle\ C O_1 z = \varphi_1$, $\sphericalangle\ C O_2 z = \varphi_2$:

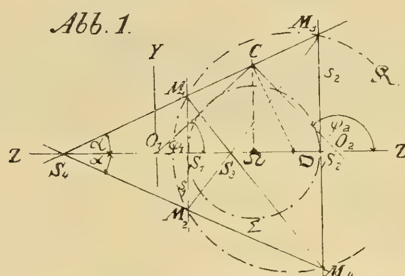
$$\tan\alpha, \tan\varphi_1 = \pm\frac{n_1^2}{m_1^2}, \tan\alpha. \tan\varphi_2 = \pm\frac{n_2^2}{m_2^2}, \ldots (5)$$

wo das positive Vorzeichen bei der Hyperbel, das negative bei der Ellipse Geltung hat. Ferner ist

$\Omega\ O_1 = \xi$, $C\ \Omega = \eta = \xi \tan \varphi_1 = (c - \xi) \tan \varphi_2$, $O_2\ \Omega = c - \xi$
daher $\xi \tan \alpha . \tan \varphi_1 = (c - \xi) \tan \alpha . \tan \varphi_2$,
somit zufolge (3)

$$(4) \ldots . \quad O_1 \Omega : \pm O_2 \Omega = \frac{n_2^2}{m_2^2} : \frac{n_1^2}{m_1^2},$$

wo das positive oder negative Vorzeichen von $\Omega O_2 = - O_2 \Omega$ gilt, je nachdem $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ gleichartig oder ungleichartig sind. Im ersteren Falle liegt Ω ausserhalb, im letzteren innerhalb von $O_1\ O_2$ und näher dem O_1 oder O_2. je nachdem $\frac{n_1^2}{m_1^2} \gtrless \frac{n_2^2}{m_2^2}$ ist.



b) O_2 ∞ ferne.

Es fällt entweder $2a_1$ oder $2b_1$ in die Parabelaxe;
$a_2 = b_2 = c = \infty$, $n_2^2 : m_2 = p$ (halber Parameter),
$c - \xi = \infty$, $(c - \xi) : m_2 = 1$ und (4) geht daher über in

$$(5) \ldots . \quad \xi = \pm p \frac{m_1^2}{n_1^2},$$

wo sich $+$ auf eine Hyperbel und $-$ auf eine Ellipse bezieht.

Ist $\mathbf{K}_1$ ein Kreis, so kommt $\xi = -p$, also unabhängig von c.

c) O_1 und O_2 ∞ ferne.

Es findet sich für $A_1\ S_1 = x$, $A_1\ A_2 = d$, $A_2\ S_2 = x - d$

$$(6) \ldots . \quad x : (x - d) = p_2 : p_1,$$

wo p_2, p_1 die Parametr bedeuten.

S_1 liegt daher innerhalb oder ausserhalb $A_1\ A_2$, je nachdem die Brennpunkte auf verschiedenen Seiten oder auf derselben Seite der Scheitel sich befinden.

Lage des Mittelpunktes $\mathfrak{O}$ von $\mathfrak{K}$.

a) O_1 und O_2 liegen im Endlichen. (Abb 1.)

Es ist $\Omega O_1 = \eta \operatorname{cotg} \varphi_1 \quad \Omega \mathfrak{O} = \eta \tan \alpha$,
$\Omega O_2 = \eta \operatorname{cotg} \varphi_2$,

woraus $\mathfrak{x} = \mathfrak{O} O_1 = \eta (\operatorname{cotg} \varphi_1 - \tan \alpha)$,
$\mathfrak{x} - c = \mathfrak{O} O_2 = \eta (\operatorname{cotg} \varphi_2 - \tan \alpha)$

und $\mathfrak{x} : (\mathfrak{x} - c) = (\operatorname{cotg} \varphi_1 . \operatorname{cotg} \alpha - 1) : (\operatorname{cotg} \varphi_2 \operatorname{cotg} \alpha - 1)$
folgt, somit nach (5)

$$(7) \ldots . \; \mathfrak{x} : (\mathfrak{x} - c) = \mathfrak{O} O_1 : \mathfrak{O} O_2 = \left(\pm \frac{m_1^2}{n_1^2} - 1\right) : \left(\pm \frac{m_2^2}{n_2^2} - 1\right)$$
$$= \frac{e_1^2}{n_1^2} : \frac{e_2^2}{n_2^2};$$

$\mathfrak{O}$ liegt daher ausserhalb oder innerhalb von $O_1 O_2$ je nachdem K_1, K_2 gleichartig sind oder nicht und näher dem O_1 oder O_2 liegen, je nachdem $\frac{e_1^2}{n_1^2} \lesseqgtr \frac{e^2_2}{n^2_2}$ ist.

b) O_2 ∞ ferne.

Aus (5) und (7) folgt

$$\mathfrak{x} - \frac{\mathfrak{x} - c}{e_2} . \frac{n_2^2}{e_2} . \frac{e_1^2}{n_1^2},$$

daher wegen $\lim \frac{\mathfrak{x} - c}{e_2} . \frac{n_2^2}{e_2} = p$

$$(8) \ldots . \; \mathfrak{x} = p \frac{e_1^2}{n_1^2}.$$

Der Potenzkreis.

a) Die nachfolgende Untersuchung erfordert die Lösung der Aufgabe: »Es ist der geometrische Ort der Punkte zu ermitteln, deren Potenzen bezüglich zweier gegebener reeller oder imaginärer Kreise

$$Z_1 = x^2 + y^2 - r_1^2 = o, \quad Z_2 = (x - c)^2 + y^2 - r_2^2 = o$$

unter dem Verhältnis $\pm k_1^2 : \pm k_2^2 = v$ stehen.

Versteht man unter »Potenz« des Punktes P bezüglich des Kreises $C(r)$ den Unterschied

$$Po^2 - r^2 = \pm k^2,$$

so ist diese positiv oder negativ, je nachdem P ausserhalb oder innerhalb von $C(r)$ liegt.[1])

[1]) J. Frischauf: »Elemente der Geometrie«, Graz.

Zwei Potenzen sollen gleichartig oder ungleichartig heissen, je nachdem sie gleich bezeichnet sind oder nicht.

Das Verhältnis v ist daher eine positive oder negative Grösse, je nachdem diese gleich- oder ungleichartig sind.

Zieht man auch ungleichartige Potenzen in den Kreis der Betrachtung, so ergibt sich:

(9) .... Der geometrische Ort der Punkte, deren Potenzen hinsichtlicht zweier gegebener Kreise $Z_1 = O_1(r), Z_2 = O_2(r_2)$ sich wie $\pm k_1^2 : k_2^2 = 1 : \pm m^2 = v$ verhalten, ist entweder der Kreis

$$(10_a) \quad \ldots \quad \mathfrak{Z}_1 = m^2 Z_1 - Z_2 = \left(x + \frac{c}{m^2 - 1}\right)^2 + y^2 - \mathfrak{r}_1^2 = 0,$$

$$\mathfrak{r}_1^2 = \frac{m^2 r_1^2 - r_2^2}{m^2 - 1} + \left(\frac{mc}{m^2 - 1}\right)^2,$$

oder

$$(10_b) \quad \ldots \quad \mathfrak{Z}_2 = m^2 Z_1 + Z_2 = \left(x - \frac{c}{m^2 + 1}\right)^2 + y^2 - \mathfrak{r}_2^2 = 0,$$

$$\mathfrak{r}_2^2 = \frac{m^2 r_1^2 + r_2^2}{m^2 + 1} - \left(\frac{mc}{m_2 + 1}\right)^2,$$

je nachdem das Potenzen-Verhältnis v positiv oder negativ ist.[1])

Aus der Form der Ausdrücke für die Abszissen der Centra $\mathfrak{O}_1$, $\mathfrak{O}_2$ von $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$, die »Potenzkreise« heissen sollen, nämlich

$$c_1 = \frac{c}{m^2 - 1}, \quad c_2 = \frac{c}{m^2 + 1}, \quad m = \frac{k_2}{k_1}$$

schliesst man:

(11) .... Die Centra $\mathfrak{O}_1$, $\mathfrak{O}_2$ der Potenzkreise $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$ teilen die Centrale $O_1 O_2 = c$ harmonisch nach $k_1^2 : k_2^2$, und zwar $\mathfrak{O}_1$ aussen, $\mathfrak{O}_2$ innen.

Da die Koordinaten der gemeinsamen Punkte von Z_1, Z_2 auch obige Gleichung $m^2 Z_1 \mp Z_2 = 0$ befriedigen, so folgt

---

[1]) In. N. Petersen's: »Methoden und Theorien zur Auflösung geometrischer Konstruktionen«; Kopenhagen, 1879, Aufgabe No. 387, p. 91.

(12) . . . Die Potenzkreise $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}$ gehen durch die Schnittpunkte von Z_1, Z_2.

Z_1, Z_2, $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$ haben daher eine gemeinsame Potenzgerade. Geltung hat auch die Umkehrung von (10) und (11):

(13) . . . Teilt das Centrum Z eines Kreises $\mathfrak{Z}$ die Centrale zweier Kreise Z_1, Z_2 nach $k_1^2 : \pm k_2^2$, und haben die drei Kreise eine gemeinsame Potenzgerade, so ist $\mathfrak{Z}$ der geometrische Ort der Punkte, deren Potenzen bezüglich Z_1 und Z_2 sich wie $k_1^2 : \pm k_2^2$ verhalten.

Abb. 2.

Liegt ein Mittelpunkt $\mathfrak{Z}$. B. O_2 ausserhalb des andern Kreises Z_1, so ergeben sich u. A auch einzelne Punkte von $\mathfrak{Z}$, indem man von O_2 eine Tangente O_2T an Z_1 Abb. 2. legt und eine Gerade L_2T so zieht, dass $\sphericalangle M_2TO_2 = \varphi$, $\tan \varphi_1 = k_2 : k_1 = m$ ist; L_2T schneidet dann Z_2 in L_1, L_2, welche Punkte auf O_2T projiziert zwei Punkte M_1, M_2 von $\mathfrak{Z}_2$ liefern.

b) Bei konzentrischen Kreisen Z_1, Z_2 ist

$$(14) \quad \ldots \quad \mathfrak{r}_1^2 = \frac{m^2{}_1 r^2 - r_2^2}{m^2 - 1}, \quad \mathfrak{r}_2^2 = \frac{m^2 r_1^2 + r_2^2}{m^2 + 1}, \quad c = 0.$$

Die Potenzkreise $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$ sind hier mit Z_1, Z_2 ebenfalls koncentrisch, während die Potenzgerade von Z_1, Z_2 ins Unendliche fällt.

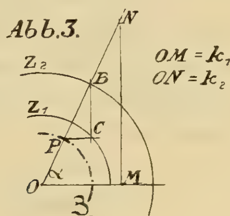
Die einfachsten Lösungen liefern die direkten Konstruktionen von $\mathfrak{r}_1$, $\mathfrak{r}_2$ nach (14).

1a) Für gleichartige Potenzen.

$$\mathfrak{r}_1^2 = \frac{k_2^2 r_1^2 - k_1^2 r_2^2}{k_2^2 - k_1^2}, \quad \frac{k_2}{k_1} > \frac{r_2}{r_1}, \quad \frac{k_2}{k_1} > 1.$$

Man mache (Abb. 3) $OM = k_1$, $ON = k_1$; für $\sphericalangle MON = \alpha$ ist $r_2 \cos\alpha = OB'$, $\overline{B'C}^2 = r_1^2 - r_2^2\cos^2\alpha$, $B, C \operatorname{cosec}\alpha = OP = \mathfrak{r}_1$.

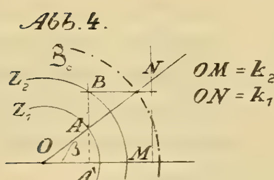
$$1b)\quad \mathfrak{r}_1^2 = \frac{k_1^2 r_2^2 - k_2^2 r_1^2}{k_1^2 - k_2^2},\quad \frac{k_2}{k_1} \gtrless \frac{r_2}{r_1},\quad \frac{k_2}{k_1} \gtrless 1.$$

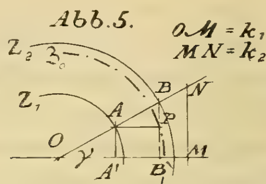


Man mache (Abb. 4) $OM = k_2$, $ON = k_1$: für $\sphericalangle MON = \beta$ ist $r_1 \cos\beta = OA'$, $r_2^2 - r_1^2\cos^2\beta = \overline{OB}^2 - \overline{OB_1}^2 = \overline{A_1B}^2$, $A_1B \operatorname{cosec}\alpha = OP = \mathfrak{r}_1$.

2) Für ungleichartige Potenzen.

$$\mathfrak{r}_2^2 = \frac{k_2^2 r_1^2 + k_1^2 r_2^2}{k_1^2 + k_2^2},\quad MO = k_1,\quad MN = k_2,\ \text{(Abb. 5)}.$$





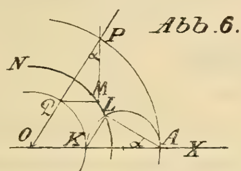
Für $\sphericalangle MON = \gamma$ ist $\mathfrak{r}_2^2 = r_1^2\sin^2\gamma + \gamma_2^2\cos^2\gamma$, $r_1 \sin\gamma = AA_1 = B'P$, $r_2\cos\gamma = OB'$, $\overline{AA_1}^2 + \overline{B_1O}^2 = \overline{B_1P}^2 + \overline{B_1O}^2 = \overline{OP}_2$, $\mathfrak{r}_2 = OP$.

B. O_1 und O_2 decken sich in O.

$\mathfrak{O}$ und Ω koincidieren ebenfalls mit O und die Potenzgerade $\mathfrak{P}$ von $O_1(m_1)$, $O(m_2)$ fällt ins Unendliche. Zufolge der Sätze (4) und (13) sind aber die Überkreise Σ von S_1S_2 und Σ' von S_3S_4 nichts anderes als Potenzkreise für die Potenzverhältnisse $\frac{n_2^2}{m_2^2} : \frac{n_1^2}{m_1^2}$ bezw. für $\frac{m_2^2}{n_2^2} : \frac{m_1^2}{n_1^2}$. Die

Punkte S_1, S_2 auf x finden sich daher, wenn $k_1 = \frac{n_1}{m_1}$, $k_2 = \frac{n_2}{m_2}$ und S_3 S_4 auf Y wenn $k_1 = \frac{m_1}{n_1}$, $k_2 = \frac{m_2}{n_2}$ gesetzt und die Radien ϱ, ϱ' von Σ, Σ' nach einem der Verfahren bestimmt werden, die in den Abbildungen (3), (4) und (5) zur Darstellung gebracht sind. (Siehe »Der Potenzkreis« *b*).

Dieselben Schlüsse gelten für den Kreis $\mathfrak{K}$, der zufolge (7) und (13) der Potenzkreis für das Potenzverhältnis $\frac{e_1^2}{e_1^2} : \frac{e_2^2}{n_2^2}$ ist; man hat daher $k_1 = \frac{e_1}{n_1}$, $k_2 = \frac{e_2}{n_2}$ zu nehmen und im Übrigen wie vorhin zu verfahren.



Wenn eine der Kurven, etwa K_2 ein Kreis $O(r)$ und K_1 eine Ellipse ist, $m_1 = a$, $n_1 = b$, so hat man $k_1 = b$, $k_2 = a$ zu setzen und ist $\mathfrak{Z}$ (für gleichartige Potenzen) wie in Abb. 3, 4 zu ermitteln, der ausserhalb oder innerhalb $O(a)$, $O(r)$ liegen und auch imaginär sein kann.

Ist K_1 eine Hyperbel, $m_1 = a$, $n_1^2 = -b^2$, so ist $k_1^2 = -b^2$, $k_2 = a$, demnach ist $\mathfrak{Z}_2$ (für ungleichartige Potenzen), der stets reell ist, zu ermitteln.

Für Ellipse und Kreis gibt es noch eine rein planimetrische Lösung, die darin besteht, dass man die Überkreise zu beiden Ellipsen-Axen (Abb. 6), ferner zu AK und $OK = b$ zieht, welch' letzterer Überkreis den gegebenen Kreis LMN in L trifft. Nun mache man $OP \| KL$, ziehe $MP \perp X$ und $MQ \| X$, so ist $\triangle PQM \simeq \triangle AKL$, daher M einer der vier Schnittpunkte.

II. Gemeinsame Tangenten.

Da Z Symmetrieaxe der gemeinsamen Tangenten, t_1, t_2, t_3, t_4 ist, so halbiert sie die $\sphericalangle\, t_1\, t_2$ und $t_3\, t_4$, deren Scheitel $T_1 = t_1 + t_2$ und $T_2 = t_3 + t_4$ die auf z fallenden Kontingenz-

punkte von K_1, K_2 sind. — Infolge dessen gibt es zwei die gemeinsamen Tangenten berührende Kreise K_1, K_2, deren Centra C_1, C_2 auf z liegen.

Lage der Mittelpunkte C_1, C_2 von K_1, K_2.

A. O_1, O_2 verschieden.

Geometrische Örter der C sind die Halbierenden h_1, $\mathfrak{h}_2$ des $\sphericalangle\, t_1 t_3$ und seines Nebenwinkels, die auch die $\sphericalangle\, \Phi_1 T_3 \Psi_1$ und $\sphericalangle\, \Phi_2 T_3 \Psi_2$ halbieren, wo Φ_1, Ψ_1; Φ_2, Ψ_2 die auf z liegenden reellen oder imaginären Brennpunkte von K_1, K_2 bedeuten, folglich Doppelstrahlen der durch die Strahlenpaare $T_3\Phi_1$, $T_3\Psi_1$ und $T_3\Phi_2$, $T_3\Psi_2$ festgelegten symmetrischen Strahlen-Involution sind, die auf z eine Punkt-Involution I abschneidet; hieraus folgt:

(14) . . . . Die Mittelpunkte C_1, C_2 sind Doppelpunkte jener Involution I, die durch die auf z fallenden reellen oder imaginären Brennpunkte von K_1, K_2 festgelegt ist.

Dies lässt sich auch einfach durch die Tatsache begründen, dass die Brennpunkte der Kreise, die zu der durch K_1, K_2 festgelegten Schaar $\mathfrak{S}$ gehören, mit ihren Mittelpunkten zusammenfallen, somit Doppelpunkte von I sind.

Bedeutet G den Zentralpunkt von I, so ist

(15) . . . $\mathsf{G}C_1 = \mathsf{G}C_2$, $\mathsf{G}\Phi_1 \,.\, \mathsf{G}\Psi_1 = \mathsf{G}\Phi_2 \,.\, \mathsf{G}\Psi_2 = \mathsf{G}C_1{}^2 = \mathsf{G}C_2{}^2$, d. h. G ist der Schnitt der Potenzgeraden $\mathfrak{p}$ der Überkreise von $\Phi_1\Psi_1$ und $\Phi_2\Psi_2$ mit z.

Es sind nun drei Fälle zu unterscheiden.

$\mathfrak{a}$) $2a_1$ und $2a_2$ fallen auf z.

Hier ist I durch die reellen Brennpunkte F_1, G_1; F_2, G_2 festgelegt.

Ist einer der Mittelpunkte, etwa O_2 ∞ ferne, so geht der Überkreis von F_2G_2 in die im Parabelbrennpunkte F_2 auf z errichtete Senkrechte $\mathfrak{f}$ über, die zugleich Potenzgerade von $\mathfrak{f}$ und $O_1(e_1)$ ist, deren Schnitt $F_2 = \mathsf{G}$ mit z den Zentralpunkt von I vorstellt. —

Sind beide Mittelpunkte ∞ ferne, so sind die C unbestimmt.

$\mathfrak{b}$) $2a_1$ und $2b_2$ fallen auf z.

I ist gegeben durch die reellen Brennpunkte $F_1 G_1$ von $\mathbf{K}_1$ und die imaginären $F_2^i\ G_2^i$ von $\mathbf{K}_2$, welch' letztere zufolge (2) durch F_2 (oder G_2) und z ersetzbar sind. Das gemeinsame Potenzzentrum $\mathbf{G}$ von $O_1\,(c_1)$, $F_2\,(G_2)$ und z ergibt sich durch den Schnitt der Potenzgerade $\mathfrak{P}$ von $F_2\,(G_2)$ und $O_1\,(e_1)$, die von der Polare π von F_2 bezüglich $O_1\,(e_1)$ ebensoweit absteht als von F_2, mit der Potenzgeraden von z und F_2 d. i. z selbst. Da nun durch $\mathbf{G}$ auch die Potenzgerade $\mathfrak{p}$ von $O_1\,(e_1)$ und $O_2\,(ie_2)$ geht, so ist $\mathbf{G}$ der Zentralpunkt von I. —

Der durch F_2 und G_2 um $\mathbf{G}$ gezogene Kreis Kd begegnet z in den Doppelpunkten C_1, C_2; es ist

(16) . . . . $C_1\mathbf{G} = C_2\mathbf{G} = F_2\mathbf{G} = G_2\mathbf{G}$

Ist O_2 ∞ ferne, so artet $O_2\,(e_2)$ in die Gerade $\mathfrak{f} \perp z$ ab; Zentralpunkt ist F_2. —

c) $2b_1$ und $2b_2$ fallen auf z.

I ist bestimmt durch die imaginären Brennpunkte $F_1^i\ G_1^i$ von $\mathbf{K}_1$ und $F_2^i\ G_2^i$ von $\mathbf{K}_2$, die zufolge (2) durch F_1, F_2 (oder G_1, G_2) und z ersetzt werden können, deren gemeinsames Potenzcentrum $\mathbf{G}$ als Schnitt der Potenzgeraden von F_1, F_2 (oder G_1, G_2) d. i. der Mittelsenkrechten dieser Punkte mit z gefunden wird. Durch $\mathbf{G}$ geht aber die Potenzgerade $\mathfrak{p}$ von $O_1\,(ie_1)$ und $O_2\,(ie_2)$, es ist daher $\mathbf{G}$ der Zentralpunkt von I. — Der um $\mathbf{G}$ durch F_1, G_1; F_2, G_2 gelegte Kreis K_d trifft z in den Doppelpunkten C_1, C_2, somit

(17) . . . . $C_1\mathbf{G} = C_2\mathbf{G} = F_1\mathbf{G} = G_1\mathbf{G} = F_2\mathbf{G} = G_2\mathbf{G}$.

Der Überkreis $\mathfrak{Z}$ der in z liegenden Kontingenzpunkte T. Lage des Mittelpunktes $\mathfrak{C}$.

Es sei t eine gemeinsame durch T gehende Tangente, unter T eine der beiden Punkte T_1, T_2 verstanden, ferner seien p_1, q_1 und p_2, q_2 die von den auf z fallenden Brennpunkten Φ_1, Ψ_1 von $\mathbf{K}_1$ und Φ_2, Ψ_2 von $\mathbf{K}_2$ auf t gefällten Lote, so ist

$$T\Phi_1 : T\Phi_2 = p_1 : p_2, \quad T\Psi_1 : T\Psi_2 = q_1 : q_2,$$

daher

(18) . . . $T\Phi_1 \,.\, T\Psi_1 : T\Phi_2 \,.\, T\Psi_2 = p_1 q_1 : p_2 q_2$

Bezeichnet α den $\sphericalangle tTz$, so hat man

$$\sin\alpha = p_1 : T\Phi_1 = p_2 : T\Phi_2 = q_1 : T\Psi_1 = q_2 : T\Psi_2$$

oder

$$(19) \ldots \sin^2\alpha = \frac{p_1 q_1}{T\Phi_1 \,.\, T\Psi_1} = \frac{p_2 q_2}{T\Phi_2 \,.\, T\Psi_2}$$

womit die Tangenten-Richtung bestimmt ist.

Bedeuten r_1, r_2 die Radien von K_1, K_2, so ist

$$r_1^2 = \overline{C_1 T^2}\sin^2\alpha, \quad r_2^2 = \overline{C_2 T^2}\sin^2\alpha$$

folglich

$$(20) \ldots r_1^2 = p_1 q_1 \frac{\overline{C_1 T^2}}{T\Phi_1 \,.\, T\Psi_1}, \quad r_2^2 = p_2 q_2 \frac{\overline{C_2 T^2}}{T\Phi_2 \,.\, T\Psi_2}.$$

Beachtet man, dass die Punkte T auch Elemente der Involution $\mathfrak{J}$ sind, so folgt mit Berücksichtigung von (12)

(21) ... Die Kreise $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$ gehen durch die gemeinsamen Punkte der Überkreise der auf z fallenden Exzentrizitäten und Axen $2m_1$, $2m_2$.

Hieraus folgt

(22) ... Die Punkte T_1, T_2 sind gemeinsame Elemente der Involutionen $\mathfrak{J}$ und I.

Die Mitte $\mathfrak{C}$ von $T_1 T_2$ ist der Schnitt der Potenzgraden der Überkreise zu den Doppelpunkten der beiden Involutionen mit z.

Die Ersetzung der imaginären Elemente durch reelle erfordert die getrennte Behandlung der drei Fälle:

a) Die Hauptaxen $2a_1$, $2a_2$ fallen in H.

1. O_1, O_2 liegen im Endlichen.

Hier ist

$$p_1 q_1 = \pm b_1^2 = k_1^2, \quad p_2 q_2 = \pm b_2^2 = k_2^2,$$

und

$$Z_1 \equiv O_1(c_1),\ Z_2 \equiv O_2(c_2),\ \Phi_1 \equiv F_1,\ \Psi_1 \equiv G_1,\ \Phi_2 \equiv F_2,\ \Psi_2 \equiv G_2,$$

daher zufolge (18)

$$(23) \ldots TF_1 \,.\, TG_1 : TF_2 \,.\, TG_2 = \pm b_1^2 : b_2^2.$$

wo für Hyperbeln das untere Vorzeichen gilt.

Die Involution $\mathfrak{J}$ ist hier durch die Hauptscheitel A_1, A'_1 von K_1 und A_2, A'_2 von K_2 festgelegt.

Der geometrische Ort der Punkte T ist daher für zwei Ellipsen oder zwei Hyperbeln der Kreis $\mathfrak{Z}_1$, dessen

Zentrum $\mathfrak{C}$, die Strecke O_1O_2 nach $b_1^2 : b_2^2$ aussen, und für eine Ellipse und eine Hyperbel der Kreis $\mathfrak{Z}_2$, dessen Zentrum $\mathfrak{C}$ O_1O_2 nach $b_1^2 : b_2^2$ innen teilt.

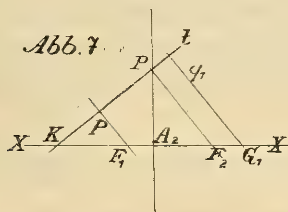
$\mathfrak{Z}_1$ und $\mathfrak{Z}_2$ gehen durch die gemeinsamen Punkte Q, Q' von $O_1(c_1)$, $O_2(c_2)$ und durch jene von $O_1(a_1)$, $O_2(a_2)$.

Richtung von t.

Die Formel (19) geht über in

$$(24) \ldots \sin\alpha = \frac{b_1}{d_1} = \frac{b_2}{d_2}, \quad d_1^2 = TF_1 . TG_1, \quad d_2^2 = TF_2 . TG_2.$$

Man schneide daher die durch einen Nebenscheitel z. B. B_1 parallel zu z gezogene Gerade durch den Kreis



$T(d)$; die Schnittpunkte sind Punkte der durch T gehenden Geraden t.

2. O_2 ∞ ferne (Abb. 8.).

$O_2(a_2)$, $O_2(e_2)$ gehen in die in A_2 bezw. F_2 errichteten Senkrechten $\mathfrak{t}$, $\mathfrak{f}$ über, wo $\mathfrak{t}$ zugleich Potenzgerade von $\mathfrak{t} = O_2(a_2)$ und $O_1(a_1)$, und $\mathfrak{f}$ Potenzgerade von $\mathfrak{f} = O_2(e_2)$ und $O_1(e_1)$ ist. Ferner hat man $p_1q_1 = \pm b_1^2$ und das Lot p_2 trifft t in einem Punkte P der Tangente im Scheitel A_2 von $\mathbf{K}_2$, daher $p_2^2 = F_2T . A_2F_2$, (Abb. 7.) oder, wenn p der Parameter ist $p_2^2 = \frac{1}{2} pF_2T$. Aus

$$p_1 : p_2 : q_1 = F_1T : F_2T : GT$$

findet sich dann

$$\frac{F_1T . G_1T}{F_2T} = \pm \frac{2b_1^2}{\varrho} = 2k.$$

Setzt man $TO = x$, so ist

$$F_1T = x - e, \quad G_1T = x + e, \quad F_2T = x - F_2O = x - l,$$

$F_2O = l$, folglich

$$x^2 - e^2 = 2k(x - l),$$

daher die Summe der Wurzeln von $x = TO$ nämlich

$$T_1O + T_2O = 2k \text{ oder } \frac{T_1O + T_2O}{2} = \mathfrak{C}O = k, \text{ folglich}$$

$$(26) \ldots \mathfrak{C}O_1 = \pm \frac{b_1^2}{p},$$

wo $\mathfrak{C}$ die Mitte von T_1T_2, daher Mittelpunkt von $\mathfrak{Z}$ ist, dessen Radius

$$\mathfrak{r}_0 = \frac{T_1O - T_2O}{2}, \quad \mathfrak{r}_0^2 = k^2 + e_1^2 - 2kl = (k-l)^2 - l^2 + e^2, \text{ daher}$$

$$(27) \ldots \mathfrak{r}_0^2 = \overline{\mathfrak{C}F_2}^2 - \overline{F_2O}^2 + e_1^2.$$

Dieser Abstand lässt sich auch mittels (21) erhalten, wonach $\mathfrak{Z}$ durch die Schnittpunkte P, P' von $O_1(a_1)$ und $\mathfrak{t}$ und durch Q, Q' von $O_1(e_1)$ und $\mathfrak{f}$ bestimmt ist. Es ergibt sich für den Abstand des Schnittes $\mathfrak{C}$ der Mittelsenkrechten von PQ mit z

$$(\delta) \ldots . \mathfrak{C}O_1 = \frac{a_1^2 - e_1^2}{2h},$$

wo h den Abstand der Parallelen $\mathfrak{t}$ und $\mathfrak{f}$ bedeutet.

Da $2h = p$ und $a_1^2 - e_1^2 = \pm b_1^2$, so kommt man wieder auf (26) zurück.

Es verdient bemerkt zu werden, dass die Lage von u n a b h ä n g i g vom Abstand der Parallelen von O_1 ist.

Verschiebt man daher die Parabel längs ihrer Haupt-Achse, ohne ihren Parameter zu ändern, so bleibt $\mathfrak{C}$ unverändert, so dass sich die T um gleich grosse Strecken in entgegengesetzter Richtung verschieben.

3. O_1 u n d O_2 ∞ f e r n e.

Das Ähnlichkeitscentrum dieser ähnlich gelegenen Parabeln ist zugleich ein e i g e n t l i c h e r Kontingenzpunkt, daher

$$(28) \ldots \qquad TA_1 : TA_2 = p_1 : p_2,$$

wo p_1, p_2 Parabel-Parameter bedeuten.

b) D i e H a u p t a c h s e $2a_1$ v o n $\mathbf{K}_1$ f ä l l t m i t $2b_2$ a u f II.

1. O_1 u n d O_2 l i e g e n i m E n d l i c h e n.

Die Brennpunkte $\Phi_1 = F_1$, $\Psi_1 = G_1$ sind r e e l l, hingegen $\Phi_2 = F_2^i$, $\Psi_2 = G_2^i$ i m a g i n ä r. Zufolge (2) ist die

Potenz von T bezüglich O_2 (ie_2) gleich jener hinsichtlich des Nullkreises F_2 (o) oder G_2 (o), d. $i = \overline{F_2 T}^2 = \overline{G_2 T}^2$.

Ferner ist $p_1 q_1 = \pm b_1^2$ und $p_2 q_2 = a_2^2$, nach einem vom Verfasser in seiner Abhandlung: »Eigenschaften der imaginären Brennpunkte der Centralkegelschnitte«, Archiv f. Math. u. Phys., 2. Reihe, Bnd XIII, S. 297, ff. bewiesenen Satze (N° 23, S. 307); folglich ist

(29) . . . $$F_1 T \,.\, G_1 T : \overline{F_2 T}^2 = \pm b_1^2 : a_2^2.$$

Endlich ist $Z_1 \equiv O_1 (e_1)$, $Z_2 \equiv O_2 (ie_2)$.

$\mathfrak{J}$ ist durch A_1, A_1' und B_2, B_2' festgelegt.

Geometrische Örter für T_1, T_2 sind daher:

1. $\mathfrak{Z}_1$ oder $\mathfrak{Z}_2$, je nachdem K_1 eine Ellipse oder Hyperbel ist; C_1 teilt $O_1 O_2$ aussen und $\mathfrak{C}_2$ innen. Beide Kreise gehen durch die gemeinsamen Punkte von O_1 (e_1) und O_2 (ie_2) und durch jene von O_1 (a_1) und O_2 (b_2).

2. Die Potenzkreise Ko, $K'o$ von O_1 (e_1) und $\begin{Bmatrix} F_2(o) \\ G_2(o) \end{Bmatrix}$ für das Verhältnis $\pm b_1^2 : a_2^2$; ihre Mittelpunkte liegen auf $O_1 F_2$ bezw. $O_1 G_2$ und teilen diese Strecken nach $\pm b_1^2 : a_2^2$.

T_1, T_2 sind jedoch die einzigen Punkte von Ko, $K'o$ die (29) genügen.

Bezüglich der Potenzgeraden $\mathfrak{p} \perp x$ von O_1 (e_1), O_2 (ie_2) siehe (21) und II, A $\mathfrak{b}$.

Die Potenzgerade $\mathfrak{p}$ von F_2 (oder G_2) und O_1 (e_1) steht von der Polaren π von F_2 (G_2) bezüglich O_1 (e_1) ebensoweit ab als von F_2 (G_2).

O_1 ∞ ferne.

Der Abstand $\mathfrak{C}O_2$ findet sich aus (26) durch einfache Vertauschung von $\pm b_1^2$ mit a_2^2, nämlich

(30) . . . $$\mathfrak{C}O_2 = \frac{a_2^2}{p}.$$

Für den Halbmesser $\mathfrak{r}_0$ von $\mathfrak{Z}$ findet sich

(31) . . . $$\mathfrak{r}_0^2 = \overline{\mathfrak{C}\mathfrak{F}_1}^2 - \overline{\mathfrak{F}\mathfrak{S}_1}^2 + e_2^2.$$

c) Die Nebenaxen $2b_1$, $2b_2$ fallen auf Y.

Da die auf Y liegenden Brennpunkte F_1^i, G_1^i; F_2^i, G_2^i imaginär sind, so ist

$$p_1 q_1 = a_1^2, \; p_2 q_2 = a_2^2,$$

und die Potenzen eines auf Y gelegenen Kontingenzpunktes T bezüglich der imaginären Überkreise $Z_1 \equiv O_1\,(ie_1)$, $Z_2 \equiv O_2\,(ie_2)$ sind zufolge (2)

$$F_1^{(i)}T \,.\, G_1^{i}\,T = \left\{\frac{\overline{F_1 T^2}}{G_1 T^2}\right\}, \quad F_2^{i}\,T \,.\, G_2^{i}\,T = \left\{\frac{\overline{F_2 T^2}}{G_2 T^2}\right\}.$$

Es ergiebt sich daher aus (18)

$$(32) \; \ldots \quad \left\{\frac{F_1 T}{G_1 T}\right\} : \left\{\frac{F_2 T}{G_2 T}\right\} = a_1 : a_2.$$

$\mathfrak{J}$ besteht aus B_1, B'_1; B_2, B'_2.

Geometrische Örter der T_1, T_2 sind daher:

1. Der Kreis $\mathfrak{Z}$, dessen Zentrum $\mathfrak{C}$ $O_1 O_2$ nach $a_1^2 : a_2^2$ teilt und durch die gemeinsamen Punkte von $O_1\,(ie_1)$, $O_2\,(ie_2)$ und durch jene von $O_1\,(b_1)$, $O_2\,(b_2)$ geht.

2. Die vier Apollonischen Kreise $\mathfrak{U}$, welche die Verbindungsstrecke eines Brennpunktes von K_1 mit einem solchen von K_2 nach $a_1 : a_2$ teilen.

Die Punkte T_1, T_2 sind jedoch die einzigen Punkte der Kreise, $\mathfrak{U}$ die obiger Gleichung genügen.

Zufolge (21) besitzen $\mathfrak{Z}$, $O_1\,(ie_1)$ und $O_2\,(ie_2)$ eine gemeinsame Potenzgerade $\mathfrak{P} \perp Y$; bezüglich ihrer Konstruktion siehe *II. A* c).

Die Richtung einer gemeinsamen Tangente t ergibt sich hier, so wie unter b) am einfachsten mit Benutzung eines imaginären Überkreises $\mathfrak{Z} \,.\, B \,.\, O_1(ie_1)$. Die Potenz von T bezüglich dieses Kreises ist zufolge (2) gleich jener hinsichtlich F_1 oder G_1, so dass, wenn $\sphericalangle\, tY = \alpha$:

$$(33) \; \ldots \; \sin \alpha = \frac{a_1}{F_1 T} = \frac{a_1}{G_1 T} = \frac{a_2}{F_2 T} = \frac{a_2}{G_2 T}.$$

Man ziehe daher durch einen Hauptscheitel A_1 von K_1 eine Parallele zu Y und schneide sie mit dem Kreise $T\,(F_1 T)$; die Schnitte H_1, H_2 sind Punkte der durch T gehenden Tangenten.

Eine gewisse Übereinstimmung der Sätze (23), (29) und (32) gestattet die Zusammenziehung derselben in den einen Satz:

(34) . . . Ist T ein mit einer Achse $2\,m_1$ von $\mathbf{K}_1$ und $2\,m_2$ von $\mathbf{K}_2$ in einer Geraden z liegender Kontingenzpunkt, so verhält sich das Produkt der Abstände von T von den Brennpunkten von $\mathbf{K}_1$ zu jenem der Abstände von den Brennpunkten von $\mathbf{K}_2$ wie die Quadrate der nicht in eine Gerade fallenden Achsen. — Der Überkreis $\mathfrak{Z}$ der Punkte T geht durch die Schnittpunkte der Überkreise der in eine Gerade fallenden Achsen, sowie durch jene der Überkreise der in derselben Geraden liegenden linearen Excentricitäten. —

Halbmesser r_1, r_2 und $\mathfrak{r}_0$ von K_1, K_2 und $\mathfrak{Z}$.

Denkt man sich aus dem ∞ fernen Pol von z Tangenten an die Individuen der durch $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$ festgelegten Kegelschnittschaar $\mathfrak{S}$ gezogen, zu welcher auch K_1, K_2 und die Punkte T gehören, so entsteht ein involutorisches Parallelstrahlenbüschel, das z in den Scheiteln E_1, E'_1; E_2, E'_2 den Diametralpunkten D_1, D'_1; D_2, D_2' von K_1, K_2 und in den auf z fallenden Punkten T trifft, welche Punkte aber Elemente von $\mathfrak{J}$ sind, deren Centralpunkt G zugleich der Schnitt von z mit der den Kreisen $O_1(m_1)$, $O_2(m_2)$, K_1 und K_2 gemeinsamen Potenzgeraden $\mathfrak{p}$ ist.

Bezüglich der Doppelpunkte $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$ hat man zu unterscheiden:

a) $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$ reell; sie trennen D_1, D'_1 von K_1; D_2, D'_2 von K_2, sowie die in z liegenden T harmonisch, woraus

$$(35) \;\ldots\; \left\{ \begin{array}{l} r_1{}^2 = C_1\mathfrak{d}_1 \,.\, C_1\mathfrak{d}_2 \\ \mathfrak{r}_0{}^2 = \mathfrak{C}\,\mathfrak{d}_1 \,.\, \mathfrak{C}\,\mathfrak{d}_2, \end{array} \right. \quad r_2{}^2 = C_2\mathfrak{d}_1 \,.\, C_2\mathfrak{d}_2,$$

folgt. Bezeichnet d^2 die Potenz von G bezüglich $O_1(m_1)$ oder $O_2(m_2)$, so gilt auch

$$(36) \;\ldots\; \left\{ \begin{array}{l} r_1{}^2 = \overline{GC_1}^2 - d^2 \\ r_2{}^2 = \overline{GC_2}^2 - d^2, \end{array} \right. \quad \mathfrak{r}_0{}^2 = \overline{G\mathfrak{C}}^2 - d^2.$$

b) $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$ imaginär; P, P' daher reell und gehören auch K_1, K_2, $\mathfrak{Z}$ an; $\mathfrak{Z}$ geht ausserdem noch durch die Schnitte Q, Q' von $O_1(e_1)$, $O_2(e_2)$; demnach

$$(37) \quad \ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} r_1 = C_1P = C_1P',\; r_2 = C_2P = C_2P'; \\ \mathfrak{r}_0 = \mathfrak{C}P = \mathfrak{C}P' = \mathfrak{C}Q = \mathfrak{C}Q'. \end{array} \right.$$

Andere Ausdrücke für r_1, r_2 sind in (20) gegeben; für den Fall als eine der Kurven eine Parabel ist, ist $\mathfrak{r}_0$ durch (27) und (31) bestimmt.

Punkte von K_1, K_2 und $\mathfrak{Z}$ können übrigens auch mittels der bereits bekannten Centra C_1, C_2 bezw. $\mathfrak{C}$ und der Potenzgeraden $\mathfrak{p}$ von $O_1(m_1)$, $O_2(m_2)$, und $\mathfrak{Z}$ ausserdem noch mit Hilfe von $\mathfrak{C}$ und der Potenzgeraden $\mathfrak{p}'$ von $O_1(e_1)$, $O_2(e_2)$ bestimmt werden.

B. **Concentrische Kegelschnitte.**

Es fallen O_1, O_2 mit C_1, C_2 und $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$ auf O. Ferner liegen die vier gemeinschaftlichen Tangenten t_1, t_2, t_3, t_4 zu den Achsen H und Y symmetrisch, so dass die Ermittlung

Abb. 8.

einer einzigen Tangente t und je eines auf H und Y liegenden Kontingenzpunktes (T_1 oder T_3) hinreicht. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden.

a) Die Hauptachsen fallen auf H und die Nebenachsen auf Y.

1) Es lässt sich behaupten:

(38) .... Der Kreis K ist der Potenzkreis von $O(a_1)$ und $O(a_2)$, sowie von $O(b_1)$ und $O(b_2)$ für das Verhältnis $e_1{}^2 : e_2{}^2$.

Denn da die auf H liegende Punktreihe F_1, F_2, G_2, G_1 (Abb. 8) ähnlich ist jener Punktreihe auf t, die durch die Fusspunkte H_1, H_2, L_2, L_1 der aus ersteren Punkten auf t gefällten Lote zu Stande kommt, so besteht

$$\frac{\overline{CH_1}^2}{\overline{CH_2}^2} = \frac{\overline{OF_1}^2}{\overline{OF_2}^2} = \frac{e_1{}^2}{e_2{}^2},$$

wo $\overline{CH_1}^2$ und $\overline{CH_2}^2$ die Potenz des Berührungspunktes C von t mit K hinsichtlich $O(a_1)$, $O(a_2)$ ist.

Sind ferner $\mathfrak{H}_1 \mathfrak{K}_1$; $\mathfrak{H}_2 \mathfrak{K}_2$ die Fusspunkte der Lote, die aus den imaginären auf Y gelegenen Brennpunkten auf t gefällt werden, so fallen erstere zufolge des Satzes.

»Die Fusspunkte der aus den imaginären Brennpunkten eines Zentralkegelschnittes auf eine Tangente gefällten Lote liegen auf dem Überkreis der Nebenachse«.

(Archiv f. Math. u. Phys. »Eigenschaften d. imaginaren Brennpunkte u. s. w.)

Auf die Kreise $O(b_1)$, $O(b_2)$, daher

$$\frac{C\mathfrak{H}_1}{C\mathfrak{H}_2} = \frac{ie_1}{ie_2} \text{ und } \frac{C\mathfrak{K}_1}{C\mathfrak{K}_2} = \frac{-ie_1}{-ie_2},$$

woraus durch Multiplikation

$$\frac{C\mathfrak{H}_1 \cdot C\mathfrak{K}_1}{C\mathfrak{H}_2 \cdot C\mathfrak{K}_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2}$$

hervorgeht. $C\mathfrak{H}_1 \cdot C\mathfrak{K}_1 = \overline{CB_1}^2$ und $C\mathfrak{H}_2 \cdot C\mathfrak{K}_2 = \overline{CB_2}^2$ sind die Potenzen von C bezüglich O_1 (b_1), O_2 (b_2), die von den aus C gezogenen Tangenten in B_1, B_2 berührt werden.

Man kann nun unmittelbar die im Abschnitte »Potenzkreis« *b)* mitgeteilten und in den Abb. 3, 4, 5 zur Darstellung gebrachten Verfahren zur Ermittlung eines Punktes von **K** anwenden $(k_1 = e_1,\ k_2 = e_2)$.

2). Der Kreis $\mathfrak{Z}_x$ für T_1, T_2 auf H ergibt sich auf dieselbe Art. Es ist $Z_1 \equiv O(e_1)$, $Z_2 \equiv O(e_2)$, $k_1 = b_1$, $k_2 = b_2$ (Abb. 3, 4, 5.).

Für den Kreis $\mathfrak{Z}_y$ für T_3, T_4 auf Y ist $Z_1 \equiv O(ie_1)$, $Z_2 \equiv O(ie_2)$ $k_1 = a_1$, $k_2 = a_2$, wofür die Ausdrücke für $\mathfrak{r}_1^2$ und $\mathfrak{r}_2^2$ nur einen Zeichenwechsel erleiden, wobei $\mathfrak{r}_2$ imaginär ausfällt.

Denselben Zweck erfüllen die Apollonischen Kreise $\mathfrak{U}$ zur Verbindungsstrecke zweier Brennpunkte, die verschiedenen Kurven angehören für das Verhältnis $a_1 : a_2$.

Die den Strecken $F_1 F_2$ und $G_1 G_2$ entsprechenden, durch

T_3, T_4 gehenden Kreise $\mathfrak{A}$ decken sich, wenn die Leitlinien von K_1 K_2 koinzidieren.[1])

Es genügt T_3 oder T_4 zu bestimmen und die Richtung von t mittels (33) zu verzeichnen.

Zur Kontrolle ist auch verwendbar

$$\tan^2 \alpha = \frac{b_1^2 - b_2^2}{a_2^2 - a_1^2}, \quad \sphericalangle t H = \alpha.$$

b) Die ungleichnamigen Achsen fallen in je eine Gerade.

$2a_1$, $2b_2$ in H; $2a_2$, $2b_1$ in Y.

1.) Durch Vertauschung von a_2 mit b_2 in (38) geht hervor:

(39) .... Der Kreis K ist der Potenzkreis von $O(a_1)$, $O(b_2)$ sowie von $O(a_2)$, $O(b_1)$ für das Verhältnis $e_1^2 : -e_2^2$.

Hier ist das in Abb. 5 für ungleichartige Potenzen dargestellte Verfahren anzuwenden.

2). $\mathfrak{Z}_x$ für T_1, T_2 auf H und $\mathfrak{Z}_y$ für T_3, T_4 auf Y ergeben sich für $k_1 = a_1$, $k_2 = b_2$, bezw. für $k_1 = b_1$, $k_2 = a_2$ (Abb. 3, 4, 5).

Zufolge (3) ist für $\sphericalangle t H = \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{a_1}{T_y F_1}, \quad \cos \alpha = \frac{a_2}{T_x F_2},$$

wo T_x entweder T_1 oder T_2 und T_y entweder T_3 oder T_4 bedeutet. Endlich ist

$$\tan^2 \alpha = \frac{b_1^2 - a_2^2}{b_2^2 - a_1^2}.$$

Andere Lösungen.

Mit Hilfe der projektiven Geometrie lassen sich $\mathfrak{K}$, Σ', $\mathfrak{Z}$ und K noch auf folgende Art konstruieren.

1) $\mathfrak{K}$. Man schneide den Büschel $\mathfrak{B}$ durch eine Gerade $g \parallel z$, am einfachsten durch eine solche, die durch einen Scheitel E einer Kurve geht und die andere in reelen

---

[1]) Siehe d. Verf: »Direkte Bestimmung der gemeinsamen Punkte und Tangenten von Kegelschnitten, die eine gemeinsame Leitlinie haben« Sitzgs.—Ber. d. Kgl. Böhm. Ges. d. Wiss., Prag, 1908.

Punkten N, N' schneidet. Es entsteht eine Involution $\mathfrak{J}'$, von welcher E ein Doppelpunkt ist. Der zweite findet sich, indem man zu N, N'; E den vierten, dem E beigeordneten harmonischen Punkt E' aufsucht. Ist G_1 der Centralpunkt, h der Abstand der Parallelen $g \nu Z$, $\pm k_1{}^2$ die Potenz von $\mathfrak{J}'$ und sind $Q.\ Q'$ die Schnittpunkte von $\mathfrak{K}$ mit g, so ist $G_1 L . G_1 L' = \pm k_1{}^2$, oder wenn $\mathfrak{O}_1$ die Mitte von QQ' bezeichnet $\overline{G_1 \mathfrak{O}_1}^2 - \overline{L \mathfrak{O}_1}^2 = \pm k_1{}^2$. Subtrahiert man beiderseits h^2, so kommt $\overline{G_1 \mathfrak{O}_1} - (Q \mathfrak{O}_1{}^2 + h^2) = \pm k_1{}^2 - h^2$ und da $\mathfrak{O} Q^2 + h^2 = \mathfrak{r}^2$ ist, auch $\overline{G_1 \mathfrak{O}_1}^2 - \mathfrak{r}^2 = \pm k_1{}^2 - h^2$. Macht man $\mathfrak{O}_1 R = \mathfrak{O} R' = \mathfrak{r}$ und wiederholt dieses Verfahren bei jedem Punktepaar LL' von $\mathfrak{J}'$, indem man von der Mitte O_m von LL' nach rechts und links die Strecke $\sqrt{\overline{O_m L}^2 + h^2}$ abträgt und hiedurch L_1, $L_1{}'$ erhält, so entsteht eine neue Involution $R, R_{\prime}$; $L_1, L_1{}' \ldots$, deren Projektion $\mathfrak{J}_0$ auf H mit $\mathfrak{J}$ das Punktepaar ϑ_1, ϑ_2 ($\vartheta_1 \vartheta_2 = 2\,\mathfrak{r}$) gemein hat, das mittels der Doppelpunkte von $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}_0$ bestimmt werden kann.

2) Σ. Elemente von $\mathfrak{J}'$ sind auch die Schnitte der zu Z normalen gemeinschaftlichen Sekanten s_1, s_2. Die Projektion $\mathfrak{J}''$ von $\mathfrak{J}'$ auf Z hat daher mit $\mathfrak{J}$ das konjugierte Punktepaar $S_1\ S_2$, d. s. die Diametralpunkte von Σ gemein.

3) $\mathfrak{Z}$. Zufolge (22) sind die auf Z liegenden Punkte T_1, T_2 gemeinsame Elemente $\mathfrak{J}$ und **I**.

4) **K**$_1$, **K**$_2$. Zieht man vom unendlich fernen Pol von Z Tangenten an die Schaar $\mathfrak{S}$, so werden diese von Z in der Involution $\mathfrak{J}$ geschnitten, deren Potenz $= \pm k^2$ sein möge. Entsprechende Punkte derselben sind auch die in Z liegenden Punkte von **K**, folglich $\overline{GC}^2 - r^2 = \pm k^2$. Legt man ferner durch den ∞ fernen Punkt einer beliebigen Gerade l. $\sphericalangle lH = \alpha$, Tangenten an $\mathfrak{S}$, so werden diese von Z wieder in eine Involution getroffen, deren Potenz $\pm k^2{}_2$ und Zentralpunkt G_1 seien. Die Parallelstrahlen, die **K** berühren, schneiden Z in U, U', somit $\overline{G_1 C}^2 - \overline{CU}^2 = \pm k_2{}^2$, $CU = r \operatorname{cosec} \alpha$.

Schreibt man diese und die vorige Gleichung in der Form

$$\overline{GC}^2 \pm k^2 = r^2, \quad \overline{G_1 C}^2 \pm k_2{}^2 = r^2 \operatorname{cosec}^2 \alpha,$$

so erscheinen r^2 und $r^2 \operatorname{cosec}^2 \alpha$ als die Potenzen von C bezüglich der Überkreise der Doppelpunkte von $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}'$. Da

das Verhältnis dieser Potenzen $\sin 2\alpha : 1$ also konstant ist, so ist der geometrische Ort der Mittelpunkte C, deren Potenzen bezüglich der reellen oder imaginären Überkreise der Doppelpunkte von $\mathfrak{J}$ und $\mathfrak{J}'$ sich wie $\sin^2 2\alpha : 1$ verhalten, nichts anders als die Potenzkreise $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$ für $Z_1 \equiv G\,(\sqrt{\pm k^2})$, $Z_2 \equiv G_1\,(\sqrt{\pm k^2_2})$ und das Verhältnis $\pm k^2 : \pm k_2{}^2$.

V.

České Drepanoklady.

Bryologická studie.

Podává

Josef Ambrož.

(S 3 vyobr. v textu.)

Práce z botanického ústavu české university.

Úvodní poznámky.

»*Drepanocladus*« jako rod z čeledi *Hypnaceae* stanoven byl WARNSTORFEM v jeho monografii evrop. *Harpidií* r. 1903. Názvu »*Drepanocladus*« (δρέπανον = srp, κλάδος = větev) ponejprve užil Dr. KAREL MÜLLER ve svém díle »Synopsis muscorum frondosorum« r. 1851, označiv jím subsekci rodu *Hypnum*, ke které čítal: *Hyp. uncinatum*, *Hyp. fluitans*, *Hyp. aduncum*, *Hyp. revolvens*, *Hyp. riparium*, *Hyp. paradoxum*. Označení toto má prioritu před synonymem »*Harpidium*« (ἅρπη = srp), jehož užil SULLIVANT r. 1856. Mimo to název »*Harpidium*« zadán byl r. 1855 KÖRBEREM v lichenologii. Z těchto důvodů budeme užívati ve své práci shora uvedeného označení pro rod, na jehož samostatnost poukázal nejdříve prof. VELENOVSKÝ ve svém díle »Mechy české« (p. 328.) r. 1896.

Nepodávám zde monografii českých *Drepanokladů*, nýbrž pouze příspěvek k jich poznání. Jest zpracován zde bohatý herbářový material z celých Čech, sbíraný po dlouhou řadu let prof. VELENOVSKÝM, na jehož vybídnutí práce podniknuta byla. Mimo to použil jsem materialu, který jsem na svých bryologických cestách nasbíral.

V literární části podal jsem přehled spisů a pojednání jednajících o *Drepanokladech,* pokud mi byly přístupny a uvedl jsem názory jednotlivých bryologů. Podrobnosti ponechal jsem pro systematickou část. Údaje v části morfologicko-anatomicko-biologické psány jsou dle vlastních pozorování, kde užito bylo literatury, vždy, pokud možno, byly kontrolovány. V části systematické řídil jsem se methodou stahovací. Zde též dbal jsem vždy publikací jednotlivých bryologů, pokud obsahovaly zprávy o českých *Drepanokladech.*

Doklady k práci mé nacházejí se jednak v herbáři prof. Velenovského a jednak v mém.

Na konci dovoluji si vysloviti nejuctivější dík slovutnému učiteli svému panu univ. prof. Dr. Jos. Velenovskému, řediteli c. k. čes. bot. ústavu a čes. bot. zahrady v Praze, za poskytnutí obsáhlého materialu a za hojné a cenné rady mně při práci projevené. Nemenšími díky jsem zavázán p. univ. prof. Dr. K. Dominovi za jeho veškerou pomoc a mnohé rady mně poskytnuté. Rovněž děkuji za laskavou ochotu p. Dr. K. Kavinovi, assistentu c. k. čes. bot. ústavu.

V Třeboni, v lednu 1913.

Jos. Ambrož.

Část všeobecná.

I. Poznámky literárně historické s uvedením některých důležitějších systematických rozdělení.

Až do 80tých let minulého století nezabýval se podrobněji obtížnou skupinou *Drepanokladů* nikdo. O jich tehdejším systematickém stavu můžeme si učiniti názor z díla W. Ph. Schimpera »Synopsis muscorum europaeorum z r. 1896. Bryolog tento považuje *Harpidie* za podrod rodu *Hypnum* a čítá k nim 10 druhů: 1. *Hyp. aduncum* Hedw. s var. *β intermedium, γ Kneiffii, δ polycarpum, ε gracilescens, ζ tenue,* 2. *Hyp. vernicosum* Lindb., 3. *Hyp. Cossoni* Schmp., 4. *Hyp. Sendtneri* Schmp. s var. *β Wilsoni,* 5. *Hyp. hamifolium* Bryol. eur., 6. *Hyp. lycopodioides* Schwg., 7. *Hyp. exannulatum* Gümb. s var. *β purpurascens* a *γ Rotae,* 8. *Hyp. fluitans* L. s *β submersum* a *γ falcatum,* 9. *H. pseudo-*

stramineum C. Müll., 10. *Hyp. revolvens* Schwartz, 11. *Hyp. uncinatum* Hedw. s varietami dnes uznávanými, 12. *Hyp. Molendoanum* Schimp. *Hyp. Cossoni* nepovažuje za dobrý druh, spíše za varietu *Hyp. vernicosum* a rovněž pochybuje o pravosti druhové *Hyp. hamifolium*. Celkem jest jeho nazírání na *Drepanoklady* dobré a popisy jeho, založené na znacích morfologických, jsou přesné.

Od let osmdesátých do naší doby byla polymorfní tato skupina zpracována od četných autorů, však doposud nejsou ustáleny názory o jich systematickém rozdělení, naopak si velmi odporují. Kolik autorů, tolik zde téměř různých systemů, jež závisí vždy na nazírání jednotlivcově na hodnotu druhovou.

První důkladněji všímal si *Drepanokladů* Dr. Karel Sanio, který v letech 1880—1887 vydal pět rozprav,*) dle kterých nerozeznával mnoho druhů, nýbrž spoustu variet a forem několikátého stupně. *Harpidia* dělil ve 4 skupiny se 6 druhy. Mezi *I. Harpidia exannulata* kladl toliko *Hyp. fluitans*, ke kterémuž ostatní nyní uznávané druhy připojil co formy, ve skupině *II. Harpidia intermedia* uvádí *Hyp. intermedium* s *β revolvens*, v *III. skupině Harpidia distincta Hyp. uncinatum* a ve *IV. skupině Harpidia adunca Hyp. aduncum* a *Hyp. lycopodioides*. S *Hyp. aduncum* spojil veškeré nyní uznávané druhy té skupiny a k *Hyp. lycopodioides* připojil nynější *Drep. vernicosus* jako var. *β*. Zajímavo jest, že rozeznával Sanio značný počet různých bastardů, o jichž ceně lze velmi snadno pochybovati. K bližší informaci o systemati-

---

*) 1. Commentatio de Harpidiis europaeis inducta. (Bot. Zentralbl. 1880. Nr. II.)

2. Additamentum in Hypni adunci cognitionem. (Bot. Zentralbl. Bd. V. 1881, p. 93—95.)

3. Additamentum secundum in Harpidiorum cognitionem. (Bot. Zentralbl. Bd. XIII. 1883, ed. 15, p. 425—440.)

4. Beschreibung der Harpidien, welche vornehmlich von Dr. Arnell während der schwedischen Expedition nach Sibirien i. J. 1876 gesammelt wurden. (Bihang till K. Svenska Vet. — Akad. Handlingar. Bd. X., 1885. Nr. 1.)

5. Bryolog. Fragmente I. (Hedwigia, 1887, p. 87—109.)

6. Bryolog. Fragmente II. (Hedwigia, 1887, p. 129—169.)

7. Bryolog. Fragmente III. (Hegwigia, 1887, p. 194—214.)

ckém rozdělení *Harpidií* Saniem odkazujeme na jich přehled u Limprichta, Kryptogamenfl. v. Deutsch. IV. III. p. 365—373 (1898).

V téže době jako Sanio počal též studovati *Drepanoklady* francouzský bryolog R. Renauld, který v r. 1880 a 1881 vydal o nich pět pojednání.*)

R. 1893 vyšly »Die Leber- und Laubmoose West- und Ostpreussens« od Dr. Huga von Klinggraeff. V díle tomto oproti předcházejícím jeví se nové nazírání na některé druhy. Autor rozděluje *Harpidie* podobně jako Sanio ve 4 skupiny, pouze »*Distincta*« nazývá »*Uncinata*«. Rozdělení to činí na základě rozdílu neb shodnosti basálních buněk listových s lodyžními, dále dle inserce listové, dle jakosti perichaetiálních lístků a dle přítomnosti či nepřítomnosti prstence.

I. *Adunca: a)* křídelné buňky silně vyvinuté, listy nerýhované, zuby obústí příčně rýhované: *Hyp. Kneiffii* (s β *aquaticum*), *Hyp. tenue* (s β *gracilescens*), *Hyp. polycarpum*, *Hyp. pseudofluitans*, *Hyp. aduncum*, *Hyp. Sendtneri*, *Hyp. hamifolium*, *Hyp. capillifolium*, *Hyp. Wilsoni.*

b) křídelné buňky méně vyvinuté neb scházející, listy rýhované, zuby obústí rýhované: *Hyp. lycopodioides*, *Hyp. vernicosum.*

II. *Intermedia: Hyp. intermedium*, *Hyp. Cossoni*, *Hyp. revolvens.*

III. *Exanulata: Hyp. exanulatum*, *Hyp. fluitans* (s β *pseudostramineum* a γ *serratum*), *Hyp. aurantiacum.*

IV. *Uncinata: Hyp. uncinatum (s β plumosum a γ plumulosum).*

Hypnum scorpioides klade do skupiny »*Scorpidium*« rovnocenné *Harpidiím.* Pak uvádí ještě Saniovy bastardy, o jichž skutečnosti však pochybuje. C. Warnstorf ve své monografii evropských *Harpidií* (p. 390) uznává jeho snahu o zlepšení systemu, jeho popisy pokládá za neúplné a těžko postačitelné k určení jednotlivých druhů, obzvláště forem.

---

*) 1. Revision de la section Harpidium du genre Hypnum, (Bull. de la Soc. d'Emulation du Doubs. 1880.)

2. Classification syst. de la section Harpidium du genre Hypnum de la flore française. (Revue bryol. 1881, p. 73—82.)

Francouzské *Harpidie* zpracoval podrobně r. 1894 F. Renauld v Husnot, Muscologia gallica. V díle svém uvádí následující druhy: *Hyp. aduncum, Hyp. Sendtneri, Hyp. lycopodioides, Hyp. uncinatum, Hyp. vernicosum, Hyp. scorpioides, Hyp. capillifolium, Hyp. fluitans, Hyp. revolvens, Hyp. pseudostramineum.* Ostatní druhy dříve neb nyní uznávané podřaďuje těmto jako subspecie neb variety.

V Rabenhorstově »Kryptogamenflora von Deutschland, Oesterreich und Schweiz« vycházející K. Gustava Limprichta »Die Laubmoose«, přinesly r. 1898 důkladně zpracované *Harpidie.* Limpricht pokládá »*Drepanocladus*« za *subgenus Hypnaceí* a nedělí je v žádné sekce. Ve svém klíči k určení evropských druhů užívá mimo znaky morfologické hlavně znaků anatomických. Celkem nalezneme zde druhy, jež jsme uvedli u Klinggraeffa, však popisy jsou daleko dokonalejší, hlavně anatomické, jichž Klinggraeff vůbec neužívá. Přibývá zde gronské *Hyp. orthothecioides* Lindb., *Hyp. contiguum* Nees., *Hyp. purpurascens* Limpr., *Hyp. pseudostramineum* C. Müll. (s pochybností o samostatnosti druhové), *Hyp. Schulzei* Limpr., *Hyp. brevifolium* Lindb., *Hyp. latifolium* Lindb. et Arnell. U *Hyp. exannulatum* nalézáme variety *β orthophyllum* Milde a *γ serratum* Milde. Ku svému novému *Hyp. purpurascens* klade *β brachydictyon* Renauld a *γ Rotae* (De Not.). *Hyp. contiguum* a *Hyp. orthothecioides* pokládá za slabé druhy, jež třeba podřaditi *Hypn. uncinatum.*

V poslední době studuje podrobně *Drepanoklady* C. Warnstorf. Tento vydal r. 1903 v »Beihefte zum Botanischen Zentralblat« Bd. XIII. p. 388—430 monografickou studii »Die europäischen Harpidien«. Zde jest již *Drepanocladus* považován za rod. V systematické části podává nejdříve přehled evropských druhů v podobě analytického klíče a pak popisuje podrobněji některé druhy, jež dosud poměrně málo byly známy a uvádí jejich variace. Všimněme si blíže jeho systematického rozdělení. Veškeré druhy rozděluje ve dvě části: I. *Integrifolia* a II. *Serratifolia.* Do prvé klade druhy, jež mají všechny listy celokrajné, zřídka nezřetelně zoubkované, do druhé části takové, kde jsou veškeré listy

zoubkované, zřídka celokrajné. Rozdělení toto není přesné, obzvláště ve druhé skupině (*Drep. fluitans*).

Integrifolia.

A. Skupina *Kneiffii: Drep. Kneiffii, Drep. polycarpus, Drep. pseudofluitans, Dresp. simplicissimus.*

B. Skupina *Aduncus:*

1. *Crassicostata: Drep. capillifolius, Drep. aduncus, Drep. Sendtneri.*

2. *Tenuicostata: Drep. lycopodioides, Drep. latifolius, Drep. brevifolius, Drep. subaduncus.*

C. Skupina *Intermedius: Drep. vernicosus, Drep. intermedius, Drep. revolvens, Drep. latinervus.*

Serratifolia.

D. Skupina *Uncinatus: Drep. uncinatus.*

E. Skupina *Exanulatus: Drep. Rotae, Drep. pseudorufescens, Drep. fluitans, Drep. exanulatus.*

Hypnum Wilsoni a *Hyp. hamifolium* podřaďuje Warnstorf k *Drep. Sendtneri, Hyp. Cossoni* k *Drep. intermedius*, obé plným právem. *Hyp. pseudostramineum* spojuje s *Drep. fluitans* a podobně *Hyp. Schulzei* pokládá za horskou odrůdu téhož druhu, rovněž *Hyp. aurantiacum.* Limprichtovo *Hyp. purpurascens* nepokládá za samostatný druh a podobně s *Hyp. tundrae* klade jako variety k *Drep. exanulatus.*

Drepanoklady ve spise G. Rotha »Die europäischen Laubmoose« z r. 1905 nepřinášejí nic nového. Jsou zpracovány na základě Limprichtově.

C. Warnstorf poněkud odchylně od své poslední práce vymezil jednotlivé druhy *Drepanokladů* v »Kryptogamenflora der Mark Brandenburg und angrenzender Gebiete. II. Die Laubmosse« z r. 1906. Zpracování jich jest zde velice důkladné a autor snažil se své mnohé slabé druhy co možná nejvíce osamostatniti. Za základ vzaty zde křídelné buňky a inserce listová. Proti práci dříve uvedené roztříštil opět některé druhy v nové. V příbuzenství *Drep. Kneiffii* utvořil *Drep. aquaticus* a *Drep. tenuis*, v příbuzenství *Drep. fluitans* a *Drep. exanulatus* jest nový *Drep. submersus, Drep. hercynius, Drep. orthophyllus* a *Drep.*

serratus. Drep. purpurascens, neuznávaný v monografii, zde se objevuje jako druh. *Dr. lycopodioides* přeložen poblíže *Drep. intermedius,* kam též dán *Drep. scorpioides,* dříve za *Drepanocladus* nepokládaný. Jediný *Drep. polycarpus,* v monografii jako druh uvedený, zde podřaděn jako varieta k *Drep. Kneiffii.* Posudky o jednotlivých druzích podány budou v systematické části.

V »Revue bryologique« z r. 1906 Nr. 6 a z r. 1907 Nr. 1 uveřejnil F. RENAULD, autor *Drepanokladů* v Muscologia Gallica, »Causerie sur les Harpidia«. V pojednáních svých stáhl jednotlivé druhy daleko více než v uvedeném spise. Rozeznává toliko *Hyp. aduncum, Hyp. uncinatum, Hyp. fluitans, Hyp. revolvens* a *Hyp. vernicosum.* Ostatní řadí k těmto jako poddruhy a variety.

K podobným názorům jako RENAULD dospívá též W. MÖNKEMEYER. Tento r. 1906 publikoval poznámky*) bryologické z okolí Lipska, kde si všímá obzvláště *Drepanokladů* ze skupiny »*Adunci*« a »*Exannulati*«. Tyto mohl po delší dobu volně v přírodě pozorovati. MÖNKEMEYER staví se proti tříštění druhů WARNSTORFEM, které vyplývá dle něho z herbářového studia. Poukazuje na jeho odporující si názory o *Drep. purpurascens,* k nimž by studium *Drepanokladů* v přírodě vésti nemohlo. Dle něho jest zařaditi *Hyp. Kneiffii, Hyp. polycarpum, Hyp. subaduncum, Hyp. pseudofluitans, Hyp. simplicissimum* do řady forem *Hyp. aduncum,* ježto mezi nimi existují přechody. WARNSTORFOVO *Hyp. capillifolium* není možné jako druh, poněvadž se dá odvoditi od různých typů *(Hyp. aduncum, Hyp. pseudofluitans, Hyp. Wilsoni, Hyp. Sendtneri),* podobně *Hyp. Rotae.* Obě jsou parallelní formy různého původu. Mezi *Hyp. Rotae* a *Hyp. exannulatum* existují přechody. *Hyp. Schulzei* pokládá za alpinskou neb subalpinskou formu *Hyp. fluitans* var. *falcatum, Hyp. pseudostramineum* a *Hyp. tundrae* jsou parallelní formy nemožné jako druhy, *Hyp. pseudorufescens* a *Hyp. aurantiacum* počítá do kruhu

---

*) W. Mönkemeyer, Bryologisches aus der Umgebung Leipzigs nebst Beobachtungen über einige Drepanokladen und ihre Formenkreise. — Sitzungsberichte der naturforsch. Gesellsch. zu Leipzig. 1906.

forem *Hyp. fluitans, Hyp. purpurascens* považuje za varietu *Hyp. exanulatum.*

R. 1907 objevil se v »Hedwigii« (p. 300—321) článek Leopolda Loeskeho »Drepanocladus, eine biologische Mischgattung«, ve kterém pokládány jsou *Drepanoklady* za směs několika rodů. Druhy ze skupiny *Uncinati* klade autor do rodu *Sanionia*; sem též počítá *Hyp. fertile* Sendt. Skupinu *Intermedii* považuje za rod *Limprichtia*, skupinu *Exanulati* za rod *Warnstorfia*, skupinu *Adunci* za rod *Drepanocladus ex parte*. Pak klade sem ještě rod *Pseudocalliergon* s druhy *Pseudocalliergon turgescens, trifarium, longicuspis* a rod *Scorpidium* se *Scorp. scorpioides*. Dobrodružného tohoto rozdělení *Drepanokladů* v rody doposud od jiných autorů užito nebylo.

Rok později přinesla »Hedwigia« (p. 300—304) Mönkemeyerovo pojednání »Tundrae Formen von Hyp. exanulatum«, kde nepokládáno *Hyp. tundrae* za samostatný druh, nýbrž za dvě řady forem *Hyp. exanulatum*, jež se dají od sebe dobře rozlišiti dle délky a šířky buněk čepelných.

V »Englerových Familiích« r. 1909 (p. 1033—1035) zpracovány byly *Drepanoklady* jako ostatní mechy Brotherem. Tento užívá rodových názvů Loeskeových k označení sekcí, v něž *Drepanoklady* dělí. Jest to ovšem hromadění názvů, neboť označení skupin těch provedl již Sanio. Ze sekce prvé *Sanionia* vyjímá Loeskeovu *Sanionia fertilis*, vkládá však ještě jednu IV. sekci *Pseudodepraponacladus*, ke které čítá *Drepanocladus badius*. Druh tento jinými bryology není kladen do našeho rodu.

Téhož roku publikuje Roth v »Hedwigii« jako doplněk k dílu »Europäische Laubmoose« přehled *Drepanokladů* (p. 152—177) s dodatkem (212—214). V obou článcích*) tříští co možná nejvíce jednotlivé druhy a uvádí mimo to mnoho nových variet a forem. Loeske a Mönkemeyer v témže ročníku »Hedwigie« příkře vystupují proti tomuto směru.

---

*) G. Roth: Uebersicht über die europäischen Drepanocladen, einschliesslich der neueren Formen.

Nachtrag zur Uebersicht über die Drepanocladen.

Mönkemeyer *) pokládá za samozřejmé, že jest nutno velice přísně posuzovati práce Rothovy a ve svých vývodech odvolává se na práci již dříve uvedenou.

V Čechách jedině samostatně zpracoval české *Harpidie* prof. Velenovský ve svém záslužném díle »Mechy české« (p. 338—342), vyšlém r. 1906. Zde autor uvádí *Harpidie* jako sekci rodu *Hypnum*, ale zmiňuje se (p. 328), že nebyla by veliká chyba, kdyby se různé sekce r. *Hypnum* tehdy uznávané pokládaly za malé rody, ježto vegetativní části druhů z jednotlivých sekcí jsou velmi rozdílné. Ve smyslu přísného systematika uvádí tyto druhy: *Hyp. uncinatum, Hyp. fluitans, Hyp. exannulatum, Hyp. lycopodoides, Hyp. Sendtneri, Hyp. aduncum* (= *H. Kneiffii*), *Hyp. intermedium, Hyp. revolvens, Hyp. vernicosum, Hyp. scorpioides.* Názory v díle tomto byly základem při naší práci.

K vůli úplnosti zmiňujeme se také o práci Ant. Weidmanna »Prodromus českých mechů listnatých« z r. 1905, kde *Harpidie* zpracovány jsou ve smyslu Limprichtově.

Výzkum českých *Drepanokladů* pojí se s výzkumem ostatních mechů českých. Dějiny tohoto vypsány jsou podrobně v Kavinově práci »České rašelinníky«, na níž odkazujeme. V poslední době všímají si bohatosti naší flory bryologické hlavně němečtí bryologové (Bauer, Schiffner, Matoušek, Mönkemeyer, Warnstorf a j.), v jichž pracích, publikovaných nejvíce v »Lotosu«, v »Hedwigii« a j. německých časopisech, nalezneme zmínky o lokalitách některých českých *Drepanokladů.*

II. **Poznámky morfologické, anatomické a biologické.**

Lodyžky *Drepanokladů* shodují se v anatomické stavbě s lodyžkami ostatních mechů, hlavně pleurokarpických. Na příčném řezu mají podobu hranatou, oválnou, zřídka kruhovitou. Buněčné pletivo lodyžek skládá se, vyjímaje *Drep. vernicosus,* ze tří částí.

---

*) W. Mönkemeyer: Kritische Bemerkungen zu Dr. G. Roths: Übersicht über die europäischen Drepanocladen, einschliesslich der neueren Formen.

Uprostřed táhne se tak zvaný střední či centrální svazek. Tento jest zde pouze nepatrně vyvinutý a skládá se z několika málo buněk tenkostěnných. U *Drep. intermedius* jest těžko rozeznatelný a u *Drep. vernicosus* schází úplně. Prof. Velenovský ve své »Srovnávací morfologii« (I., p. 121) pokládá pletivo toto u mechů za první stopy vývoje svazků cévních, jež zde slouží k rozvádění vody a zajisté také k rozvádění potravy. Warnstorf (Kryptogamenflora der Mark Brandenburg, p. 7.) přikládá centrálnímu svazku mechů xerofytních, na př. *Drep. uncinatus*, význam vodního a výživného reservoaru. U *Drep. vernicosus* a podružně u *Drep. intermedius* zastupuje funkci středního svazku celé pletivo lodyžky. Při tak nepatrném vývinu středního svazku u *Drepanokladů* můžeme se domnívati, že úkol rozvádění vody a potravy zastává celá lodyžka.

Centrální svazek obklopuje hlavní součást lodyžky, její základní pletivo — parenchym. Tento jest vždy dokonale u všech *Drepanokladů* vyvinut a skládá se z buněk volných, hranatých, tenkostěnných, čirých neb někdy žlutě zbarvených.

Základní lodyžkové pletivo přechází vesměs náhle v obvodové pletivo, v tak zvanou vrstvu korovou. Část tato skládá se z 1—5 řad buněk tlustostěnných, většinou prosenchymatických a téměř vždy zbarvených žlutě, žlutohnědě, červenožlutě i tmavě. Nejméně vrstev jest vyvinuto u *Drep. vernicosus* (1—2 vrstvy), u *Drep. intermedius, Drep. Kneiffii, Drep. revolvens* bývají 2—3 vrstvy, u *Drep. Sendtneri, Drep. lycopodioides, Drep. scorpioides, Drep. uncinatus* 3—5 vrstev. Pletivo korové nazýváno jest také mechanickým, neboť slouží k udržování pevnosti lodyžek. K tomu jest přizpůsobeno svými silně ztluštělými stěnami buněčnými.

Korová vrstva bývá u některých *Drepanokladů* ještě obalena vrstvou velkých, tenkostěnných buněk, jež obsahují vodu neb vzduch a tvoří zevní vrstvu korovou či epidermis. Tato jest vyvinuta nejdokonaleji u *Drep. revolvens*, kdež nazývána sphagnoidní epidermis, dále vyskytuje se u *Drep. intermedius, Drep. uncinatus* a někdy u *Drep. scorpioides*. U *Drep. exannulatus* jeví se toliko částečně při inserci jednotlivých listů lodyžních.

Poměrně řídce jsou lodyžky jednoduché, obyčejně se rozvětvují. Někdy nalézáme větévky krátké, oddálené, jindy jsou dlouhé a napodobují lodyžku. Většinou jsou větévky odstálé. V některém případě jsou větévky na konci lodyžky nahloučené, v jiném vyrůstají ve dvou řadách po celé délce lodyžky, čímž ona nabývá podoby žebernatého listu. Tu nazýváme lodyžky pravidelně neb nepravidelně zpeřeně větevnaté. Větvení Drepanokladů jako všech ostatních mechů děje se monopodiálně (Velenovský, Srovnávací morfologie, I., p. 107). Postranní pupeny a větévky vznikají vesměs v úžlabí listů a to přesně v medianě. U statnějších *Drepanokladů* jest možno pěkně toto úžlabní rozvětvování pozorovati.

Směr lodyžek není podobně jako úprava větévek typický pro jednotlivé druhy a podléhá častým změnám, jež jsou odvislé na vnějších poměrech. Nacházíme zde lodyžky přímé, vystoupavé, poléhavé, plazivé a vzplývavé. Konce lodyžek a větévek jsou srpovitě zahnuté, a odtud také rodové pojmenování.

Lodyžní listy mají podobu a velikost rozmanitou. Velikost listu kolísá u téhož druhu. Ta na př. *Drep. Kneiffii* má formy s listy dlouhými pouze 1—2 *mm* neb 5—7 *mm*. Šířka listů kolísá od 0·5 *mm* až do 1·5 *mm*. Tvar listů bývá pro jednotlivé druhy dosti charakteristický. Listy bývají kopinaté, vejčitokopinaté, často na basi zúžené *(Drep. lycopodioides)*, náhle neb ponenáhlu zašpičatěné, někdy ve špici tence až nitkovitě protažené. Tupé listy vyskytují se u *Drep. fluitans var. pseudostramineum* a *Drep. exannulatus var. tundrae*. Odlišné listy ode všech má *Drep. scorpioides*, jež jsou měchovitě vyduté, vejčité, tupé neb krátce zašpičatěné. Silně řáskaté listy má *Drep. uncinatus, Drep. vernicosus, Drep. lycopodioides*, méně *Drep. exannulatus*. Na okrajích jsou listy ponejvíce celokrajné. Nejzřetelnější serratura jest u *Drep. uncinatus* a u většiny forem ze skupiny *Exannulati*, kde nejméně zoubkované listy má *Drep. fluitans*. Zřídka jsou listy *Drep. vernicosus* ve špici zoubkované. Hlavní společný znak listů *Drepanokladů* jest jich více méně hákovité, srpovité, po případě až spirálovité upravení. Přímé listy jsou celkem velmi řídké. Takové nalezneme u ty-

pického *Drep. Kneiffii*, jeho formy *pseudofluitans* a dále u některých řídkých forem *Drep. exannulatus* a *Drep. fluitans*. Ploché listy jsou poměrně vzácné, zpravidla jsou listy vyduté, ve špici až žlábkovité. Ploché listy jsou obyčejně listy přímé. Přisedání listů k lodyžce děje se příčně. Inserce jest zde dvojího druhu. Jednak listy sbíhají zřetelně po lodyžce (listy sbíhavé), jednak přisedají přímo (nesbíhavé). V druhém případě někdy bývají listy nepatrně neb sotva sbíhavé. První způsob jest typický pro skupinu »*Adunci*«, vyjímaje *Drep. lycopodioides* a pro *Drep. exanulatus*. Jinde jsou listy nesbíhavé neb nejvýše sotva sbíhavé.

Žebro listové vyskytuje se u všech *Drepanokladů*, toliko u *Drep. scorpides* často úplně mizí. Někdy bývá žebro dvojité. Takové můžeme pozorovati u *Drep. lycopodioides*, u některých forem *Drep. Kneiffii* a u *Drep. scorpioides*. Jsou to ovšem případy řídké. Síly a délky doznává zde žebro různé. Nejsilnější a největší jest žebro listové u *Drep. Kneiffii* var. *capillifolius* a u *Drep. purpurascens* var. *Rotae*, kde po případě dlouze vybíhá. Tyto capillifolní formy jsou možny také u jiných *Drepanokladů*, jak uvádí se v literatuře, a jsou podmíněny nadbytkem vody. Velké a silné žebro dále má *Drep. Sendtneri*, *Drep. lycopodioides* a některé formy *Drep. exanulatus*. Slabší a kratší žebro jest v listech *Drep. Kneiffii*, *Drep. subaduncus*, *Drep. uncinatus* a u druhů ze skupiny »*Intermedii*«. U těchto sahá obyčejně do $^1/_2$ neb přes $^1/_2$ délky listové. *Drep. fluitans* má žebro vždy slabší než *Drep. exanulatus*. Barva žebra bývá zelená, žlutá, žlutohnědá, červená.

Čepelné buňky jsou více méně protáhlé až čárkovité a obsahují hojně zrnka chlorofyllová. Nejdelší a nejužší čepelné buňky má *Drep. intermedius*. K basi se čepelné buňky zkracují a stávají se parenchymatickými. Tvar a velikost jejich, hlavně poměr délky a šířky, mění se často u téhož druhu. V listech delších nalézáme buňky protáhlejší, užší, v listech kratších širší a kratší. Tudíž mění se velikost buněk čepelných s velikostí listu. Stěny jich jsou buď tenké a netečkované neb tlusté a tečkované, ovšem s různými přechody. Tenkostěnné a netečkované buňky převládají u forem *Drep. Kneiffii* a u *Drep. subaduncus*, tlustostěnné a tečkované u skupiny »*Intermedii*« a u »*Exanulati*«.

Význačny jsou pro *Drepanoklady* tak zvané buňky křídelné. Jsou to buňky nacházející se v rozích listů při inserci, obyčejně větší ostatních a též od nich se nápadně odlišují tvarem, po případě zbarvením. Někdy tvoří nadmutá ouška. Převládají buňky čiré, se stěnami slabými. Zřetelně ztluštělé stěny mají křídelné buňky *u Drep. Sendtneri* a *Drep. lycopodioides*, po případě u *Drep. scorpioides*. Tlustostěnné křídelné buňky jsou vždy žlutě neb hnědě zbarveny. Scházejí úplně toliko u *Drep. vernicosus. Drep. intermedius* a *Drep. revolvens* mají v rozích jen 2—4 oválné, čiré, tenkostěnné buňky křídelné. *Drep. fluitans* mnohdy též nemá patrně rozlišených buněk křídelných. Nejrozsáhleji jsou vyvinuty u *Drep. Kneiffii* a *Drep. exanulatus*, kde dosahují až k žebru. U *Drep. subaduncus* dosahují do $^1/_3$—$^1/_2$ vzdálenosti okraje listu k žebru. Podobně jest tomu u *Drep. Sendtneri*, ale zde jsou od ostatních basálních buněk nejasně rozlišitelny.

Zajímavá jest heterophyllie lodyžních lístků, vyskytující se u *Drep. Kneiffii*. Též u *Drep. Sendtneri* přichází. Listy u jmenovaných druhů jsou nejen zrůzněny tvarem a velikostí, nýbrž liší se též od sebe délkou a silou žebra a buňkami čepelnými. Rozdíl tento jeví se mezi listy na dolení a hoření části lodyžek. Ovšem nacházíme též ponenáhlé přechody. Buď jsou spodní listy dlouze kopinaté, ponenáhlu zašpičatěné, hoření pak daleko kratší, vejčité a krátce zašpičatěné, neb jest tomu naopak.

Listy větevné podobají se vesměs listům lodyžným co do tvaru, pouze bývají menší a někdy také užší.

Parafyllie, jež se rovnají morfologicky vláknům protonematovým (Velenovský, Srovn. morfologie I. p. 120) jsou u *Drepanokladů* velice řídké a slouží zde asi k zvětšení assimilační schopnosti. Nacházejí se pouze na basi větevných pupenů a jsou nejvíce podoby nepravidelně laločnaté, jindy podobají se šupinkám.

Rhizoidy či kořenové vlášení, jež jsou téže morfologické hodnoty jako parafyllie a liší se od protonematu pouze nepřítomností chlorofyllu, jsou u *Drepanokladů*, jak již možno z jich lokalit předpokládati, vlastně výjimkou. Úplně vyvinuty nacházejí se na listech *Drep. fluitans*, kde často můžeme je pozorovati v chomáčcích na špičce listové, na okraji

listu, ze žebra vyrůstající, někdy i na basi listové. Zde bývají zbarveny zpravidla hnědě. Hojněji vyskytují se ve špičkách listových jich počátky, tak zvané *rhizoidové iniciály*. Tak jest tomu u *Drep. fluitans* a *Drep. exannulatus*. Rovněž vyrůstají rhizoidy na lodyžkách některých druhů. To bývá v takovém případě, kdy lodyžky dotýkají se substratu, což bývá podmíněno vyschnutím vody (mimo u polehavých forem *Drep. uncinatus*). Tak můžeme pozorovati u poléhavých forem *Drep. fluitans, Drep. Kneiffii* a *Drep. uncinatus*. Vznik rhizoidů takových vykládá se dotekovým podrážděním a slouží zde rhizoidy k přidržování lodyžek k substrátu. V dřívějším případě jest jich úkolem přivádění potravy a vespolné spojování. Warnstorf ve své »Monografii *Harpidií*« upírá jim schopnost nepohlavního rozmnožování, ježto nenalezl žádného takového případu, kde by z nich se rostlinka vyvinovala. Byl-li dokázán jich význam v této okolnosti u jiných mechů, u nichž vůbec z každé části jest možný vznik nové rostlinky, proč by nebylo to možno u *Drepanokladů*, kde právě pro řídký výskyt sporogonů jednotlivé druhy toliko na nepohlavní rozmnožování odkázány jsou.

Květy *Drepanokladů* jsou většinou dvoudomé. Jednodomý jest *Drep. revolvens, Drep. uncinatus, Drep. fluitans* a *Drep. submersus*. Ve své morfologické podstatě jsou shodné s květy ostatních mechů. Samčí kvítky vyrůstají obyčejně na lodyžkách, řídčeji na lodyžkách i větévkách. Tvaru jsou pupencovitého a vždy širší než samičí. Lístky obalné jsou vejčité, náhle více méně zašpičatěné, celokrajné a většinou bezžeberné, toliko vnější u *Drep. fluitans, Drep. purpurascens* a *uncinatus* mají krátké žebro. Antheridií bývá nejméně 5, nejvíce 12, po vyprázdnění bývají žluté neb zlatožluté. Parafysy jsou vždy v menším neb větším počtu přítomné, většinou čiré. Perichaetiální větévky mívají ve spodní části rhizoidy. Tyto má v malém počtu *Drep. Kneiffii, Drep. uncinatus,* někdy též vyskytují se u *Drep. Sendtneri, Drep. fluitans* a *Drep. exannulatus*. Perichaetiální lístky bývají vzpřímené, většinou rýhované, žebernaté, celokrajné neb zoubkované. Hladké jsou toliko u skupiny »*Exannulati*«, slabě rýhované u *Drep. intermedius*. Archegonie jsou stejné jako u ostatních mechů a také jsou doprovázeny parafysami.

Květy *Drepanokladů* dospívají obyčejně v srpnu a září, někdy i v říjnu, výtrusy dozrávají pak vždy příštího roku koncem května a v červnu. Mnohdy bývá zrání podmíněno polohou krajiny.

Štět dosahuje délky 3—5 *cm*, řidčeji až 10 *cm*, jest hladký, tenký a zpravidla červený. Krček jest vždy přímý, tobolka válcovitá, zpravidla trochu skloněná až vodorovná, dlouhá až 4 *mm*, široká 1 *mm* a po odvíčkování bývá někdy pod ústím zúžená. Víčko vždy klenuté, tupě neb ostře špičaté. Prstenec schází toliko u skupiny »*Exannulati*«. Bývá většinou 2—3řadý, zřídka 4řadý (*Drep. Sendtneri*), loupavý jest u *Drep. Kneiffii*, *Drep. Sendtneri*, *Drep. vernicosus*, *Drep. intermedius* a *Drep. revolvens*. Peristom jest vyvinut jako u jiných příbuzných *Hypnaceí*. Zuby vnějšího obústí dosahují průměrné výšky 0·6 *mm*, bývají skoro až k basi rozlišené, nahoře široce hyalinně vroubené, ve spodní části hladké neb příčně rýhované. Zuby vnitřního obústí dosahují do $^1/_3$—$^1/_2$ výšky vnějších a mají někdy výběžky úzce trhlinovitě prolamované. Bližší podrobnosti udány budou u jednotlivých druhů. Brvy jsou uzlovité. Spory mívají 12—18 μ v průměru.

Drepanoklady přinášejí sporogony velice zřídka, zpravidla jsou sterilní. Nejčastěji bývá plodný *Drep. uncinatus*, méně *Drep. fluitans*, *Drep. revolvens* a *Drep. vernicosus*. Ostatní fruktifikují vzácně. Sporogony nemohl jsem ohledávati u *Drep. Kneiffii* mimo *var. polycarpus*, jež bývá hojně plodná, dále u *Drep. Sendtneri*, *Drep. subaduncus*, *Drep. lycopodioides* a *Drep. intermedius*. Proto jsou odkázány *Drepanoklady* na množení cestou vegetativní. Dle Warnstorfa děje se to pomocí pupenů, jichž rozeznává trojí druh. Na nejmladších částech lodyžek tvoří se v paždí listu tak zvané »rozmnožovací pupeny« (Brutknospen), které, jakmile dozrají, padají k zemi, v bahně pod vodou přezimují, načež příštího roku z jara dají vznik novým rostlinkám. Na starších částech lodyžek tvoří se v pozdním létě, kdy ony po vyschnutí vody pokrývají dno, tak zvané »adventivní pupeny« (Adventivknospen), které z jara jako předešlé účastní se na tvoření nové generace. Jako třetí způsob nepohlavního rozmnožvání uvádí Wanstorf tak zvané »konečné pupe-

ny« (Endknospen), jež, jsouce obaleny hojně listy, snadno vzdorují nepříhodným podmínkám zimním. Z nich vyrůstají pak nové výhonky, jako pokračování starších, téměř bezlistých lodyžek. Způsob tento zdá se býti nejrozšířenější.

Drepanoklady jsou rostliny milující vlhký substrát. Toliko jediný *Drep. uncinatus* roste na suchých místech (vyjímaje var. gracilescens). Nalezneme jej na kamenech, na kořenech a kmenech stromů, na doškových střechách, na holé půdě i j. Jest tedy druh tento xerofyt nanejvýše mesofyt. *Drepanoklady* ostatní vyhledávají močály, bažiny, rašeliny, luční a lesní příkopy, tekoucí vody, okraje rybníků a řek, po případě také místa aspoň občas vodou zaplavovaná jako některé formy *Drep. Kneiffii* a *Drep. subaduncus*. Jsou proto *Drepanoklady* rostliny h y d r o f i l n í a h y g r o f i l n í.

Mechy ty můžeme po stránce biologické srovnati se *Sphagny*. Podobně jako tyto jsou velice polymorfní, jsou odkázány stejně na vlhký substrát a velice často pospolu rostou, rozmnožují se nejvíce jako ony cestou nepohlavní a též se účastní ve mnohém případě s nimi, po případě samy na tvoření rašeliny. Též tvoří koberce pokrývající větší neb menší prostory, ovšem v takových massách, jaké činí *Sphagna*, se *Drepanoklady* nevyskytují neb velice zřídka. Liší se však od sebe výběrem chemických vlastností půdy. Kdežto *Sphagna* jsou rostliny vápnobojné, tudíž rostoucí zpravidla na místech, jež neobsahují vápníku, nečiní *Drepanoklady* téměř většinou žádných určitých nároků na chemické součásti půdy. Místům bohatším na vápno dává přednost *Drep. Sendtneri* (hlavně var. *Wilsoni*), dále *Drep. scorpioides* a *lycopodioides*. Místa rašelinná, tudíž nevápenná, vyhledává *Drep. vernicosus*. Ostatní druhy nacházíme na místech, jež jsou bohatá i chudá na minerální látky. *Drep. uncinatus*, pokud se vyskytuje na kamenech a holé půdě, vždy jest hojnější na místech nevápenných.

Doposud jest známo z celého světa 42 druhů *Drepanokladů* (Brotherus). Ovšem, počet ten musíme bráti střízlivě, jsouť v čísle onom udány také druhy slabé, zvláště druhy z krajin arktických a subarktických jsou velice pochybné a jsou to mnohdy pouhé formy druhů ve střední Evropě rostoucích, tvořené namnoze dle jednoho exempláře. Celkem jsou

Drepanoklady z různých zemí, hlavně mimoevropských, tak nepatrně prozkoumány, že nemůžeme mluviti o přesném jich geografickém rozšíření. Odpočteme-li od BROTHEROVÝCH *Drepanokladů Hyp. trifarium, turgescens* a *badium,* které k nim nenáleží, jest známo jich celkem 39. Evropských druhů udává WARNSTORF 20 ve své monografii z r. 1903. Ve svém díle »Kryptogamenfl. d. M. Brandenb.« z r. 1906 uvádí jich pouze z okolí udaného 24. Povýšil zde některé formy z práce předešlé na druhy. Z tohoto můžeme poznati, že nelze se ještě opříti o dosavádní výzkumy *Drepanokladů* a ještě dlouho bude trvati, než budou určitě vymezeny hranice jednotlivých druhů. Dle posledně uvedené WARNSTORFOVY práce jest evropských druhů *Drepanokladů* as 30.

Dle dosavadních nálezů jsou omezeny *Drepanoklady* na severní polokouli. Z Již. Ameriky a již. Afriky jest známo toliko několik málo druhů. Téměř veškeré druhy evropské vyskytují se též v Sever. Americe a sever. Asii. Okolnost tato pozorovaná u ostatních mechů a i u *Sphagen* svědčí o jich velikém stáří. V Čechách dle našeho pozorování jest rozšířeno 10 druhů a 3 subspecie. Jsou to téměř všechny druhy středoevropské.

Část systematická.

1. Důležitost jednotlivých rozlišovacích znaků.

Poněvadž veškeré druhy *Drepanokladů,* vyjímaje *Drep. uncinatus,* rostou téměř za stejných poměrů, jest přirozeno, že též jich habituelní znaky, na vnějších okolnostech závislé, jsou navzájem podobné. Mnohé druhy dle habitu vůbec nerozeznáme. Tak *Drep. exanulatus* a mnohdy společně rostoucí *Drep. fluitans* vnější podobou se úplně shodují, rovněž *Drep. Sendtneri* těžko lze dle vnějšku rozlišiti od *Drep. lycopodioides* neb *Drep. intermedius. Drep. subaduncus* jeví vzhled drobného *Drep. vernicosus* i podobného *Drep. intermedius* neb i *Drep. Sendtneri,* taktéž mnohé formy *Drep. Kneiffii* a některé ze sekce »*Exanulati*« jsou na první pohled nerozeznatelny. Habituelně shodují se také *Drep. vernicosus, Drep. intermedius* a *Drep. revolvens. Drep. uncinatus* snadno můžeme zaměniti s *Drep. fluitans,* rostoucím na sušších místech.

Ačkoliv jsou habituelní znaky *Drepanokladů* navzájem velice podobné, u jednoho a téhož druhu se habitus význačně mění. Srovnáváme-li exempláře téhož druhu z různých lokalit, shledáváme nápadné habituelní odchylky. Veliké variaci podrobeny jsou *Drepanoklady* ve statnosti. Vyskytují se u téhož druhu rostlinky veliké několik *cm*, ale i až 3 *dm*, jemné i statné. Na místech sušších jsou lodyžky nižší, tužší, trsy kompaktnější, listy hustěji sestavené a silnější, v močálech nacházíme trsy volnější, s lodyžkami delšími až statnými, měkčími, ponořené lodyžky v močálech bývají dlouhé, málo větevnaté, silné, hadovitě spletené, méně olistěné, na starších částech mnohdy bez listů, ve vodách stojatých jsou lodyžky chabé, dlouhé, hojně větevnaté, listy oddálené, odstávající a vzpřímené. Rostlinky v tekoucích vodách mají lodyžky vzplývavé, velice prodloužené, řídce olistěné, často jednoduché neb na konci nahloučeně větevnaté, větévky též napodobují lodyžky, které po vyschnutí vody tvoří celé povlaky na dně potůčku neb tůně. Nesmí nás překvapiti tak rozmanitá úprava lodyžek a větévek. Týž druh mívá lodyžky vzpřímené, poléhavé až vzplývavé, jednoduché neb více méně větevnaté, po případě zpeřeně upravené. Zbarvení jest zpravidla u téhož druhu velice různé, mnohdy táž lodyžka není stejnoměrně zbarvena. Nejmladší části bývají žlutozelené neb žluté, spodnější tmavší až i černé. Horské typy jeví červené neb purpurové zbarvení, často jsou červeně a zeleně strakaté.

Z uvedeného jest patrno, že habituelní znaky u *Drepanokladů* mají rozlišovací cenu velice nepatrnou. Obzvláště jest tomu tak u druhů ze skupiny »*Adunci*« a »*Exanulati*«. Nanejvýše jich můžeme užiti ve většině případů k rozlišování forem. Pouze u druhů, jež jsou vázány na určitější vlastnosti substratu, jako druhy ze skupiny »*Intermedii*« a »*Drep. scorpioides*«, jsou habituelní znaky stálejší.

Anatomických znaků lodyžek, jak již bylo podotknuto v části všeobecné, též ve velice nepatrné míře můžeme použiti v systemu *Drepanokladů*, poněvadž stavba jich lodyžek jest u většiny táž. Pouze nedostatek centrálního svazku u *Drep. revolvens* jest pro tento druh znakem typickým. Přítomnost zevní vrstvy korové jest charakteristická pro *Drep. uncinatus*, *Drep. revolvens* a *intermedius*; u *Drep. exanulatus* vyskytuje

se částečně v okolí sbíhavé base listové. U *Drep. scorpioides* oba udané anatomické znaky lodyžky pro svou kolísavost jsou nespolehlivé.

Důležitým systematickým vodítkem jsou listy lodyžní. Tyto svými jednotlivými znaky jsou vlastně základem celého systemu *Drepanokladů*. Velikost listu u jednotlivých druhů kolísá, však tvar listu nám dobře poslouží. Každý druh má svůj typický listový tvar. S prospěchem můžeme užiti přítomnosti serratury listové. Té užil Warnstorf k rozdělení všech *Drepanokladů* ve dva oddíly, ne však docela správně. Rýhování listů jest v jednotlivých případech dosti stálý a cenný znak. Dobrým znakem jest inserce listová, totiž sbíhavost a nesbíhavost listů. V užívání čepelných buněk musíme býti vždy opatrni. Vždy musíme uvážiti jich poměr k délce a šířce listu, jež obé jest u jednotlivých druhů velice proměnlivé a v málo případech můžeme upotřebiti síly a tečkování stěn buněčných. Nejdůležitějším znakem listovým vůbec pro rozlišování jednotlivých druhů jsou buňky křídelné. Tyto scházejí toliko v jediném případu u *Drep. vernicosus* úplně, jinak jsou význačným znakem jednak svým množstvím a tvarem, jednak zbarvením a silou stěn a mnohdy znakem rozhodujícím. Žebra listového, jež schází pouze u *Drep. scorpioides*, lze též u některých druhů s dobrým výsledkem použiti, hlavně v jeho délce a šířce; celkem však jest znak tento podružným.

Listy větevné, ježto jsou tvarem převážně úplně podobny listům lodyžním, nemají systematické ceny pro *Drepanoklady*.

Rozdělení květů na rostlinkách jako u ostatních mechů (Velenovský, Mechy čes. p. 14) i u *Sphagen* (Kavina, Čes. rašeliníky p. 71) nelze užiti zde jako rozhodujících znaků. *Drepanoklady* jsou, jak již bylo řečeno, většinou dvoudomé. Rozdílu v rozdělení květů na lodyžkách bývá užíváno jednak u *Drep. fluitans* a *Drep. exannulatus*, jednak u *Drep. intermedius* a *Drep. revolvens*. Již však nalezeny byly odporující tomu případy Saniem a Renauldem, hlavně u prvých dvou druhů, ovšem dosud řídce. Však to postačí zároveň se srovnáním podobných poměrů u jiných mechů k tomu, že nemůžeme

rozdělení květů na rostlinkách užiti jako rozlišovacích znaků druhových, obzvláště nemáme-li jiných znaků rozhodujících. Mimo to míváme zpravidla po ruce rostlinky nekvetoucí. Z květních částí posloužiti nám mohou někdy obalné lístky méně svým tvarem, hlavně jsou-li hladké či rýhované, opatřené žebrem či bezžeberné. Květy vlastní nejeví žádných rozdílů.

Sporogon u *Drepanokladů* jest rozlišovacím znakem podružným, jednak protože se řídce vyvinuje, jednak že není zřejmých odchylných znaků mezi sporogony u jednotlivých druhů. V řídkých případech můžeme použiti příčného rýhování zubů obústí. Nedostatek prstence jest typický pro skupinu »*Exanulati*«. Velikost a tvar spor, rovněž jich zabarvení jest zpravidla stejné.

Z poznámek těchto vyplývá, že nejdůležitějším znakem rozlišovacím pro *Drepanoklady* jsou listy lodyžní a u těchto opět nejkonstantnější jsou buňky křídelné. Však vždy musíme bráti ohled na všechny možné znaky, jichž u kterého druhu můžeme upotřebiti, a navzájem je musíme kontrolovati.

2. Klíč k určení jednotlivých českých druhů.

Žebro zakrnělé neb žádné . . . V. skup. **Scorpioidei.**
Žebro vždy vyvinuto . . . . 1.
1. Křídelné buňky vždy přítomny u větším počtu . 2.
Křídelné buňky nevyvinuty neb pouze nepatrně . . .
II. skup. **Intermedii.**
2. Mechy xerofilní . . . . . III. skup. **Uncinati.**
Mechy hydro- a hygrofilní . . . . 3.
3. Perichaetiální lístky rýhované, listy lodyžní převážně zoubkované, prstenec chybí . IV. skup. **Exanulati.**
Perichaetiální lístky hladké, listy lodyžní celokrajné, prstenec vyvinutý . . . . I. skup. **Adunci.**

I. skup. **Adunci.**

Křídelné buňky sahají až k žebru . . . .
1. spec. *Drep. Kneiffii.*

Křídelné buňky sahají do $^1/_3$, nanejvýše do $^1/_2$ vzdálenosti okraje listového k žebru . . . . 1.

1. Křídelné buňky tenkostěnné, čiré, jenom ve starších listech hnědé, ostře od ostatních basálních buněk odlišené
2. subsp. *Drep. subaduncus.*

Křídelné buňky tlustostěnné, hnědé neb žluté, nejasně od ostatních basálních buněk odlišené . . . . . . 2.

2. Listy hladké, žebro silné . . . .
3. spec. *Drep. Sendtneri.*

Listy rýhované, žebro slabší . . . .
4. spec. *Drep. lycopodioides.*

II. skup. **Intermedii.**

Listy rýhované, křídelné buňky žádné, centrální svazek a epidermis nevyvinuty . . 5. spec. *Drep. vernicosus.*

Listy hladké, křídelné buňky v nepatrném (2—4) počtu přítomny, centrální svazek a epidermis vyvinuty . . 1.

1. Rostliny žlutozelené, zelené neb nahnědlé (nikdy purpurové); dvoudomý, zřídka plodný . . . .
6. spec. *Drep. intermedius.*

Rostliny většinou purpurově zbarvené, silně lesklé; jednodomý, často plodný . 7. spec. *Drep. revolvens.*

III. skup. **Uncinati.**

Jediný druh . . . . 8. spec. *Drep. uncinatus.*

IV. skup. **Exanulati.**

Listy nesbíhavé, nanejvýše sotva sbíhavé . . . 1.

Listy zřetelně sbíhavé . . . . 2.

1. Rostlinky zelené, žlutavé, nahnědlé, zřídka červeně skvrnité, listy nerýhované; jednodomý . . . .
9. spec. *Drep. fluitans.*

Rostlinky často purpurově zbarvené neb zeleně a červené skvrnité, basální buňky v jedné příčné řadě, pravoúhelné, k okraji se protahující; dvoudomý . . . .
10. subsp. *Drep. purpurascens.*

2. Listy nepravidelně odstávající neb přímé, zřetelně, zejmena ve špici, zoubkované, hladké, čepelné buňky tenkostěnné; jednodomý . . . 11. subsp. *Drep. submersus.*

Listy většinou jednostranně zahnuté, celokrajné neb slabě zoubkované, rýhované, čepelné buňky více méně tlustostěnné; dvoudomý . . . . 12. spec. *Drep. exannulatus.*

V. skup. **Scorpioidei.**

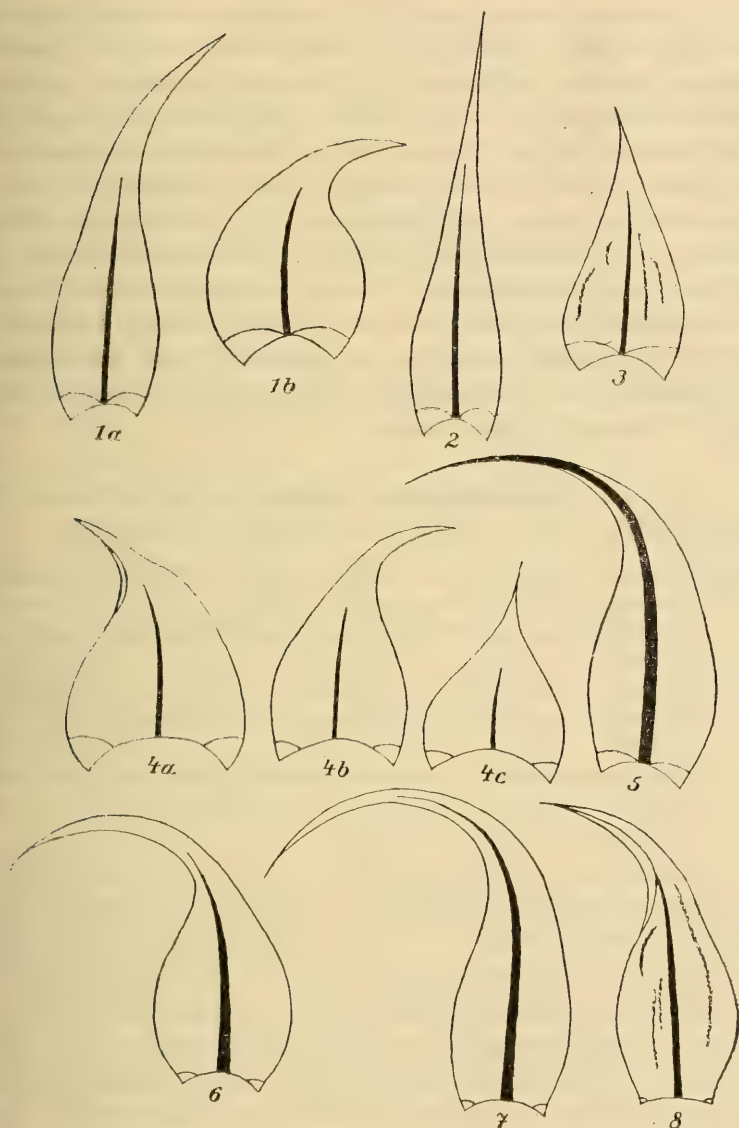
Jediný druh . . . . . 13. spec. *Drep. scorpioides.*

Část speciální.

I. Skupina **Adunci.** Sanio Bot. Centr. XIII. No. 13 (1883)

Syn.: Adunca excl. Hypnum vernicosum H. v. Klinggraeff Die Leber und Laubmoose West- und Ostpreussens (1893).
Kneiffiii a Aduncus skupina Warnstorf Die europäischen Harpidien, Beihefte z. Bot. Zentralbl. XIII. (1903).
Drepanocladus ex parte ut genus Loeske Hedwigia 1907, p. 311.
Drepanocladus ex parte jako skupina Brotherus Pflanzenfamilien 1909, p. 1035.

Hydro- a hygrophyti. Rostlinky slabé, malé i statné, zbarvené zeleně, žlutozeleně, hnědožlutě, na starších částech tmavohnědě. Lodyžky poléhavé, vzplývavé, vystoupavé i přímé, řidčeji jednoduché, obyčejně nepravidelně neb pravidelně zpeřeně větevnaté. Centrální svazek vždy přítomný, vnější korová vrstva schází. Listy lodyžní dimorfní i stejnotvaré, na basi vždy sbíhavé mimo Drep. lycopodioides, vejčité i kopinaté, náhle neb ponenáhlu zašpičatěné, ploché i vyduté, celokrajné, hladké, řidčeji řásnaté, rovné neb více méně jednostranně srpovitě zahnuté. Čepelné buňky dle délky a šířky listu proměnlivé, tenkostěnné i tlustostěnné, křídelné buňky vždy vyvinuty a sáhají buď až k žebru nebo do $1/3$—$1/2$ vzdálenosti okraje listového k žebru. V druhém případě jsou často od ostatních basálních buněk těžko rozeznatelné. Žebro slabé i silné, skoro vždy jednoduché, v polovině listu neb ve špici mizící, zřídka vybíhavé. Dvoudomé; obyčejně sterilní.



Obr. 1. *Adunci*. 1*a*, 1*b* *Drep. Kneifii* (listy dimorfní), 2. var. *pseudofluitans*, 3. var. *polycarpus*, 4*a*, 4*b*, 4*c* různé formy *Drep. subaduncus*, 5. *Drep. Kneifii* var. *capillifolius*, 6. *Drep. Sendtneri*, 7. *Drep. Sendtneri* var. *Wilsoni*, 8. *Drep. lycopodioides*. (4*a*, 4*b*, 4*c* zvětšeny více než ostatní).

»*Adunci*« jsou ze všech *Drepanokladů* nejvíce polymorfní a proto také se zde názory jednotlivých autorů o hodnotě druhové značně rozcházejí. Nejvíce tříští »Adunci«, podobně jako ostatní mechy, WARNSTORF, který nadělal ve skupině této 8 druhů, kdežto francouzský bryolog RENAULD rozeznává zde pouze jeden druh a ostatní jemu podřaďuje. I *Drep. Sendtneri* považuje za subspecies. My považujeme WARNSTORFOVO tvoření malých druhů za pochybené, neboť tyto většinou mají hodnotu variet a jeho uváděné variety jsou jenom lokální formy. RENAULDOVO stažení některých druhů, na př. *Drep. Sendtneri* a *Drep. lycopodioides* také nepokládáme za správné, neboť samostatnost druhová obou jest morfologicky i biologicky oprávněna.

1. Spec. **Drepanocladus Kneiffii** (SCHMP.) WARNST. Die europ. Harp., Beih. z. Bot. Zentralbl. p. 399 (1903).

Syn.: Hypnum erectum, aut fluitans, foliis oblongis perangustis acutis Dill. Cat. Giss., p. 219 (1718).
Amblystegium Kneiffii Br. eur. fasc. 55/56. Mon., p. 17, t. 11 (1853).
Hypnum Kneiffii (Br. eur.) Schmp. Coroll., p. 135 (1856).
Stereodon Kneiffii Mitt. in Linn. Proc.—Botany VIII., p. 43 (1864).
Hypnum aduncum γ Kneiffii Schmp. Syn. 2. ed., p. 727 (1876).
Hypnum aduncum γ Hampei c Kneiffii Sanio Bot. Centrbl. V., p. 94 (1881).

Rostlinky v kobercích volných, měkkých, zbarvených zeleně, žlutozeleně, na spodních částech hnědě. Lodyžky poléhavé, ve vodě vzplývavé, řidčeji vzpřímené, 15—20 *cm* dlouhé, různě spletené, obyčejně nepravidelně větevnaté, řidčeji jednoduché neb pravidelně zpeřeně větevnaté. Parenchym 2—3vrstevný, žlutě zbarvený. Listy lodyžní většinou dimorfní, řidčeji skoro stejnotvaré. V prvém případě spodní vejčité, náhle zašpičatěné, hoření podlouhle kopinaté, ponenáhlu zašpičatěné, neb naopak. V druhém případě jsou listy lodyžní buď kopinaté neb vejčitokopinaté. Na basi listy zřetelně sbíhají dosti hluboko, jsou ploché, celokrajné, hladké, dlouhé 1·5—3·5 *mm*, obyčejně vzpřímeně odstávající, řidčeji jednostranně srpovitě zahnuté podobně jako

konce lodyžek a větévek. Žebro slabší, v polovině listu neb něco výše mizící. Čepelné buňky tenkostěnné, netečkované, jich délka závisí na tvaru listu. V listech kopinatých jsou 12—16krát, ve vejčitých pouze 4—6krát delší než širší. Křídelné buňky jsou četné, čiré, někdy ve starších listech žlutavé, slabě tečkované a až k žebru dosahující. Listy větevné lodyžním podobné, pouze menší. Květy dvoudomé; ♂ rostlinky jsou více větevnaté, květy na lodyžkách, malé, tlustě vejčité, obalné lístky široce vejčité, náhle dlouze zašpičatěné, bezžeberné, skrývající 10 žlutavých antheridií s četnými, dlouhými, čirými paraphysami. Perichaetium často kořenující; vnější lístky perichaetiální v hoření části odstávají, vnitřní jsou vzpřímené, hluboce rýhované, se slabým žebrem. Štět až 5 *cm* dlouhý, slabý, stočený. Tobolka na vzpřímeném krčku skoro horizontální, podlouhle válcovitá, až 4 *mm* dlouhá, za sucha pod ústím zúžená. Víčko klenuté, ostře zašpičatěné. Prstenec 2—3řadý. Vnější zuby obústí téměř úplně rozdělené, tmavožluté, nahoře široce hyalinně vroubené, v dolení polovině příčně rýhované, v hoření v podélných rýhách papilky. Vnitřní zuby zlatožluté, většinou hladké, nanejvýš jemně papillosní, brvky 2—3, uzlovité. Spory žlutavé, skoro hladké, 16—18 μ v průměru. Zraje v květnu a v červnu.

Drep. Kneiffii jest u nás obecným mechem. Vyhledává močály, rašeliny, bažinaté louky, vlhké příkopy, okraje řek a rybníků, kde povléká uhnilé rákosí, stébla a smetí, na vlhkých polích tvoří daleko plazivé, prořídlé nitovité lodyžky. Ve střední a západní Evropě jest hojně rozšířen v rovinách a pahorkatinách a vystupuje nejvýše do 1000 *m*. Zřídka ale fruktifikuje. V severní Evropě jest méně rozšířený a jen zřídka sahá až k 70° s. š. Dosti hojný jest v Alžírsku, Kavkaze, ve střed. a severní Asii, Sever. Americe a na Novém Zeelandu.

Druh tento jest ze všech *Drepanokladů* nejvíce variabilní; z českých forem jsou nejdůležitější následující:

1. var. aquaticus (SANIO) H. v. KLINGGRAEFF Leb. u. Laubm. p. 272 (1893).

Syn.: Hypnum aduncum *α* Kneiffii c aquaticum Sanio Comment., p. 7 (1880).
Hypnum aduncum *γ* Hampei a aquaticum Sanio Bot. Centr. V., p. 94 (1881).
Drepanocladus aquaticus Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1003 (1906).

Rostlinky ponořené, žlutozelené, hnědožluté neb špinavě zelené. Lodyžky vzpřímené, dosti statné, 10 až 15 *cm* vysoké, více méně pravidelně zpeřeně větevnaté. Listy lodyžní srpovitě zahnuté, 3—4 *mm* dlouhé, nezřetelně řáskaté, dlouze zašpičatěné, trochu vyduté. Žebro silné, zelené neb žluté, do špice sahající. Křídelné buňky dobře vyvinuté, k žebru dosahující.

Všetaty (VEL.), Stéblová (KALENSKÝ).

Nejnověji povýšil WARNSTORF tuto všeobecně uznávanou varietu za druh, a to neprávem. Od typického *Drep. Kneiffii* neliší se žádnými trvalými znaky. Nevezmeme-li ohled na »trochu vyduté listy a statnost lodyžek« jako na naprosto nestálé znaky, síla žebra neopravňuje k samostatnosti druhové, a mimo to nalezl MÖNKEMEYER zřetelné přechody k formě typické. Síla žebra jest dle něho podmíněna nadbytkem vody.

2. var. capillifolius WARNST. Kryptogamenfl. d. Mark Brand. 1906 pro specie.

Syn.: Hypnum aduncum *β* Schimperi Sanio Comment., p. 19 (1880) ampl. Bryol. Fragm. II., p. 39 (1887).
Hypnum capillifolium Warnst. in Bot. Zeit. 1877, p. 478.

Rostlinky statné, ponořené, zbarvené nahoře žlutozeleně, dole tmavozeleně, měkké. Lodyžky až 20 *cm* dlouhé, vzpřímené, hustě pravidelně zpeřeně větevnaté, na konci silně hákovitě zahnuté. Listy lodyžní stejnotvaré, 6—7 *mm* dlouhé, jednostranně srpovitě zahnuté, velice dlouze, nitovitě zašpičatěné, hladké, trochu vydouté, jen zřídka u base zoubkované. Žebro velice silné, na basi 100—113 μ široké, špic listu vyplňující, neb dlouze vybíhající. Kří-

delné buňky k žebru dosahující, později tlustostěnné a hnědě zbarvené.

V lučních příkopech vápno obsahujících, též v rašelinných bažinách pořídku a většinou sterilní. V Čechách sbíral prof. Velenovský r. 1898 u Štěpánského přívozu, Matoušek u Poděbrad a Röll v Rudohoří u Schneebergu. Exempláře sbírané prof. Velenovským v Polabí habituelně značně podobají se *Drep. Sendtneri* var. *Wilsoni*, bližším ohledáním dle silně vybíhajícího žebra a silně vyvinutých křídelných buněk se snadno poznají.

Limpricht (Kryptogamenfl. IV. B. III. Abt. p. 403) uvádí formu tuto sice jako druh, však pochybuje o jeho ceně, ježto exempláře z různých stanovisek se zřejmě neshodují. My, nemajíce dostatek srovnávacího materiálu, nemůžeme pronésti definitivního úsudku, však z podobných příčin jako u formy předešlé, pojímáme formu tuto jako varietu *Drep. Kneiffii*. Var. *Rotae* z příbuzenstva *Drep. exannulatus* jest parallelní s var. *capillifolius* a dle nejnovějších pozorování (Mönkemeyer, Loeske) vytvořují i jiné druhy *Drepanokladů* formy se silným neb vybíhajícím žebrem za určitých, stejných okolností (přebytek vody). My jsme měli příležitost pozorovati obdobný případ u *Drep. exanulatus*, kde nalezli jsme kapillifolní formy s různými přechody k typické formě.

3. var. pseudofluitans (Sanio) Warnst. Die europ. Harp., Beih. z. Bot. Zentralbl., B. XIII. H. 4 (1903) pro specie.

Syn.: Hypnum pseudofluitans H. v. Klinggr. Leber und Laubm. West- u. Ostpr., p. 273 (1893).

Rostlinky obyčejně statné, potopené, zbarvené žlutozeleně, zeleně, měkké, někdy lesklé. Lodyžky 10—20 *cm* dlouhé (někdy i 30 *cm*), většinou vzpřímené, listy na vrcholku stočené ve špičku obyčejně přímou, řídce nepatrně zahnutou. Větévky upraveny převážně pravidelně zpeřeně. Listy lodyžní stejnotvaré, oddálené, přímé neb odstávající, podlouhle kopinaté, ponenáhlu ostře zašpičatěné, ploché, hladké, celokrajné, až 5 *mm* dlouhé

a 1 *mm* široké. L i s t y v ě t é v e k, téměř v pravém úhlu odstávajících, p e r n a t ě u p r a v e n é.

V příkopech lučních i lesních, v bažinách v rovině roztroušená forma. Vyskytuje se vždy v massách, tak že mnohdy celé příkopy vyplňuje a po jich vyschnutí pokrývá jako jemná přikrývka dno, z jara opět rychle se vyvíjejíc. V Čechách jsou nám známa tato stanoviska: Na Šumavě u Madru, Hvězda u Prahy, Jevany, Štěchovice, Nymburk, Neratovice, Štěpánský přívoz (VELENOVSKÝ), Třeboň (AMBR.), Čes. Lípa, Most. Všetaty (SCHIFFNER). Nejvýznačnější formy jsou tyto:

f. *pinnatus* WARNST. L o d y ž k y v ž d y p ě k n ě p r a v i d e l n ě z p e ř e n ě v ě t e v n a t é.

f. *subsimplex* WARNST. L o d y ž k y s k o r o j e d n o d u c h é jen tu a tam krátké větévky.

subf. *natans* (JUR.) WARNST. T r s y volně ve vodě v z p l ý v a v é, často velice dlouhé.

Není nám jasné, proč KLINGGRAEFF a WARNSTORF oddělují formu tuto jako druh od Drep. Kneiffii. Vždyť není mezi nimi ostrých hranic, jak také SCHIFFNER (Lotos 1905) poznamenává a vyskytují se mezi nimi časté přechody. WARNSTORF udává jako hlavní rozdíly »l i s t y s k o r o s t e j n é, l o d y ž k y v ě t š i n o u p r a v i d e l n ě z p e ř e n ě v ě t e v n a t é, v r c h o l k y p ř í m é n e b h á k o v i t ě z a h n u t é«. Znaky tyto jsou více méně platné též pro *Drep. Kneiffii* a proto my klademe k němu formu tuto jako varietu.

4. var. *polycarpus* (BLAND.) WARNST. Kryptogamenfl. d. Mark Brand. p. 1000 (1906).

Syn.: Hypnum gracilescens Bland. Syst. tab. Sammlung (1808).
Hypnum polycarpon Bland. in sched., Voit in Sturm. D. Fl. II. 14. Heft cum icon. (1813).
Hypnum aduncum γ polycarpum Br. eur. fasc. 57/61, Mon., p. 36, t. 24 f. γ 1—4 (1854).
Hypnum psylocaulon Card. in Rev. bryol. 1883.
Hypnum aduncum α Blandowii c polycarpon Sanio Comm., p. 11 (1880).
Amblystegium polycarpum (Bland.) Vent. u. Bott. Enum., p. 11 (1884) ex parte.

Hypnum tenue (Schpr.) v. Klinggr. Leber- und Laubm. West.- u. Ostpr., p. 272 (1893) ex parte.
Hypnum madiiense Warnst. Allgem. Bot. Zeitschr. 1900, p. 19.
Drepanocladus polycarpus Warnst. Die europ. Harp., Beih. z. Botan. Zentralbl. B. XIII. Heft 4., p. 399 (1903).

Rostlinky neobyčejně jemné, štíhlé, tvořící husté trsy až 10 *cm* vysoké, zbarvené světlozeleně, žlutozeleně neb hnědozeleně, nelesklé. Lodyžky poléhavé, často s rhizoidy, neb vystoupavé až přímé, s větvičkami oddálenými a jako tyto na konci slabě zahnuté. Listy lodyžní dimorfní; spodní vejčitokopinaté, ponenáhlu zašpičatěné, přímé neb odstávající, až 2 *mm* dlouhé, hoření kratší, náhle zašpičatěné, srpovitě zahnuté, vyduté, někdy rýhované. Též obráceně. Žebro nejvýše ve $^2/_3$ listu mizící. Křídelné buňky obyčejně k žebru dosahující, někdy od něho oddálené. Sporogony hojné.

Na vlhkých rýpaninách, v příkopech, bažinách, na bažinatých březích v rovinách roztroušený. Štěpánský přívoz, Borkovice (Vel.), Radostín (Kalenský).

Warnstorf ve své monografii *Harpidií* uváděl formu tuto ještě jako druh, o 3 roky později (Kryptogamenfl. d. Mark Brandenb.) zařazuje ji správně jako varietu k *Drep. Kneiffii,* poněvadž ani ve svých vegetativních ani rozmnožovacích orgánech se od něho neliší. Prof. Velenovský již ve svých »Bryologických příspěvcích« z Čech za rok 1899—1900 pokládá ji za varietu. Svými křídelnými buňkami, jež často nedosahují k žebru, blíží se silně k *Drep. subaduncus.*

2. subspec. **Drepanocladus subaduncus** Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Centralbl. Bd. XIII. p. 422 (1903).

Syn.: Hypnum aduncum Hedw. β gracilescens Bryol. eur. Vol. VI., tab. 605.
Hypnum aducum ε legitimum a gracvilescens Sanio Comm., p. 14 (1880).
Hypnum tenue β gracilescens H. v. Klinggr. Leb. u. Laubm. West.- u. Ostpr., p. 272 (1893).

Hypnum aduncum Hedw. f. typica, f. falcata, f. turficola, f. gracilescens Husnot Muscol. gall., p. 369 (1894).

Hypnum polycarpum var. γ gracilescens (Br. eur.) Limpricht Kryptogamenfl. von Deutschl. Bd. IV. Abt. 3., p. 413 (1898).

Polštářky měkké, za sucha trochu tuhé, světle zelené neb žlutozelené. Lodyžky štíhlé, vzpřímené neb poléhavé, 5—10 *cm* vysoké, nepravidelně neb skoro pravidelně zpeřeně větevnaté, konce větévek i lodyžek hákovitě zahnuté. Listy lodyžní nepatrně oddálené, stejnotvaré, většinou jednostranně srpovitě zahnuté, ze zřetelně sbíhavé base široce vejčité, po případě srdčité, více neb méně dlouze tence zašpičatěné, 1·3—2 *mm* dlouhé, 0·65—0·9 *mm* široké, slabě rýhované, ve špici vyduté, celokrajné. Žebro nesilné, ke špici dosahující, na basi 50—60 μ široké. Čepelné buňky tenkostěnné, ve středu listu 3—4krát, ve špici 6krát a na basi 2—3krát delší než širší. Křídelné buňky tvoří ouška, jsou od ostatních basálních buněk dobře odlišené, hranaté, z počátku čiré, později žlutavé a dosahují do $^1/_3$—$^1/_2$ vzdálenosti okraje listového k žebru. Listy větevné jsou menší a více kopinaté, jinak podobné lodyžním. Dvoudomý; ♂ květy na lodyžkách i větévkách, obalné lístky bezžeberné, s četnými paraphysami a 8—10 antheridiemi. Perichaetiální větévky nekořenují; vnitřní obalné lístky vzpřímené, celokrajné, jemně rýhované, bezžeberné neb se slabým žebrem. Štět (dle Warnstorfa) červený, 3—4 *cm* vysoký. Tobolka červenohnědá, skorem horizontální, válcovitá, 3 *mm* dlouhá a 1 *mm* široká. Víčko nízké, vyklenuté, špičaté. Prstenec třířadý, loupavý. Vnější zuby obústí 0·6 *mm* vysoké, tmavožluté, skoro až k basi rozdělené, v dolení polovici příčně rýhované, nahoře hrubě papillosní. Vnitřní zuby bleděžluté, dosahující $^1/_3$ výšky vnějších, brvy 2—3, silné, uzlovité. Spory bleděžluté, skoro hladké, 10—12 μ v průměru mající. Zraje v květnu a v červnu.

Vyskytuje se na vlhkých, čerstvých rýpaninách, v močálech, rašelinách, v příkopech po Čechách roztroušeně. Chuchle, Tetín, Motoly, Roztoky, Poříčany, Čekanice, Čes.

Brod (VELENOVSKÝ); Borkovice (VELENOVSKÝ, AMBR.). Nejobyčejnější formy jsou tyto:

f. *falcata* RENAULD. Listy silnější, dlouze zašpičatěné, silně srpovitě zahnuté až spirálovitě stočené.

f. *gracilescens* SCHMP. Listy lodyžní hustě sestavené, kratčeji zašpičatěné, žebro do špice nedosahuje; buňky čepelné kratší.

Oproti WARNSTORFOVI pojímáme druh tento za slabý, spíše za plemeno polymorfního *Drep. Kneiffii*, od něhož se liší hlavně, nebéřeme-li ohled na habitus, tvar listu a čepelné buňky, křídelnými buňkami, jež dosahují toliko do $^1/_2$ vzdálenosti okraje listového k žebru. Za správný pokládáme názor WARNSTORFŮV (Kryptogamenfl. d. M. Brand. p. 1012), že co do rozsahu *Drep. subaduncus* kryje se pravděpodobně s typickou formou *Hypnum aduncum* HEDW. (Muscol. frond. IV. p. 62, t. 24.), jejíž popis hodí se na různé *Drepanoklady*, které mají listy srpovitě zahnuté.

Drep. subaduncus habituelně velice se podobá drobnému *Drep. vernicosus*, *Drep. intermedius* neb *Drep. Sendtneri*. Od všech mikroskopicky snadno se rozezná tvarem listu a křídelnými buňkami, jež u prvého schází, u druhého jsou nemnohé, u *Drep. Sendtneri* pak tlustostěnné a těžko od ostatních basálních odlišitelné.

3. spec. **Drepanocladus Sendtneri** (SCHMP.) WARNST. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. Bd. XIII. p. 400 (1903).

Syn.: Hypnum Sendtneri Schmp. Musci eur. nov. fasc. III./IV. (1866).
Amblystegium Sendtneri De Not. Epil., p. 139 (1869) excl. var. giganteum.
Hypnum aduncum ε legitimumu d. Sendtneri Sanio Comm., p. 17 (1880).
Amblystegium intermedium var. Sendtneri Vent. & Bott. Enum., p. 12 (1884).

V kobercích velkých, řidších, barvy žlutozelené, hnědožluté, zelené i načernalé, na mladších částech lesklé. Lodyhy většinou statné, řidčeji na sušších stanovištích nízké, 20—30 *cm* dlouhé, poléhavé neb vystoupavé, nepravidelně zpeřeně spoře větevnaté, trochu tuhé, na

konci hákovitě zahnuté, podobně větévky. Lodyžní listy nehusté až prořídlé, již od sbíhavé base silně srpovitě zahnuté, trochu ouškaté, dole široké, kopinatě tence zašpičatěné, vyduté, hladké, celokrajné, 1·5 až 3 *mm* dlouhé, 0·7—1·4 *mm* široké. Žebro silné, žlutohnědé, do špice sahající, na basi 60—110 μ široké. Čepelné buňky tence čárkovité, rovné, tenkostěnné i tlustostěnné, 6—10krát delší než širší, k inserci listu se zkracují, na basi jsou žluté, tlustostěnné, hranaté, v ouškatých rozích nafouklé skupiny žlutých neb hnědých, tlustostěnných, tečkovaných hranatých buněk, jež sahají i přes $^1/_3$ poloviny čepele a nejsou přesně od ostatních basálních buněk odlišené. Listy větevné jenom menší lodyžních, jinak stejné. Dvoudomý; ♂ květy na lodyžkách i na větévkách, četné, žlutohnědé, vnitřní obalné lístky bezžeberné, antheridií 4—6, paraphysy žlutavé, dlouhé. Perichaetium kořenující; vnější obalné lístky odchýlené, vnitřní přímé, se silným, žlutým, dlouhým žebrem, celokrajné, hojně rýhované. Štět (dle Limprichta) 3 až 4 *cm* dlouhý, tenký, purpurově zbarvený, v pravo stočený, tobolka skloněná až horizontální, skoro válcovitá, za sucha červenavá, trochu řásnatá, pod ústím zúžená. Víčko klenuté, na špičce červené. Prstenec trojřadý, červený. Vnější zuby obústí 0·6—0·7 *mm* dlouhé, ze středu náhle zúžené, ve spodní části žlutohnědé až skoro oranžové, příčně rýhované, v hoření části široce žlutě vroubené, obruba tato na spodu špičky příčně rýhovaná a v podélných rýhách hustě papillosní. Vnitřní zuby žluté, skoro hladké, výběžky úzce prolamované, brvy 2—3, uzlovité. Spory bledě rezavé 12—16 μ v průměru. Zraje v letě.

V hlubokých močálech, bažinách a jich příkopech, v nížinách a pahorkatinách v Evropě ne příliš rozšířený, rovněž v Sever. Americe. V severních částech Evropy velice řídký. Obyčejně sterilní. V Čechách nejvíce byl pozorován v severní polovině. Na bažinách u Čes. Lípy velmi obecný (Scheffn.), rovněž u Jestřebí, Žíznikova, Höhlengrundu (Scheffn., Schmidt), u Štěpánského přívozu na Labi (Velenovský), hojně u Lysé (Velenovský, Ambr.), lesní louka u Smečna;

(Velenovský), Manětín (Bauer), Rožďalovice (dle Wdm.), Jakscheberg, Lubošská rovina, Navarovská louka, Bílý vrch nad N. Světem (Sitenský), Pardubice (Kalenský). Velice variruje ve velikosti a habitu.

1. var. gracilescens (Sanio) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1014 (1906).

Syn.: Hypnum aduncum ε legitimum a gracilescens Sanio Comment., p. 14 (1880).

Rostlinky vzhledu Drep. subaduncus, v nízkých, žlutozelených kobercích. Lodyžky nejvýše 5 *cm* vysoké, skoro pravidelně zpeřeně větevnaté. Listy lodyžní dimorfní; spodní dlouze kopinaté, ponenáhlu zašpičatěné se silnějším červenožlutým žebrem daleko do špice sahajícím, hoření z vejčité base náhle v dlouhou špičku protáhlé.

Sbíral prof. Velenovský u Všetat a u Oužic.

2. var. Wilsoni (Schmp.) Warnst. Kryptogamenf. d. M. Brandenb. II., p. 1016 (1905).

Syn.: Hypnum Wilsoni Schmp. in litteris., Lorentz Bryol. Notizb., p. 76 (1865).
Hypnum Sendtneri var. Wilsoni Schmp. Musc. eur. nov. fasc. III.—IV., p. 3 (1886).
Hypnum intermedium β Wilsoni Lindb. Spitzb.-Mossor, p. 540 (1866).
Amblystegium Sendtneri β giganteum De Not. Epil., p. 139 (1869).
Amblystegium Wilsoni Lindb. Musc. scand., p. 33 (1879).
Hypnum aduncum ε legitimum c. Sendtneri ** triviale Sanio Comment., p. 16 (1880).
Hypnum lycopodioides * H. Wilsoni Ren. Husn. Muscol. gall., p. 375 (1894).
Drepanocladus Wilsoni Roth Die europ. Laubm. II., p. 555 (1905).

Rostlinky statné, většinou potopené, měkké, žlutozelené, po případě nahnědlé. Lodyžky 15—30 *cm* dlouhé, málo větevnaté neb řídce zpeřeně větevnaté. Listy lodyžní trochu volněji sestavené, delší než u typické formy, dlouze kopinaté, nitkovitě zašpiča-

těné, 3—5 *mm* dlouhé, vždy silně jednostranně zahnuté (až spirálovitě), někdy slabě rýhované, žlábkovitě vyduté. Žebro méně silné, daleko přes polovinu listu sáhající.

V Čechách sbírána byla forma tato u Lysé (HORA, VELENOVSKÝ, AMBR.), Aschendorf (SCHFF.), Svárov (JURATZKA).

3. var. giganteus (SCHMP.) WARNST. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb., p. 1015 (1906).

Syn.: Hypnum aduncum ζ giganteum Br. eur. fasc. 57—61 Mon., p. 36, t. 24[2] (1854).

Hypnum Sendtneri var. giganteum Schmp. Syn. 1 ed., p. 607 (1860).

Hypnum hamifolium Schmp. Syn. 2 ed., p. 732 excl. Syn. p. p. (1886).

Hypnum aduncum Subsp. H. hamifolium Renauld in Rev. bryol., p. 75 (1881).

Hypnum aduncum ε legitimum a giganteum Sanio Comment., p. 18 (1880) emend. in Hedwigia 1887 p. 106.

Hypnum Wilsoni var. hamifolium Warnst. Moosfl. Prov. Brandenb., p. 78 (1885).

Amblystegium Sendtneri var. hamifolium (Schimp.) Bom. & Broth. Herb. Mus. fennia p. 64 (1894).

Hypnum Sendtneri var. robustum Lindb. Warnst. Werh. bot. Ver. Brandenb. XLII., p. 217 (1900).

Drepanocladus hamifolius Roth Die europ. Laubm. II., p. 556 (1905).

Trsy potopené, zbarvené na nejmladších částech žlutozeleně, lesklé, na starších hnědě až tmavě. Lodyžky velice statné, za sucha tuhé, skoro pravidelně zpeřeně větevnaté, 20—30 *cm* dlouhé. Listy lodyžní jako u předešlé formy stejnotvaré, hustě sestavené, tuhé a pevné, silně srpovitě zahnuté, podobné jako u var. *Wilsoni,* na basi více vejčité. Žebro velice silné, do špice vybíhající.

Forma tato miluje vápenité močály podobně jako předešlá, a jest poměrně řídká v rovinách a nižším předhoří. V Čechách sbíral ji, pokud mi známo, pouze prof. VELENOVSKÝ u Lysé r. 1902. Od var. *Wilsoni* rozezná se snadno svou tuhostí, silnými listy a silným delším žebrem. Obě poslední dvě formy liší se od typické převážně statností a dlouze kopinatými listy. Od mnohých autorů jsou

uváděny jako samostatné druhy, ač jsou vlastně morfologicky s *Drep. Sendtneri* úplně shodny až na malé výjimky. I Warnstorf, který si libuje v tvoření slabých druhů, neuznává jejich druhovou oprávněnost.

4. spec. **Drepanocladus lycopodioides** (Schwaegr.) Warnst. Die europ. Harp. Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII., p. 401. a 413. (1903).

Syn.: Hypnum lycopodioides Brid. Sp. Musc. II., p. 227 excl. synonym. plurim. (1812).
Hypnum lycopodioides Schwaegr. emend. Suppl. I., p. II., p. 330 (1816).
Hypnum aduncum var. rugosum Hoock & Tayl. Muscol. brit. 2. ed., p. 186 (1827).
Amblystegium lycopodioides De Not. Cronaca II., p. 23 (1867).
Hypnum lycopodioides β verum Sanio Comment. (1880).
Hypnum aduncum δ molle a Wilsoni ex parte Sanio Beschreibung der Harp. p. 36 (1885).

Statný mech, rostoucí v kobercích mohutných, hustých, hnědožlutých, žlutozelených, hnědých, na starších částech tmavých, zřídka zelených, sotva lesklých. Lodyžky ponořené, poléhavé neb vystoupavé, tlusté, průměrné velikosti 10—15 *cm*, (v hlubokých bažinách až 30 *cm* dl., na suchých místech pouze 5—8 *cm* vysoké), obyčejně jednoduché neb oddáleně krátce větevnaté, řídce pravidelně zpeřeně větevnaté. Lodyžky i konce větévek silně hákovitě zahnuté. Lodyžní listy husté, měkké, z vejčité zúžené spodní části kopinatě zvolna zašpičatěné, ve špici vyduté, celokrajné, poměrně málo sbíhavé, obyčejně rýhované, hákovitě jednostranně zahnuté, 3—4 *mm* dlouhé (řidčeji více), 1·7 *mm* široké. Žebro jednoduché (někdy dvojité), žlutozelené, dosti silné (ale slabší než u Drep. Sendtneri), před samou špičkou končící, na basi kolem 60 μ široké. Buňky čepelné čárkovité, většinou tenkostěnné, zpravidla 10krát delší než širší (ve střední části listu), řidčeji 6 neb 20krát, na basi hranaté, trochu širší, tlustostěnné, silně tečkované, křídelné buňky od ostatních basálních sotva rozeznatelné, nečetné, 4hranné, nenadmuté, hnědožluté. Listy větevné podobné lodyžním, jenom menší. Dvoudomý; ♂ květy

na lodyžkách, malé, obalné lístky vejčité, bezžeberné, antheridií 6—8 s paraphysami. Perichaetium nekořenující, s četnými obalnými lístky, jež mají dlouhou, zpět ohnutou špici, někdy jsou ve špici zoubkované, řáskaté, se slabým žebrem. Štět (dle Warnstorfa) 2—4 *cm* dlouhý, žlutočervený, stočený. Tobolka skloněná, podlouhle válcovitá, až 4 *mm* dlouhá, pod ústím po vyprázdnění zúžená. Víčko vysoce klenuté, špičaté. Prstenec 3řadý, neloupavý. Vnější zuby obústí 0·6 až 0·7 *mm* vysoké, ve spodní části spojené, zlatožluté, dole široce, nahoře úzce hyalinně vroubené, vnitřní bleděžluté, slabě papillosní, výběžky úzce prolamované, s uzlovitými brvami. Spory žluté neb světlohnědé, téměř hladké, 12—15 μ v průměru. Zraje v červnu a červenci.

Vyskytuje se v hlubokých močálech, hlavně vápenných, v lučních a rašelinných příkopech, ve vlhkých vřesovinách v rovinách a nižších hornatých krajinách ve střední Evropě rozšířen, v severních a jižních krajinách Evropy řídký, rovněž řídce stoupá do pásma subalpinského. Dle Brothera též v Gronsku a v okolí řeky Jenisey. Vzácně plodný. V Čechách sbírán pouze v hlubokých močálech na Hrabanově u Lysé (Hora 1884, Velenovský 1893, Ambr. 1907), a u Hlinska (Kalenský). Druh tento m á l o v a r i r u j e.

1. var. p e r m a g n u s (Limpr.) Warnst. Die europ. Harp. Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII., p. 415 (1903).

Syn.: Hypnum lycopodioides β permagnum Limpr. Kryptogamenfl. von Deutschl. Bd. IV. Abt. 3., p. 399 (1898).

Rostlinky v e l i c e s t a t n é, nahoře žlutohnědé, dole až černé, lesklé. L i s t y l o d y ž n í p o n e n á h l u v e l i c e d l o u z e š í d l o v i t ě z a š p i č a t ě n é, měkké, velice vyduté, 5—6 *mm* dlouhé, 1·3—1·8 *mm* široké. Ž e b r o s i l n ě j š í než u typické formy; č e p e l n é b u ň k y p r o t á h l e j š í. Forma vzácná.

V rašelině u Radotína sbíral Kalenský.

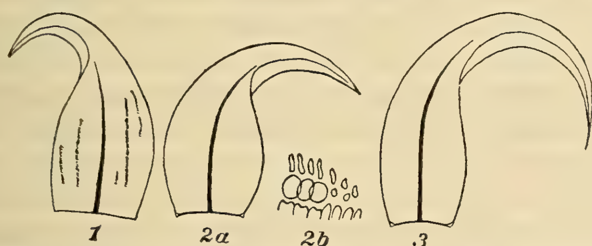
Habituelně podobá se *Drep. lycopodioides Drep. scorpioides* a *Drep. Sendtneri* (obzvl. var. *Wilsoni*). Od prvého snadno rozezná se dokonalým žebrem, které u *Drep. scorpioides* jest zakrnělé neb vůbec nevyvinuté a dlouze zašpičatěnými li-

sty, od druhého pak hlavně rýhovanými listy, méně sbíhavými, slabším žebrem a menším počtem křídelných buněk.

II. skupina **Intermedii** (SANIO Bot. Zentralbl. XIV., p. 431 [1883]).

Syn.: Limprichtia ut genus Loeske Hedwigia 1907, p. 310.
Limprichtia jako skupina Brotherus Pflanzenfamilien 1909, p. 1033.

Hygro- a hydrophyti. *Drep. vernicosus* pouhý hygrophyt. Rostlinky habitu celkem podobného, něžné i dosti statné, v kobercích mnohdy rozsáhlých, hustých, houbovitých, zbarvené obyčejně žlutozeleně, hnědožlutě, často purpurově naběhlé. Lo-



Obr. 2. *Intermedii.* 1. *Drep. vernicosus,* 2*a, b Drep. intermedius* (2*b* křídelné buňky), 3. *Drep. revolvens.*

dyžky 5—30 *cm* dlouhé, málo a nepravidelně zpeřeně větevnaté. Centrální svazek chybí u *Drep. vernicosus* úplně, u ostatních jest velice nepatrně vyvinutý. Podobně epidermis nachází se jenom u *Drep. intermedius* a *Drep. vernicosus.* Konce lodyžek a větévek jsou vždy srpovitě zahnuté. Listy lodyžní na basi nesbíhají, jsou stejnotvaré, vyduté, vejčitokopinaté, vždy silně jednostranně srpovitě zahnuté, kratčeji neb více zašpičatěné, převážně celokrajné (řídce nepatrně ve špici zoubkované), rýhované u *Drep. vernicosus.* Čepelné buňky jsou tence čárkovité, velice husté, tlustostěnné a tečkované. Křídelné buňky u *Drep. vernicosus* scházejí, u ostatních v nepatrném počtu vyvinuty. Jedno- a dvojdomé; sporogony vyvinují zřídka.

5. spec. **Drepanocladus vernicosus** (LINDB.) WARNST. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 402 (1903).

Syn.: Hypnum vernicosum Lindb. Hartm. Skand. Fl. 8 ed., p. 17 (1861).
Stereodon vernicosus Mitt. Linn. Proc. — Bot. VII., p. 43 1861).
Hypnum pellucidum Wilst. Naturalist. (1865).
Amblystegium vernicosum Lindb. Musc. Skand., p. 33 (1879).
Hypnum lycopodioides (nec. Schwägr. nec Br. eur.) a vernicosum Sanio Comment. p. 23 (1880).
Limprichtia vernicosa Loeske Hedwigia 1907 p. 310.

V kobercích obyčejně hustě směstnaných, světle neb žlutozelených, dole o něco tmavších, místy s náběhem do červena neb do hněda, trochu lesklé (nejvíce za čerstva). Lodyžky průměrně 10 *cm* dlouhé, někdy 15 až 20 *cm* i více, vždy vzpřímené, dole téměř jednoduché, nahoře dosti pravidelně zpeřeně větevnaté, někdy skorem celé jednoduché neb chudě nepravidelně větevnaté, s větévkami odstávajícími. Konce lodyžek a větévek vždy silně hákovitě stočené. Centrální svazek i epidermis nevyvinuty. Listy lodyžní stejnotvaré, nesbíhavé, z vejčité base náhle kratčeji zašpičatěné, ve špici vyduté, silně rýhované, na konci hákovitě zahnuté, celokrajné, 1 až 2·5 *mm* dlouhé, 0·9—1·2 *mm* široké. Žebro slabé, žluté, nad polovinou listu mizící (řidčeji výše). Čepelné buňky velice úzké a dlouhé, zprohýbané, na basi kratší a širší, čtyř- neb vícehranné, hnědé neb žluté, křídelné buňky v neouškatých rozích žádné. Listy větévek podobné lodyžním, pouze menší. Dvoudomý; ♂ rostlinky štíhlejší, méně větevnaté. Květy na lodyžkách, četné, pupencovité, podlouhle vejčité, na spodu načervenalé. Obalné lístky bezžeberné, náhle zašpičatěné, ve špici trochu vyduté, celokrajné, antheridií 6—10, s četnými hyalinními paraphysami. Perichaetium nekořenující, vnější obalné lístky vzpřímené, s ohnutými špičkami, vnitřní dlouze protáhlé, náhle zašpičatěné, s dlouhým žebrem. Štět (dle WARNSTORFA) 4 až 5 *cm* vysoký, červený, tobolka skloněná až vodorovná, podlouze vejčitá, za sucha zkroucená, často podélně žebernatá a pod ústím zúžená, červenohnědá. Víčko purpurové, s hro-

tem. Prstenec 3řadý, loupavý. Vnější zuby obústí tmavohnědé, na basi sotva neb nezřetelně spojené, 0·5—0·55 *mm* vysoké, velice úzké, nahoře široce lemované, na dorsální straně jemně papillosně příčně pruhované, na bledé špici hladké neb papillosní. Vnitřní zuby do $^2/_5$—$^1/_2$ vnějších dosahující, jemně papillosní, výběžky většinou neprolamované, brvy 2 až 3, papillosní, uzlovité. Spory žlutavé, 12—18 v průměru, jemně papillosní. Zraje v květnu a v červnu.

V hlubších nevápenných močálech a rašelinách z rovin do nižších hor v Evropě a Sever. Americe místy méně, místy více rozšířen. V sever. a již. končinách Evropy vzácnější. Zřídka stoupá dle Limprichta do výše 1200 *m*. Plody přináší velice řídce. V Čechách patří k mechům méně rozšířeným. V sever. Čechách u Čes. Lípy, Höllengrundu, Aschendorfu, Hennersdorfu, Wartenbergu (Schnff., Schmidt), Doksy (Schffn., Velenovský), Kunratice (Watzel), Kuřívody, Košátky (Sitenský), Hrádek (Mz.), Struhařov (Dědeček), Hlinsko (Kalenský), Litomyšl (Podpěra), Chotěboř (Bayer), Borkovice (Velenovský, Ambr.), Thorovice, Čekanice (Velenovský), Třeboň (Velenovský, Weidmann, Ambr.), Lomnice (Vel., Weidm.), Stráž, Chlumec (Weidm.), Budějovice (Ambr.), v Šumavě (Milde), u Eisensteinu (Vel.), pod Špičákem a u Hurkenthalu (Děd.), Prášily (Ambr.), u Manětína (Bauer), v Rudohoří (Bauer, Röll, Mönkemeyer, Schiffner). U Čes. Lípy sbíral Schiffner var. *turgidus*.

var. turgidus Jur. in litt., Limpr. in Kryptogamenfl. Schles. I. p. 69 (1876).

Syn.: Hypnum aduncum β giganteum H. v. Klinggr. Unio itin. crypt. 1864 (Nr. 85).
Hypnum aduncum var. inundatum Schmp. in litt. Rab. Bryothers. eur. Nr. 917.
Amblystegium vernicosum β majus Lindb. Musc. scand., p. 33 (1879).
Hypnum fluitans δ turgidum Holler Ber. Naturh. Ver. Augsburg XXV. Bd., p. 75 (1879).
Hypnum lycopodioides α genuinum *** majus †† Holleri Sanio Beschrb., p. 44 (1885).

Trsy velice statné, nahoře zelenavé, místy červeně naběhlé až hnědavé, velice měkké. Lodyhy 15—25 *cm* dlou-

hé, skoro jednoduché neb málo větevnaté, řidčeji hojně větevnaté. Listy lodyžní více méně oddálené, měkké, vejčitokopinaté, ponenáhlu tence zašpičatěné, vyduté, nezřetelně rýhované, 4—5 *mm* dlouhé, na basi 1 až 1·3 *mm* široké. Čepelné buňky delší, žebro slabší.

Drep. vernicosus variruje ponejvíce v krajinách severnějších. U nás jest druhem stálým. Exempláře sbírané prof. Velenovským a mé nejeví téměř žádné variace.

6. spec. **Drepanocladus intermedius** (Lindb.) Warnstorf Die europ. Harp. Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 402 (1903).

Syn.: Hypnum intermedium Lindb. Hartm. Skand. Fl. 8. ed., p. 17 (1861).
Hypnum Sendtneri Schmp. olim, Rab. Bryoth. eur. Nr. 646, 757 a 850.
Amblystegium intermedium Lindb. Musci. Skand., p. 33 (1879).
Hypnum revolvens var. intermedium Renauld Rev. bryol. 1881, p. 79.
Hypnum intermedium α verum Sanio Addit. Bot. Centralbl. XIII., p. 431 (1883).
Limprichtia intermedia Loeske Hedwigia 1907, p. 310.

Rostliny v houbovitých, hustých kobercích, nejčastěji do hněda neb hnědě a zeleně peřesté, na starších částech rezavě hnědé, téměř vždy silně mastně lesklé. Lodyhy zpravidla přímé, zřídka poléhavé, dosti slabé, 10—15 *cm* vysoké, obyčejně málo nepravidelně zpeřeně větevnaté, větévky nestejné, slabé a na konci podobně jako lodyžky silně hákovitě až hlemýžďovitě svinuté. Centrální svazek a epidermis vyvinuty. Lístky lodyžní stejnotvaré, nesbíhavé, dole trochu zúžené, z vejčité base ponenáhlu neb kratčeji zašpičatěné, ve špici žlábkovité, celokrajné, nerýhované a již od base srpovitě zakřivené, skoro do kruhu svinuté, 2—2·5 *mm* dlouhé a 0·6—0·9 *mm* široké. Žebro slabé, žlutozelené, něco přes polovinu listu sahající. Čepelné buňky ve středu listu tence čárkovité (nejužší a nejhustší ze všech druhů), přehusté, tlustostěnné a tečkované, 8—15krát delší než širší, na basi dvouvrstevné, 2krát delší než širší, v rozích téměř vždy malá skupina 2—4 hyalinních, tenkostěnných buněk,

v podobě malého ouška. Lístky větevné úplně shodné s lodyžními, pouze menší. Dvoudomý; ♂ květy na lodyžkách dosti řídké, štíhlé, žluté; obalné lístky vejčité s kratší neb delší žlábkovitou špičkou, bezžeberné, antheridií 5—8, zlatožluté, hyalinní paraphysy nečetné. Perichaetium nekořenující; obalné lístky četné, vnitřní přímé, až 4·5 *mm* dlouhé, slabě řáskaté, s nepatrným žebrem, celokrajné. Štět až 5 *cm* dlouhý, slabý, červený, v pravo stočený, tobolka málo ohnutá, podlouhle válcovitá, 3 *mm* dlouhá, 1 *mm* široká, za sucha žebernatá a po odvíčkování pod ústím zúžená. Víčko kuželovitě špičaté, se širokým 2—3řadým, loupavým prstencem. Vnější zuby obústí (dle Limprichta) až 0·6 *mm* vysoké, žluté, na basi nepatrně spojené, úzce žlutě vroubené, nepravidelně jemně tečkované, špičky hyalinně vroubené, hrubě papillosní. Vnitřní zuby jemné, bledé, skoro hladké, výběžky trhlinovitě prolamované, brvy 2—3, jemné, uzlovité. Spory 14—18 μ v průměru, bledé, prosvitající. Zraje v květnu a červnu.

Ve vápenných i nevápenných močálech, rašelinách, na březích rybníků tvoří zpravidla rozsáhlé, houbovité koberce a vyskytuje se hojně po celé Evropě mimo nejjižnější kraje a vystupuje výše než předešlý druh a sice až do 2200 *m*. V Čechách jest dosti rozšířeným mechem a v Šumavě vystupuje do výše 1000 *m* (Velenovský, Mechy české p. 341.). Sporogony vytváří zřídka. V Čechách plodný sbíral prof. Velenovský r. 1879 u Čekanic. Jest u nás řidší pouze v Krkonoších, kde zastoupen jest *Drep. revolvens* a v okolí Prahy, jinak vyskytuje se ve všech rašelinách a v hlubších močálech.

Jest to druh stálý podobně jako předchozí a jen zřídka vytváří následující formu.

var. Cossoni (Schmp.) Sanio Comment. p. 22 (1880).

Syn.: Hypnum Cossoni Schmp. Musc. eur. nov. Fasc. III./IV. Hypnum p. 5, t. 5 (1866).

Hypnum intermedium var. giganteum Limpr. Kryptogamenfl. v. Schles. I., p. 68 (1876).

Hypnum intermedium var. Cossoni Sanio Comment. p. 22 (1880).

Hypnum revolvens * H. Cossoni Renauld Rev. bryol. 1881, p. 79.

Hypnum intermedium α verum f. Cossoni Sanio Beschrb., p. 17 (1885).
Hypnum rigidum Kindb. Eur. & N. Amer. Bryin. p. 129 (1897).

Pouze sterilní. Rostlinky ponořené, ve volných kobercích, tmavozelené, hnědé až černé, pouze vrcholky žlutozelené neb špinavě zelené, trochu lesklé. Lodyžky statné, více méně volně spletené, 15—30 *cm* dlouhé, málo větevnaté, neb přerušovaně zpeřeně větevnaté. Listy husté, veliké až 3 *mm,* silně srpovitě stočené, vejčitokopinaté, velice dlouze zašpičatěné, žebro až do špice dosahující, červenožluté. Čepelné buňky hnědé, tlustostěnné, tečkované, křídelné buňky někdy scházejí.

Forma tato roste na podobných stanovištích jako forma typická, však řídce. V Čechách sbírána byla prof. Velenovským u Všetat, v okolí Čes. Lípy (Anders), v Rudohoří (Schff.), autorem u Třeboně (rašelinky u Štěpánovic) ve společnosti formy typické a *Calliergon trifarium.* Dříve považována byla za druh (Klinggraeff, Roth, Limpricht a j.). Limpricht popisuje ji ještě jako druh, však silně o ní pochybuje a pokládá ji za statnější, submersní formu *Drep. intermedius.* Od typické formy liší se hlavně svou statností, téměř vždy tmavým zbarvením, tuhými, dlouze zašpičatěnými listy, delším žebrem, jinak ale úplně se s ní shoduje, takže nemožno je od sebe odděliti.

Habituelně podobá se *Drep. intermedius* velice druhu předešlému. Liší se od něho, mimo znaky anatomické, hnědým zbarvením, hlavně rýhovanými, hned od base zakřivenými listy a přítomností křídelných buněk. *Drep. Sendtneri* rozeznáme od *Drep. intermedius* dle sbíhavých listů, silnějšího a delšího žebra a dle většího množství žlutých křídelných buněk.

7. spec. **Drepanocladus revolvens** (Sw.) Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. 1903. p. 402.

Syn.: Hypnum vernicosum Sw. Disp. musc. frond. suec. p. 101, t. 7, f. 14 (1799).
Hypnum aduncum var. revolvens Web. & Mohr Taschb. p. 361, adn. (1807).
Amblystegium revolvens De Not. Epil. p. 140 (1869).

Hypnum intermedium var. revolvens Sanio Bot. Centralbl. XIII., p. 432 (1883).
Amblystegium intermedium var. β revolvens Vent. et Bottini Enumerat., p. 12 (1884).
Hypnum revolvens f. typica excl. var. Renauld Husnot Musc. Gall., p. 391 (1894).
Limprichtia revolvens Loeske Hedwigia 1907, p. 310.

V močálech tvoří husté trsy, velice měkké, lesklé, krvavě červené až černočervené, často zeleně skvrnité. Lodyžky jsou na spodní části poléhavé, hoření část vystoupavá až vzpřímená, 5—10 *cm* dlouhé, zpravidla málo nepravidelně zpeřeně větevnaté, často s větévkami na konci nahloučenými. Anatomicky jsou lodyžky shodné s druhem předchozím. Listy lodyžní husté, dvouřadé jako u *Drep. intermedius*, na basi nepatrně zúžené, nesbíhavé, vejčito-kopinaté, ve velmi dlouhou tenkou špičku zúžené, vyduté, neřáskaté, celokrajné neb jen ve špici nepatrně zoubkaté, skoro kroužkovitě velice stočené, 2 až 3 *mm* dlouhé a půl *mm* široké. Žebro slabé, podobné jako u předešlého. Čepelné buňky velice úzké, červenostěnné, všechny prosenchymatické, 15- až 20krát delší než širší, více méně tečkované, při inserci listové vejčité, se silnými stěnami a zřetelně tečkované, křídelné buňky podobné jako u předchozího. Jednodomý; ♂ květy na lodyžkách, obalné lístky vzpřímené, špice jich nepatrně zahnuté, vejčité, náhle zašpičatěné, bezžeberné, antheridií 5—10, žluté, paraphysy nečetné, hyalinní. Perichaetium nekořenující, vnitřní obalné lístky 5—6 *mm* dlouhé, přímé, se slabým žebrem, silně řáskaté. Štět 2—4 *cm* dlouhý, nepatrně zkroucený, slabý, červený, tobolka obyčejně skloněná, řidčeji vodorovná, válcovitá, něco přes 3 *mm* dlouhá, po vyprázdnění žebernatá. Víčko ostře špičaté, prstenec 2—3řadý, loupavý. Vnější zuby obústí až 0·7 *mm* vysoké, na basi spojené, ve spodní části příčně rýhované, zlatožluté, špičky hyalinní a papillosní. Vnitřní zuby žluté, jemně tečkované, brvy 2—3, uzlovité. Spory (dle Warnst.) 15—18 μ v průměru, hnědožluté, hustě a jemně papillosní. Zraje v květnu a červnu.

V hlubokých, ponejvíce horských močálech, nejraději vápenných, nestejně po Evropě rozšířen. Hojnější je v sever.

částech, na Špicberkách; ve střední a západní Evropě roztroušený, rovněž rozšířen v sever. Asii a Sever. Americe. Stoupá z rovin až do Alp, výše než druh předchozí. Většinou fruktifikuje. V Čechách sbírán dosud v močálech horských poměrně nehojně. Nejvíce v Krkonoších (již Sendtner 1860), v močálech pod skalami v Čertové zahrádce hojně (Vel.), v rašelinách u Stubenbachu v Šumavě (Vel.), v Rudohoří u Neudeku (Schff).

Druh tento jest velice blízký předešlému, se kterým se ve znacích morfologických i anatomických úplně shoduje. Liší se od něho toliko jednodomostí. Poněvadž znak tento jest systematické hodnoty nespolehlivé, pokládáme druh tento za velice slabý, který jest třeba podřaditi *Drep. intermedius.* Renauld naopak podřaďuje jako subspecies *Drep. intermedius* k *Drep. revolvens.* To nepokládáme za správné již z toho důvodu, že prvý jest daleko hojnější.

III. skupina **Uncinati** Klinggr. Leb. u. Laubm. West- u. Ospr. (1893).

Syn.: Harpidia distincta Sanio Fragm. II., p. 23 (1888).
Sanionia (jako rod) Loeske Hedwigia 1907, p. 309.
Sanionia (jako skupina) Brotherus Pflanzenfamilien 1909, I. T. Abt. 3., II. H., p. 1033.

Toliko jeden druh. Rostlinky xero- a mesophytní, ve výjimečných případech hygrophytní. Koberce jsou zbarvené zpravidla žlutozeleně neb zeleně, lodyžky obyčejně nižší a zpeřeně větevnaté. Centrální svazek a sphagnoidní epidermis vyvinuty. Lodyžní listy silně jednostranně srpovitě zahnuté a hluboce rýhované. Křídelné buňky nečetné, ale vždy hojnější než u předešlé skupiny. Jednodomé; prstenec vyvinutý.

8. spec. **Drepanocladus uncinatus** (Hedw.) Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentrabl. XIII. p. 417 (1903).

Syn.: Hypnum uncinatum Hedw. Descr. IV., p. 65, t. 25 (1797).
Hypnum aduncum Linne Herb., teste Schmp. a Lindb.
Leskea Deinboellii Sw. dle Lindb.

Stereodon uncinatus Mitten in L. Proc.-Botany VIII., p 43 (1864).
Amblystegium uncinatum De Not. Cronaca II., p. 24 (1867).
Amblystegium aduncum Lindb. Musci scand., p. 33 (1879).
Drepanocladus aduncus Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1030 (1906).
Sanionia uncinata Loeske Hedwigia 1907, p. 309.

Rostlinky ve volnějších neb nepříliš hustých trsech, žlutozelené, bledězelené, řidčeji hnědé, lesklé. Lodyžky až 10 *cm* vysoké, hrubé, tuhé, většinou polehavé neb vystoupavé, řidčeji vzpřímené, zpeřeně větevnaté, zřídka jednoduché, konce lodyžek a větévek hákovitě zahnuté a jen velice zřídka přímé. Lodyžní listy velké, hodně srpovitě stočené, podlouhle kopinaté, v předlouhou špičku tence a zvolna zúžené, nesbíhavé, vyduté, hluboce řáskaté, oddáleně a jemně zoubkované (ve špici více), velikosti proměnlivé, většinou 3—5 *mm* dlouhé a až 1 *mm* široké. Žebro tenké, ve špičce mizící, na basi 35—40 μ široké. Čepelné buňky skoro čiré, zkřiveně tence čárkovité, velice husté, netečkované, ve středu listu 12—20krát delší než širší, na basi tlustostěnné a tečkované, v rozích sotva ouškatých nemnohé, čiré, nenadmuté, 4- i vícehranné, tenkostěnné křídelné buňky. Listy větevné kratší a užší. Jednodomý; ♂ květy na lodyžkách i větévkách, podlouhlé, obalné lístky vejčité a jemně dlouze zašpičatěné, vnitřní krátce žebernaté, antheridií až 10, paraphysy delší, hyalinní. Perichaetium obyčejně kořenující; obalné lístky četné, bledé, vysoko pošvité, v přetenkou, dlouhou, křivolakou špičku ztenčené, silně rýhované, zoubkované. Štět dosti silný, temně nachový, 3—4 *cm* vysoký, tobolka válcovitá, zahnutá, víčko špičatě kuželovité, prstenec široký, 3řadý, neloupavý. Vnější zuby obústí žluté, příčně pruhované, vnitřní bleděžluté, jemně papillosní, výběžky trhlinovitě prolamované, brvy 2—3, uzlovité. Spory olivově zbarvené, 12—15 μ v průměru. Zraje v červnu a červenci.

Jediný tento xerophyt z *Drepanokladů* jest kosmopolitou a náleží mezi nejrozšířenější mechy. Jest obecným v rovinách, hojněji vyskytuje se v předhořích a horách, kde zastupuje rovinné *Hypnum cupressiforme*. Nejvýše stoupá dle

Limprichta do 3260 *m* (Piz Languard). Nalezneme ho na substrátu organickém i anorganickém, na dolejšku kmenů listnatých i jehličnatých stromů, na kořenech, na vlhké lesní půdě, na vřesovinách, na šindelových a doškových střechách, na plotech, na zdech, na vlhkých skalách a balvanech. Vždy bohatě plodný. V Čechách jest nejobecnější v Krkonoších, v Šumavě, v ostatních krajinách hlavně lesnatých jest hojný, toliko v okolí Prahy jest celkem vzácný (Vel. Mechy čes. p. 339). Vyhýbá se totiž kamení silně vápenatému.

Jest velice variabilní; vytváří množství forem podobně jako *Hypn. cupressiforme*, s nímž často pohromadě roste. Formy ty, podmíněné substrátem, který zde právě bývá nejrůznější, jsou nestálé a přecházejí v typický tvar. Uvedeme nejdůležitější české variace.

1. var. alpinus (Ren.) Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 419 (1903).

Syn.: Hypnum uncinatum var. subjulaceum forma alpina Ren. Husnot Musci gall., p. 379 (1894).

Lodyžky vzpřímené, až 10 *cm* vysoké, dosti pravidelně zpeřené krátkými větévkami, listy lodyžní až 3 *mm* dlouhé, silně zahnuté, vyduté, ve velice dlouhou špic vybíhající, silně řáskaté.

Sbíral prof. Velenovský na lesním úbočí nad Klenčí a Postřekovem ve výši 874 *m* (1897).

2. var. gracilescens (Br. eur. 1854) Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 420 (1903).

Syn.: Hypnum uncinatum var. gracilescens Br. eur. (1854).
Hypnum aduncum var. gracillimum Berggren (1875).

Jediná bažinná forma. Lodyžky vzpřímené, až 10 *cm* vysoké, skoro pravidelně zpeřeně větevnaté, lodyžní lístky více neb méně srpovitě zahnuté, jemně řáskaté neb úplně hladké, celokrajné neb pouze ve špici nezřetelně zoubkované.

V Krkonoších u Spindelmühle (Vel. 1896).

3. var. plumosus (Schmp.), Warnst. Die europ. Harp., Beihefte zum Boh. Zentralbl. XIII. p. 421 (1903).

Syn.: Hypnum uncinatum var. plumosum Schmp. Syn. 1. ed., p. 612 (1860).
Drepanocladus aduncus var. plumosus Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1033 (1906).

Malé ploché povlaky. Lodyžky dlouze plazivé, měkké, zpeřeně větevnaté, místy k substratu rhizoidy se připínající. Listy lodyžní silně hákovité, až kruhovitě stočené, 3—4 *mm* dlouhé, z vejčité base náhle velice dlouze šídlovitě zašpičatěné. Tobolka užší, zakřivená, cylindrická.

Forma ze všech nejhojnější na zemi, na spodu kmenů, na lesních balvanech, obzvláště v horách. Dle Warnstorfa sbírána nejvýše ve 2300 *m*. Mohl jsem porovnávati exempláře z následujících lokalit: Čertovo Jezero (Vandas, Velenovský), Vydra (Vel., Ambr.), Wasserwald (Ambr.), Hlinsko (Kalenský).

4. var. plumulosus (Br. eur.) Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 421 (1903).

Syn.: Hypnum uncinatum var. plumulosum Br. eur. l. c. fig. γ 1 et 2 (1854).
Drepanocladus aduncus var. plumulosus Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb., p. 1035 (1906).

Mech habitem podobný předešlému, daleko menší a jemnější, hustě zpeřeně větvitý (jako peří), listy lodyžní méně dlouze zašpičatěné. Štět krátký, tobolka malá.

Řidší než forma 3., hlavně na kmenech a větvích jehličnatých stromů ve vyšších polohách. V Krkonoších na pařezech (Vel.), v Jizerských horách (Schff., Matoušek), Orlické hory (Weiss), Höllengrund (Schff.). V Šumavě u Čertova Jezera a Stubenbachu (Vel.).

5. var. contignus (Nees) Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 422 (1903).

Syn.: Hypnum contiguum Nees. Mscr., Hüben., Muscol. germ., p. 676 (1833).

Hypnum Solmsianum Schmp. in. litt., Milde Bryol. sil., p. 347 (1869).
Hypnum uncinatum var. contiguum Limpr. Kryptogamenfl. v. Schles. I., p. 66 (1876).
Hypnum uncinatum γ plumulosum ††† gracilescens *** contiguum. Sanio Fragm. II., p. 25 (1887).
Drepanocladus contiguus Roth Die europ. Laumb. II., p. 522 (1905).

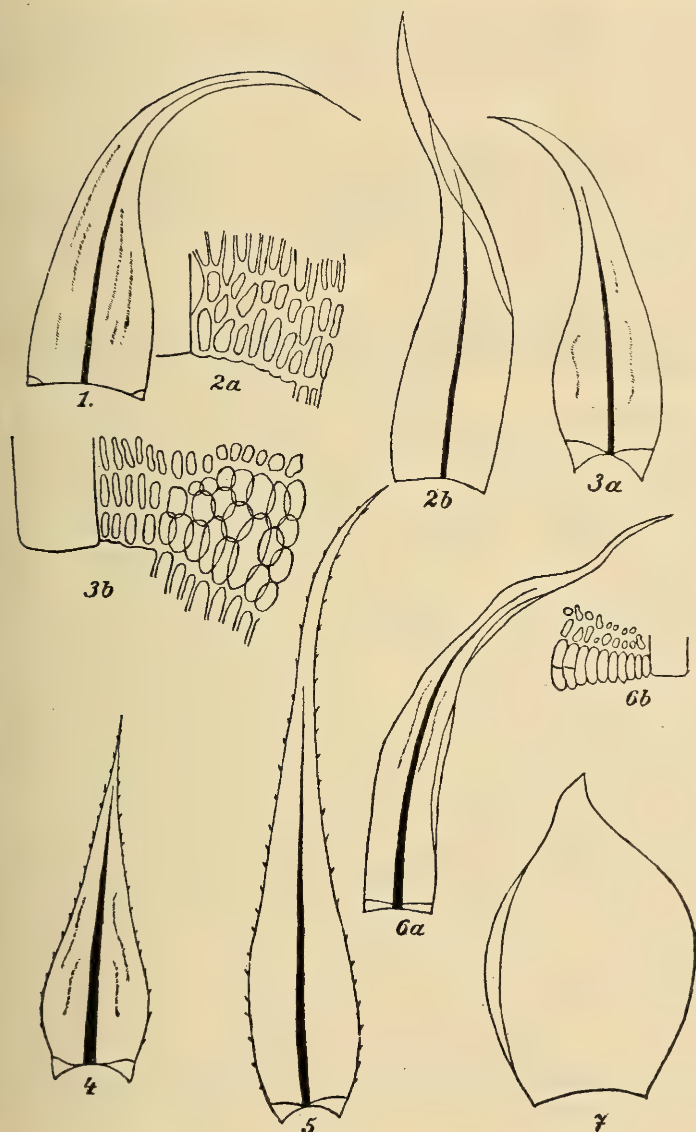
Ze všech forem nejútlejší. Lodyžky nejvýše 5 *cm* dlouhé, plazivé, větévky sotva 3 *mm* dlouhé, roztroušené, hákovité. Lodyžky hojně rhizoidy se substrátem spojené. Listy lodyžní silně srpovitě jednostranně zahnuté, dlouze kopinaté, velice dlouze, tence zašpičatěné, 1 až 2 *mm* dlouhé, málo rýhované neb hladké, celokrajné.

Na kůrách stromů jehličnatých i listnatých, na otesaném dříví, obzvláště ve strouhách v Sudetách, ve středoněmeckém pohoří a v Alpách rozšířen a často plodný (Limpricht, Kryptogfl. v. Deutschl., Bd. IV. Abt. 3. pag. 391.). Ponejprve nalezen v Jirezských horách Sendtnerem, tamtéž pak Schiffnerem sbírán, Labský důl (C.).

IV. skupina **Exanulati** Sanio Bot. Zentralbl. XIII.

Syn.: Warnstorfia (jako rod) Loeske Hedwigia 1907, p. 310.
Warnstorfia (jako skupina) Brotherus Pflanzenfamilien 1909 I. T. Abt. 3., p. 1034.

Hygro- a hydrophyti. Rostlinky malé i statné, zelené, žlutozelené, nahnědlé, též načervenalé až purpurové. Lodyžky jednoduché až zpeřeně větevnaté. Centrální svazek vyvinut, epidermis schází, pouze u *Drep. exanulatus*, místy nepatrně differencovaná. Listy sbíhavé i nesbíhavé, zpravidla kopinaté, krátce neb dlouze zašpičatěné, většinou zoubkované, někdy celokrajné, více méně srpovitě zahnuté, i přímé, často méně řáskaté. Ve špici listové hojné rhizoidové iniciály, které též hlavně u *Drep. fluitans* vyrůstají v rhizoidy. Žebro buď slabé a do středu listu sahající, neb silné, ve špici končící, zřídka vy-



Obr. 3. 1. *Drep. uncinatus*, 2*a*, *b* *Drep. fluitans* (*a* křídelné buňky) 3*a*, *b* *Drep exanulatus* (3*b* křídelné buňky), 4. var. *orthophyllus*, 5. *Drep. submersus*, 6*a*, *b* *Drep. purpurascens*, (6*b* křídelné buňky), 7. *Drep. scorpioides*. (2*a*, 2*b* dle Warnstorfa).

bíhající. Křídelné buňky v nesbíhavých lístech méně vyvinuty, ve sbíhavých četné a často k žebru dosahující. Jedno- a dvojdomé. Prstenec schází.

9. spec. **Drepanocladus fluitans** (L.). Warnst. Die europ. Harp., Beih. zum Bot. Zentralbl. XIII. p. 404 (1903).

Syn.: Hypnum fluitans (Dill.) L. Flor. suec. 2. ed. p. 899 ex parte (1755).
Hypnum diffusum Bland Brid. Bryol. unio. II., p. 538 (1827).
Amblystegium fluitans De Not. Cronaca II., p. 24 (1867).
Warnstorfia fluitans Loeske Hedwigia 1907, p. 310.

Rostlinky v trsech volných, nespletených, měkkých, zelené, žluté, hlavně na částech mladších, lesklé hlavně za sucha, na částech starších kávově hnědé. Lodyžky tenké, poléhavé, vzplývavé, vystoupavé i přímé, 10—20 *cm* dlouhé, jednoduché neb spoře větvité, zřídka nepravidelně neb skoro pravidelně zpeřené. Epidermis nevyvinuta. Listy lodyžní oddálené, měkké, téměř stejné, útle blanité, podlouhle kopinaté, zvolna tence zašpičatěné, celokrajné neb nezřetelně zoubkované, více méně srpovitě zahnuté, řidčeji vzpřímené neb odstávající, nesbíhavé, hladké, 1·5—4 *mm* dlouhé, 0·5—0·7 *mm* široké. Žebro vždy slabší než u Drep. exanulatus, na basi kolem 60 μ široké, před špičkou končící, žlutozelené. Čepelné buňky dlouze tence čárkovité (delší a užší než u *Drep. exanulatus*), převážně tlustostěnné a tečkované, trochu křivé, ve středu listu 10—20krát delší než širší. Basální buňky širší, s tlustými, hnědými stěnami, čtyřhranné, v nesbíhavých neb řídce nepatrně sbíhavých rozích skupinky stejných buněk, obyčejně ale tyto scházejí, pak rohy neouškaté a od kraje k žebru táhnou se 1—2 řady buněk hnědostěnných, jež přecházejí v ostatní listové buněčné pletivo. Listy větevné podobné lodyžním, menší a méně srpovitě zahnuté. Jednodomý; ♂ květy četné, obalné lístky vejčité, náhle dlouze zašpičatěné, celokrajné, bezžeberné, skrývající až 12 zlatožlutých antheridií s četnými parafysami. Perichaetium ve-

lice zřídka kořenující, vnitřní obalné lístky přímé, 3—4 *mm* dlouhé, náhle jemně a dlouze zašpičatěné, nerýhované, žebro slabé, někdy žádné. Štět 6—10 *cm* vysoký, velmi křivolaký, červený, tobolka podlouhlá, zakřivená, až 3 *mm* dlouhá, hladká, po odvíčkování nezúžená pod ústím, víčko krátce kuželovité, s bradavkovitou špičkou. Prstenec schází. Vnější zuby obústí pouze krátce dole spojené, žluté, až 0·7 *mm* vysoké, ve spodní části více méně zřetelně příčně rýhované, papillosní, v hoření části široce hyalinně vroubené. Vnitřní zuby hladké, výběžky papillosní a neprolamované, brvy 2—3, uzlovité, papillosní. Spory žlutozelené, více méně papillosní, 20 μ v průměru mající. Zraje v letě.

V močálech, rašelinách, tůních, na pokraji rybníků a v příkopech mech velmi obecný z nížin až do hor ve střední a severní Evropě. Též rozšířen na Azorských ostrovech, v severní Asii, v Sever. Americe, dále znám z Tasmanie a Nov. Zeelandu (Brotherus). Za sucha povléká dno příkopů a rybníků jako různé formy *Drep. Kneiffii* a množstvím rhizoidů přichycuje se substratu. Na místech periodicky vysýchajících přináší hojně sporogony.

Drep. fluitans jest po Čechách obecně rozšířen a vytváří množství forem podobně jako v jiných krajinách. Dle množství vody mění se nejen habitus rostlinky, ale i tvar listu, serratura, délka a síla žebra, po příp. i křídelné buňky, tak že musíme při určování býti velice opatrni. V horách vyskytují se formy někdy úplně červené, jindy červeně strakaté, v rovinách převládá barva žlutozelená a zelená.

1. var. pseudostramineus (C. Müll.) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II. (1906).

Syn.: Hypnum pseudostramineum C. Müll. Bot. Zeit. 1855, p. 500.
Amblystegium pseudostramineum De Not. Erbar. critto, ital. II. Serie. Nr. 406.
Hypnum sudeticum Schmp. in litt. ad Milde.
Hypnum fluitans β pseudostramineum Milde Bryol. siles., p. 348 (1869).
Amblystegium fluitans * A. pseudostramineum Lindb. Musc. scand., p. 33 (1879).
Hypnum straminoides Sauerb. Jahr. Ber. St. Gallen 1877/78, p. 490 (1879).

Hypnum fluitans α obsoletum c. pseudostramineum Sanio Fragm. II., p. 5. (1887).
Drepanocladus pseudostramineus Roth Die europ. Laubm. II., p. 564 (1905).

Polštářky husté, měkké, slámožluté, dole nahnědlé. Lodyžky 5—10 *cm* dlouhé, vystoupavé, nepravidelně větevnaté i jednoduché. Konce lodyžek a větévek zašpičatěné, přímé, nezahnuté. Listy oddálené, přímé, spodní odstávající, podlouhle kopinaté, krátce a široce zašpičatěné (obyčejně tupé), ploché, řidčeji ve špici zoubkované. Ve špici a na okrajích listu bývá hojně rhizoidů. Žebro uprostřed listu neb něco výše mizící. Čepelné buňky tlustostěnné, netečkované.

Vzácná forma! V Čechách sbírána dosud v Jizerských Horách SCHIFFNEREM a dle WEIDMANNA u Chotěboře BAYEREM.

2. var. bohemicus WARNST. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1041 (1906).

Syn.: Hypnum bohemicum Warnst. Beih. zur Allgem. Bot. Zeitschr. 1899, p. 38.
Hypnum fluitans var. bohemicum Schff. Lotos 1905.

V hustých kobercích nahoře žlutozelených, dole hnědozelených. Lodyžky velice slabé, tenké, až 20 *cm* dlouhé, jednoduché, někdy nahoře trochu větevnaté, na konci slabě hákovitě zahnuté. Listy oddálené, slabě zakřivené, až 4 *mm* dlouhé, ve špici nezřetelně zoubkované. Žebro žlutavé, slabé, něco přes $^1/_2$ listu sahající. Na basi listu čepelné buňky rektangulerní, v 1 řadě k žebru sahající, s tlustými a hnědými stěnami, v rozích dvě řady tenkostěnných buněk.

V Krkonoších dle WARNSTORFA sbíral SCHULZE u Bílé vody (1892), SCHIFFNER u Koppenplanu (na slezské straně poblíže hranic, Lotos 1905).

2. var. falcatus (SCHMP.) WARNST. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1040 (1906).

Syn.: Hypnum fluitans var. γ falcatum Schmp. Synopsis ed. II., p. 735 (1876).

Rostlinky pěkného vzhledu, dosti statné, někdy robustní, v kompaktních trsech, na mladších částech žlutozelené, na starších hnědé, (někdy celé trsy žlutozelené), lesklé, tužší. Lodyžky poléhavé, zpravidla hustě, krátce větevnaté, hustě olistěné, na konci silně hákovitě zahnuté. Listy lodyžní sotva sbíhavé, až 3 *mm* dlouhé, kopinaté, silně srpovitě jednostranně zahnuté, zoubkované. Žebro přes ½ listu sahající, někdy ve špici mizící. Často hojné rhizoidy.

Forma tato jest hojnější obou předcházejících; vyskytuje se v bažinách horských. V Šumavě u Kvildy (Vandas), Mader, Eisenstein (Vel.), u Nových Hradů (Vel.), v Jizerských Horách (Schiffner), v Rudohoří (Röll).

4. var. alpinus (Schmp) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II. (1906).

Syn.: Hypnum fluitans ε alpinum Schmp. Syn. 1. ed., p. 609 (1860).
Hypnum fluitans * aduncum a amphibium ** erythroteles Sanio 1886 in litt. ad Schulze.
Hypnum fluitans δ amphibium i pudicolor x erythronotum Sanio 1886 in litt. ad Schulze.
Hypnum fluitans aurantiacum alpinum Sanionensis Renauld teste Sanio in litt. ad Schulze 1888.
Hypnum fluitans γ aurantiacum c. pudicolor x Arnellii Sanio in litt. ad Schulze 1888.
Hypnum H. Schulzei Limpr. Kryptogamenfl. v. Deutschl. IV., III., p. 428 (1898).
Drepanocladus H. Schulzei Loeske Moosfl. v. d. Harzes, p. 310 (1903).

V hlubokých, hustých, měkkých kobercích, zelených, žlutozelených, obyčejně červeně strakatých neb červených. Lodyžky na konci velmi silně srpovitě zahnuté, nepravidelně zpeřeně větevnaté. Listy lodyžní srpovité, ve špici zřetelně zoubkaté, dlouze, tence zašpičatěné. Žebro dosti silné, do špice vcházející. Basální buňky čepelné ve dvou řadách, podlouhle hranaté, tlustostěnné, tečkované, žluté, v ouškatých rozích malé skupiny buněk nadmutých, čirých.

Forma tato jest horským plemenem *Drep. fluitans,* jak také soudí Velenovský v Bryolog. příspěvcích za rok

1900—1901, str. 12. Limprichtovo druhové pojmutí jest nesprávné, jak také Warnstorf dokazuje (Kryptogamenfl. d. M. Brandenb., p. 1043). Jediný odlišný trvalý znak od *Drep. fluitans* jest dlouhé žebro, ostatní (červené zbarvení, drobnobuněčná zevní kůra, basální buňky listové, dlouze žebernaté obalné lístky, kratší sporogony a menší spory) jsou více méně měnlivé, přichází též u typické formy a proto nemohou rozhodovati o samostatnosti druhové.

Vyskytuje se řídce v horských rašelinách. V Čechách toliko na hřebenu krkonošském, kde též prvně byla sbírána, v močálech pramenů Bílého Labe pod Wiesenbaude (Vel., Schulze), v Jizerských Horách (Schiffner) a v Rudohoří u Božího Daru (Mönkemeyer).

10. subspec. **Drepanocladus purpurascens** (Schmp.) Roth Die europ. Laubm. II. 1905.

Syn.: Hypnum rufescens Sendtner Mscr. 1840, teste Milde.
Hypnum fluitans δ purpurascens Schmp. Lyn. 1. ed., p. 609 (1860).
Hypnum exanulatum β purpurascens Milde. Bryl. siles., p. 609 (1869).
Amblystegium fluitans γ alpicola, De Not. Epil., 143 (1869).
Hypnum fluitans exanulatum var. purpurascens Renauld, Husnot. Musc. gall., p. 386, t. 110, f. 13 (1894).
Hypnum purpurascens Limpr. Kryptogamenfl. v. Deutschl. IV., III., p. 418 (1898).
Warnstorfia purpurascens Loeske Hedwigia 1907, p. 310

Koberce rozlehlé, husté, hluboké, vel. měkké, nahoře strakatě červené a zelené, neb celé nachové, zřídka hnědé, silně lesklé. Lodyžky vzpřímené, 5—10 *cm* vysoké (dle Warnstorfa také 15—20 *cm* vys.), vždy zpeřeně větevnaté, větévky krátké, lístky větevné pernatě odstálé, konce lodyžek a větévek zašpičatěné, purpurové, většinou srpovitě zahnuté, řidčeji přímé. Korová vrstva buněk lodyžních podobně jako u *Drep. exanulatus* tvoří na obvodu v okolí listové base částečnou epidermis. Listy lodyžní měkké, hustě sestavené, nesbíhavé neb sotva sbíhavé, zvolna kopinatě zašpičatěné, s několika řáskami, kolem, nejvíce dole, zoubkované, hoření zpravidla srpovitě zahnuté (někdy všechny srpovité),

2—3 *mm* dlouhé a až 0·5 *mm* široké. Žebro purpurové, daleko do špice sáhající. Čepelné buňky úzce čárkovité, tlustostěnné, slabě tečkované, na basi od okraje listu k žebru se táhne příčná řada prázdných, nadmutých, z počátku bezbarvých, později blíže žebra tlustostěnných a hnědočervených buněk, jež se k okraji listu prodlužují, zde vždy jsou tenkostěnné a nezřídka 1—2 příčnými stěnami rozdělené. Listy větevné jsou užší a kratší lodyžních. Dvoudomý; ♂ květy na lodyžkách, obalné lístky vnější mají krátké žebro, jsou široce vejčité, náhle zašpičatěné, se špičkami odstávajícími. Obal samičí nekořenuje; perichaetiální lístky žlutavé, vzpřímené, vnitřní nerýhované, celokrajné, vždy se slabým žebrem. Štět (dle Warnstorfa) 3—6 *cm* dlouhý, červený, tenký. Tobolka skloněná, podlouhle válcovitá, 3 až 3·5 *mm* dlouhá, žluto- nebo hnědočervená, za sucha a po odvíčkování pod ústím něco zúžená. Víčko tupě neb ostře zašpičatěné. Prstenec chybí. Zuby obústní a spory podobné jako u *Drep. exanulatus.*

Na vysokohorských rašelinách mezi *Sphagny,* zřídka plodný. Prvně nalezen v Krkonoších Sendtnerem *(Hyp. rufescens),* Bílá Louka, Bílá voda (Limpr., Milde, Cyp.), Malý rybník, Schlingelbaude (Schulze), Labská louka (Limpr.), nad Wiesenbaude (Vel.), v Jizerských Horách (Schff.), v Rudchoří u Božího Daru (Röll).

var. Rotae (De Not.) Roth Die europ. Laubm. II. (1905).

Syn.: Hypnum exanulatum (stenophyllum) Wilson Musc. Brit. exsicc. No. 407.

Hypnum fluitans ε stenophyllum (Wils) Schmp. Syn. 1. ed. p. 610 (1860).

Amblystegium Rotae De Not. Cronaca II., p. 24 (1867).

Hypnum exanulatum var. dichelymoides Pfeffer in sched. 1867 et in Bryolog. Reisebild., p. 35 (1868).

Hypnum exanulatum γ Rotae (De Not.) Pfeffer Bryogeog. Stud., p. 87 (1869).

Hypnum fluitans β Rotae Sanio Comment. p. 4 (1880).

Hypnum purpurascens γ Rotae Limpr. Kryptogamentfl. v. Deutschl. IV., III., p. 420 (1898).

Drepanocladus Rotae Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II., p. 1048 (1906).

Trsy většinou ponořené, špinavě hnědé, žlutohnědé, červené, často purpurově skvrnité, nezřídka zelené, trochu lesklé. Lodyžky 5—10 *cm*, řidčeji 20—30 *cm* dlouhé, většinou vzplývavé, pevné, hustě zpeřeně větevnaté, větévky skoro rovnoběžné. Listy lodyžní 4—5 *mm* dlouhé, tuhé, z trochu zúžené base kopinaté, ponenáhlu zašpičatěné, vyduté, jemně zoubkované. Žebro silné, žluté, červené, hnědé, na basi 70—100 μ široké, do špice dosahující, řidčeji dlouze vybíhavé. Čepelné buňky (hlavně basální) jako u *Drep. purpurascens.*

V jezerech a vysokohorských potůčkách roztroušená forma. V Čechách sbírána v Krkonoších: u Malého rybníku (H. Schulze), Spindelmühle (Vel.); v Rudohoří u Božího Daru (Mönkemeyer).

Drep. purpurascens sotva lze pojímati jako dobrý druh. Nejvíce jest příbuzný s *Drep. exanulatus,* s nímž mimo jiné znaky hlavně má společné dvoudomé květy a částečnou epidermis v okolí listové base. Liší se od něho nesbíhavými (neb sotva sbíhavými) listy a typickou úpravou basálních buněk listových, dle kterých Limpricht usuzoval druhovou samostatnost. My z nedostatku srovnávacího materiálu nemůžeme pronésti svůj definitivní úsudek, pokládáme však druh tento za poměrně slabý, který přísluší stáhnouti s *Drep. exanulatus.*

Var. *Rotae* jest považována Warnstorfem za samostatný druh, ač týž přiznává, že jest blízký *Drep. purpurascens.* S tímto shoduje se úplně ve znacích morfologických i anatomických (hlavně basálními listovými buňkami), rozlišuje se od něho toliko délkou a sílou žebra, kterýžto znak jest u *Drepanokladů* velice nestálý a nemůže sloužiti jako druhové dělidlo. Mimo to udává Mönkemeyer z Rudohoří zřetelné přechody mezi oběma formami.

11. subspec. **Drepanocladus submersus** (Schmp.) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. p. 1050 (1906).

Syn.: Hypnum fluitans β submersum Schmp. Syn. 1. ed., p. 609 (1860).
Hypnum fluitans γ serratum Lindb. conf. Hedwigia 1867, p. 40.
Dichelyma Swartzii Lindb. olim.

Rostlinky tvoří trsy měkké, ponořené, v tekoucí vodě vzplývavé, tmavozelené, na nejmladších částech žlutozelené, lesklé. Lodyžky jsou velice chabé, až 30 *cm* dlouhé, oddáleně krátce větevnaté, zřídka více méně pravidelně zpeřeně větevnaté. Lístky lodyžní jsou oddálené, na basi hluboce sbíhavé, dlouze kopinaté, ponenáhlu tence zašpičatěné, kolem a nejvíce ve špici zřetelně zoubkované, přímé, pouze na konci lodyžek zakřivené, odstávající, ploché, 4·5—6 *mm* dlouhé, 1—1·5 *mm* široké. Žebro na basi 50—60 μ široké, v polovině listu neb něco výše mizící. Čepelné buňky tenkostěnné, netečkované, ve středu listu 20—25krát delší než širší, na basi tenkostěnné, ve zřetelně sbíhavých rozích velká skupina hranatých, čirých buněk. Jednodomý. Perichaetiální větévky nekořenují, vnitřní obalné lístky jsou pošvité, široce vejčité, dlouze zašpičatěné, celokrajné, se slabým žebrem, nerýhované. Štět (dle WARNSTORFA) až 18 *cm* dlouhý, tobolka 2—3 *mm* dlouhá a 1 *mm* široká. Víčko nízké, klenuté, krátce a tupě zašpičatěné. Prstenec schází. Vnější zuby obústí jsou tmavožluté, ve spodní části úzce vroubené a na dorsální straně stejnoměrně jemně papillosní, příčně nerýhované, bledé špičky široce lemované a jemně papillosní. Vnitřní zuby jsou bleděžluté, výběžky většinou prolamované, sotva papillosní, brvy hladké, uzlovité. Spory jsou žlutohnědé, jemně papillosní a mají 15—18 μ v průměru. Zraje v pozdním létě.

V odvodňovacích rašelinných a lučních příkopech, tůních vždy ponořený, plodný zřídka a to na vysýchajících místech. Z Čech jsou mi známy tyto lokality: v Šumavě u Vydry (VEL.), Řevnice, Lásenice, Borkovice (VEL.), v Rudohoří u Božího Daru plodný (MÖNKEMEYER), Sauschwemme (RÖLL).

Jedině WARNSTORF (Kryptogamenfl. d. M. Brandenb., p. 1050) pojímá typ tento jako druh, jinak uváděn jest jako varieta, náležející *Drep. fluitans*. U KLINGGRAEFFA (Leb. u. Laubm. W. u. Ostpr., p. 278) nacházíme poznámku, že by mohl býti považován za samostatný druh. WARNSTORF opírá se hlavně o basální úpravu listovou. Listy jsou zde, jak již výše uvedeno bylo, silně sbíhavé a v rozích vyskytuje se vždy skupina hranatých buněk, čirých, tenko-

stěnných, jež v nesbíhavých listech *Drep. fluitans* v takové podobě nenalezneme. Tímto podobá se *Drep. exanulatus,* ač jinak s ním se neshoduje. Oproti *Drep. fluitans* jsou dále čepelné buňky tenkostěnné a rovněž nepatrný rozdíl jest, jak uvádí WARNSTORF, ve vnějších zubech obústí. Jediným charakteristickým a trvalým znakem pro *Drep. submersus* jest tvar base listové s pletivem buněčným, kteréžto jsou význačny pro *Drepanoklady vůbec.* Ostatní znaky nejsou stálé a proto považujeme typ tento za slabší druh.

12. spec. **Drepanocladus exanulatus** (GÜMB.) WARNST. Beih. zum Bot. Zentralbl. B. XIII., p. 405 ex parte (1903).

Syn.: Hypnum exanulatum (Gümb.) Bryol. eur. fasc. 57/11, p. 34, t. 33 (1854).
Hypnum palustre erectum, summitatibus aduncis Dill. Hist. musc., p. 292, t. 37, f. 26 (1741).
Amblystegium exanulatum De Not. Epil. p. 142 (1869).
Amblystegium fluitans var. exanulatum Renauld in Mém. Soc. du Doubs. 1879.
Warnstorfia exanulata Loeske Hedwigia 1907, p. 310.

Rostlinky nesilné, spletené, zpravidla žluto- neb světlozelené, hnědé, v horách často červeně naběhlé. Lodyžky 5—12 *cm* vysoké, zprohýbané, vzpřímené, vystoupavé, někdy i poléhavé, tenké, pravidelně neb nepravidelně zpeřeně větevnaté, větévky krátké a odstálé, jich konce podobně jako lodyžek silně hákovitě zahnuté. Epidermis jest vyvinuta částečně v okolí listové inserce. Listy lodyžní sbíhavé, podlouhle kopinaté, na mladších částech kratší a širší, ponenáhlu a dlouze zašpičatěné, na starších částech náhle zašpičatěné, delší, 2—3 *mm* dlouhé, 0·6—1 *mm* široké, vyduté, celokrajné neb jemně zoubkované, rýhované, téměř vždy jednostranně srpovitě zahnuté. Žebro silnější než u *Drep. fluitans,* žluté neb žlutohnědé, na basi 50—70 μ široké, do $^2/_3$ neb $^3/_4$ listu sahající. Čepelné buňky ve středu listu kratší a širší než u *Drep. fluitans,* většinou se stěnami stluštělými a k basi tečkovanými, průměrně 6—12krát, pouze ve špici až 18krát delší než širší. V listech širších a kratších pouze 4—6krát delší než širší, ve

sbíhavých křídlech listu ve 3 neb 5 řadách nad sebou skupiny buněk nafouklých, tenkostěnných, hranatých, jež se od ostatních jasně odlišují a téměř vždy k žebru dosahují. Větevné lístky menší, většinou odstávající, jinak lodyžním podobné. Dvoudomý; ♂ květy na lodyžkách, vnitřní obalné lístky široce vejčité, jemně zašpičatěné, bezžeberné, skrývají nejvíce 5 antheridií s velice nepatrným počtem parafys. Perichaetium často kořenující; vnitřní perichaetiální lístky vzpřímené, vysoko pošvité, náhle jemně zašpičatěné, celokrajné, hladké, se slabým žebrem. Štět až 5 *cm* vysoký, červený, tobolka obyčejně skloněná až horizontální, válcovitá, hnědá, 3—4 *mm* dlouhá, 0·75—1 *mm* široká. Víčko klenuté, s červenou bradavičkou. Prstenec schází. Vnější zuby obústí (dle Limprichta) jsou na basi spojené, 0·5—0·75 *mm* vysoké, žluté, na basi skoro oranžové, ve spodní části jemně tečkované, v hoření jemně podél rýhované a papillosní, špičky široce hyalinně vroubené. Vnitřní obústí skoro hladké, neprolamované, jemně podélně rýhované, brvy 2—3, uzlovité. Spory v průměru 14—18 μ, okrově zbarvené. Zraje v červnu.

Vyskytuje se na podobných místech jako *Drep. fluitans,* často s ním společně, z nížin až do vysokých hor obecně. Zdá se, že jest hojnější než *Drep. fluitans.* Fruktifikuje ne příliš hojně. Nejhojnější jest ve střední a severní Evropě (mimo nejsevernější části) a v Sever. Americe. Znám jest na Spitzberkách, z Kavkazu, Kaschmiru, Jenisey, a z Japonska (Brotherus). Nejvýše sbírán byl dle Limprichta ve 2470 *m* (Julierpass).

Velice rozšířený tento druh tvoří přečetné formy, z nichž uvedeme nejhlavnější.

1. var. orthophyllus (Milde) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb., p. 1055 (1906) pro specie.

Syn.: Hypnum exanulatum β orthophyllum Milde Bryol. siles., p. 349 (1869).
Hypnum fluitans β exanulatum b acutum Sanio Beschreib., p. 12 (1885).

Koberce měkké, špinavě zelené neb žlutozelené, červeně neb zeleně skvrnité. Lodyžky až 15 *cm* vysoké, přímé, skoro

pravidelně zpeřeně větevnaté, na konci přímé, zaostřené, neb jen nepatrně zahnuté. Lodyžní lístky vzpřímené, pozvolna ostře zašpičatěné (zřídka slabě zahnuté), 2 *mm* dlouhé, po stranách dosti ostře zoubkované. Žebro silné, hnědé, ve špici mizící. Čepelné buňky jako u typické formy. Křídelné buňky hyalinní, tenkostěnné, v rozích ve 3—4 řadách nad sebou, jednou řadou k žebru dosahující. Sporogony neznámé.

Ve vysokohorských rašelinách. V Čechách známa toliko z Krkonoš, kde ji též MILDE první sbíral a z Jizerských Hor, kde naskýtá se v nejvyšším pásmu. Prof. VELENOVSKÝ sbíral ji nad Wiesenbaude, kde rostla ve velkém množství r. 1896 a 1900.

Forma tato jest zřejmě tak blízká *Drep. exanulatus*, že není ji možno od toho odděliti, jak WARNSTORF činí. Basální buňky shodují se více méně, přímost listů, význačnější senatura, silnější žebro, které též »více méně« nalezneme u typické formy, jsou u *Drepanokladů* znaky podružné a nestálé a proto jest správné mínění všech autorů, kteří považují ji za varietu.

2 var. serratus (MILDE) WARNSTORF Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II. p. 1055 (1906) pro specie.

Syn.: Hypnum exanulatum γ serratum Milde Bryol. siles., p. 349, ex parte (1869).

Trsy ponořené a plovoucí. Lodyžky 20—25 *cm* dlouhé, měkké, dole nahnědlé, nahoře žlutozelené, skoro pravidelně zpeřeně oddáleně větevnaté, na konci srpovitě zahnuté. Listy lodyžní oddálené, zřetelně sbíhavé, velice dlouze kopinaté, ponenáhlu tence zašpičatěné, zřetelně zoubkované (obzvláště ve špici), 3—7 *mm* dlouhé. Žebro dosti silné, ve špici mizící, čepelné buňky úzce čárkovité, na basi podobné jako u *Drep. purpurascens.*

V lesních bažinách, příkopech, rašelinách nehojná forma. Ponejprve sbírána byla v Jizerských Horách (ENGLER a JUNGER) a na Korál. kamenech v Krkonoších (J. ZIMMERMANN). U Běchovic (VEL.), Hlinsko (KALENSKÝ), v lesním příkopu u Rožmberku (AMBR.).

Jediný význačný znak, který tuto formu od typické odlišuje, jsou basální buňky v jedné příčné řadě k žebru dosahující a téměř shodné s podobnými u *Drep. purpurascens*, který má ale listy nesbíhavé. Ježto nepokládáme jediný tento znak za dostatečný k stanovení druhu, podřaďujeme jako většina autorů formu tuto k *Drep. exanulatus.*

Drep. exanulatus jest na první pohled nerozeznatelný od *Drep. fluitans,* s nímž často pohromadě roste. I v podrobnějším rozboru musíme býti opatrni. Užívání rozdělení květů na lodyžkách není praktické jednak z toho důvodu, že malé kvítky špatně se hledají, jednak že mnohdy máme po ruce exempláře nekvetoucí. Mimo to znak tento není stálý a již nalezen *Drep. exanulatus* několikráte jednodomý. Nejlepším rozlišovacím znakem jsou zde lístky lodyžní, jako u všech *Drepanokladů.* Tyto jsou rýhované, na basi zřetelně sbíhavé a při jich inserci nachází se částečná epidermis. Čepelné buňky jsou kratší a širší než u *Drep. fluitans,* v rozích vždy typické buňky křídelné, žebro vždy silnější.

V. skupina **Scorpioidei.**

Rozbor viz u následujícího jediného druhu.

13. spec. **Drepanocladus scorpioideus** (L.) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II. 1906.

Syn.: Hypnum scorpioides L. Spec. plant., p. 1127 (1753).
Stereodon scorpioides Brid. Bryol. univ. II., p. 637 (1827).
Amblystegium scorpioides Lindb. Musc. scand., p. 33 (1879).
Calliergon scorpioides Kindb. Eur. & N. Amer. Bryin., p. 82 (1879).
Scorpidium scorpioides Limpr. Krypt. von Deutschl. IV., III., p. 571 (1899).

Ze všech *Drepanokladů* nejstatnější. Koberce měkké, spletité, žlutozelené neb hnědozelené, na starších částech černohnědé, lesklé. Lodyžky 10—30 *cm* dlouhé, obyčejně vzpřímené, řidčeji poléhavé, střechovitě hustě listnaté, provazovité (4—5 *mm* v průměru), křivolaké, někdy jednoduché, většinou oddáleně nepravidelně větevnaté, na konci slabě srpovitě zahnuté.

Centrální svazek většinou schází, neb je pouze z několika málo buněk složený. Korové pletivo skládá se z 3—5 řad žlutých neb červenohnědých buněk, někdy i epidermis přítomna. Listy lodyžní hustě sestavené, většinou jednostranně zahnuté, nesbíhavé, měchovitě vyduté, vejčité, tupé neb krátce zašpičatěné, zpravidla neřáskaté, celokrajné, 3—5 *mm* dlouhé. Žebro velice často schází, jindy jest jednoduché, slabé, nejvýše do $^1/_2$ listu sahající neb dvojité. Čepelné buňky hustě a úzce čárkovité, tenko neb tlustostěnné, často tečkované, 10—15krát delší než širší, ke krajům hustší a tenčí, k basi kratší a širší se stěnami více stlustělými a tečkovanými, v neouškatých rozích skupina odlišných buněk, červenohnědých i čirých vejčitých neb hranatých. Větevné listy podobné lodyžním, pouze menší. Dvoudomý; ♂ květy mají obalné lístky vejčité, tupě zašpičatěné, bezžeberné, antheridií 12 až 20, žlutých neb hnědých, s četnými žlutými parafysami. Perichaetium nekořenující, obalné lístky vnitřní široce kopinaté, nerýhované, zašpičatěné a bezžeberné. Štět (dle Warnstorfa) 4—6 *cm* vysoký, červený, tobolka 3—4·1 *mm* dlouhá a 1 *mm* široká, podlouhle vejčitá, až horizontálně skloněná, za sucha silně stočená a pod širokým ústím více méně zúžená. Víčko červené, vysoce klenuté, špičaté. Prstenec žlutý, 3řadý. Vnější obústí 0·6 *mm* vysoké, žluté, zuby na basi spojené, nahoře široce hyalinně vroubené, v basální části příčně rýhované, výše šikmo a podélně, bleďé špičky nezřetelně papillosní. Zuby vnitřního obústí žlutavé, skoro hladké, výběžky neprolamované, jemné brvy bez přívěšků. Spory žlutohnědé, jemně papillosní, 12—18 μ v průměru. Zraje v květnu a červnu.

V hlubokých, hlavně vápenných močálech, jich příkopech, často úplně ponořen a vzplývavý, v nížinách a v rovinách, v Alpách až ve výši 2000 *m*, ve střední, západní a severní Evropě až do Laponska rozšířen, rovněž v Sever. Americe, obzvláště v Kanadě, Labradoru a Gronsku. Sporogony přináší vzácně. — V Čechách nejvíce v severní polovině. Česká Lípa (Anders), Žižnikov, Habstein, Thammühl, Heideteich (Schff., Schm.), Šluknov (Karl, Hora), Jestřebí,

Doksy (Vel., Schff., Schm.), Kunnersdorf (Lukeš), Wartenberg (Lukeš, Watzel), Lysá (Vel., Ambr.), Milovice (fruct.), Čečelice, Všetaty (Vel.), Pakoměřice (Br.), Hlinsko (Kalenský). — Poměrně nemnoho forem vytváří.

1. var. gracilescens (Sanio) Warnst. Kryptogamenfl. d. M. Brandenb. II. (1906).

Rostlinky štíhlé, pravidelně oddáleně zpeřeně větevnaté, listy oddálené, jednostranně zahnuté, většinou zašpičatěné, bezžeberné. Vzhledu *Drep. Sendtneri.*

Sbíral prof. Velenovský u Dokes (1901).

2. var. pratensis (Schffn. Lotos 1905).

Koberce veliké, nadmuté, většinou žlutozelené, dole bledě hnědé, více méně vzpřímené, lodyžky jsou husté, méně větevnaté a o polovinu slabší než forma normální.

Na pokraji rybníku u Malé Haidy sbíral Schiffner.

O systematickém postavení druhu tohoto se názory jednotlivých autorů značně rozcházejí. Limpricht pojímá jej jako samostatný rod *Scorpidium.* K *Harpidiím* kladli jej Milde, Sanio a dříve také Limpricht. Warnstorf v »Kryptogamenfl. d. M. Brandenb.« oproti své monografii *Harpidií* považuje jej za *Drepanokladus* a klade jej do příbuzenstva *Drep. intermedius* a *Drep. lycopodioides* na základě kolísavých anatomických znaků lodyžky. My shodujeme se s Warnstorfem v tom, že dle habituelních a biologických znaků náleží druh náš mezi *Drepanoklady*; od těchto se však během doby velice ve znacích morfologických i anatomických (tvar listu, žebro, čepelné buňky, stavba sporogonu) odchýlil. Proto klademe jej osamoceně do zvláštní skupiny.

Seznam literatury.

E. Bauer: Beiträge zur Moosflora Westböhmens und des Erzgebirges. Sep.—Abd. aus »Lotos« N. F. Bd. XIII. 1893, p. 18. bis 30.

Beiträge zur Moosflora von Centralböhmen. »Lotos«. Bd. XV. 1895, p. 1.—25.

Beitrag zur böhmischen Moosflora. Österr. bot. Zeitschrift, XLVI. Jahrg. 1896, p. 278.

Beitrag zur Moosflora Böhmens. Sep.—Abd. aus Leimbach. Deusche bot. Monatschrift. Jahrg. XIV. 1896, Nr. 2., 3.

Neue und interessante Moose der böhmischen Flora. Allgemeine bot. Zeitschrif für System. 1898, Nr. 6.

Notiz zur Moosflora des Erzgebirges. Sep.—Abdr. aus der Deutsche bot. Monatschrift 1898. H. 10.

Neue Beiträge zur Moosflora von Mittelböhmen. Sep.—Abdr. aus »Lotos« 1899, Nr. 4., p. 18.

Interessante und neue Moosformen Böhmens. Deutsche bot. Monatschrift. Jahrg. XX. 1902, p. 2.

Brotherus: Engler Pflanzenfamilien I. 3. II. Leipzig 1909 p. 1033—1035.

V. v. Cypers: Beiträge zur Kryptogamenflora des Riesengebirges und seiner Vorlagen. Verhandlungen d. k. u. k. zool.-bot. Gesellschaft in Wien 1897. XLVII. Bd.

K. Kavina: České rašelinníky. Zvláštní otisk z věstníku Král. České společnosti nauk v Praze 1912.

H. v. Klinggraeff: Die Leber- und Laubmoose West.- u. Ostpreussens. Danzig 1893.

K. G. Limpricht: Laub- und Lebermoose in Cohn Kryptogamenfl. von Schlesien. Breslau 1876.

Die Laubmoose Deutschlands, Österreichs u. der Schweiz. Rabenhort's Kryptogamenfl. IV. Bd. III. Abt. Leipzig 1898, p. 362.—433.

L. Loeske: Drepanocladus, eine biologische Mischgattung. Hedwigia 1907, p. 300.—321.

Studien zur vergleichenden Morphologie und phylogenetischen Systematik der Laubmoose. Berlin 1910, p. 202.—215.

Fr. Matoušek: Bryologisch-floristische Beiträge aus Böhmen. I. Sep.—Abdr. aus »Lotos« 1895. XV.

Bryol.-flor. Beitr. aus Böhmen. II. »Lotos« 1896, Nr. 2.

Bryol.-flor. Beitr. aus Böhmen. V. Leimbach Deutsche bot. Monatschrift XV. 1897, Nr. 7.

Bryol.-flor. Mitteilungen aus Böhmen. VIII. »Lotos« 1900, Nr. 4.

Bryol.-flor. Beitr. aus Böhmen. X. Besonders-Funde aus Nord-

böhmen. Mitteilungen aus dem Vereine der Naturfr. in Reichenberg 1900.

Bryol.-flor. Mitteil. aus Böhmen. XI. Mitteil. aus dem Vereine d. Naturfr. in Reichenberg 1902.

Bryol.-flor. Mitteil. aus Böhmen. XII. Besonders-Funde aus dem Iser- und Jeschkengebirge. Mitteil. aus dem Vereine d. Naturfr. in Reichenberg 1903.

MILDE: Zur Flora von Johannisbad im Riesengebirge. Bot. Zeitung 1860.

W. MÖNKEMEYER: Beiträge zur Moosflora des Erzgebirges. Hedwigia. XLIV. B. 1905.

Bryologisches aus der Umgebung Leipzigs nebst Beobachtungen über einige Drepanocladen und ihre Formenkreise. Sitzungsberichte der naturforsch. Gesellsch. zu Leipzig 1906.

Tundrae Formen von Hyp. exanulatum. Hedwigia 1908, p. 300.—304.

Kritische Bemerkungen zu Dr. Gg. Roths Übersicht über die europäischen Drepanocladen, einschliesslich der neueren Formen. Hedwigia 1909.

J. RÖLL: Beitrag zur Moosflora des Erzgebirges. Hedwigia 1907.

G. ROTH: Die europäischen Laubmoose 1905. II.

Übersicht über die europäischen Drepanocladen einschliesslich der neueren Formen. Hedwigia 1909, p. 152.—177.

Nachtrag zur Übersicht über die Drepanocladen. Hedwigia 1909, p. 212.—214.

F. RENAULD: Husnot Muscologia Gallica, p. 367.—395.

Causerie sur les Harpidia. Revue bryologique 1906, Nr. 6.

Causerie sur les Harpidia. Rev. bryol. 1907, Nr. 1.

K. SANIO: Commentatio de Harpidiis europaeis inducta. Botanisches Centralblatt 1880, Nr. II.

Additamentum in Hypni adunci cognitionem. Bot. Centralbl. Bd. V. Nr. 3., p. 93.—95, 1881.

Additamentum secundum in Harpidiorum cognitionem. Bot. Centralblatt. Bd. XIII. Nr. 15., p. 425.—440., 1883.

Beschreibung der Harpidien, welche vornehmlich von Dr. Arnell während der schwedischen Expedition nach Sibirien im J. 1876 gesammelt wurden. Bihang. till. K. Svenska. Vet.—Akad.—Handlingar. Bd. 10. Nr. 1. 1885.

Bryologische Fragmente. I. Hedwigia 1887, p. 81.—109.

Bryologische Fragmente. II. l. c., p. 129.—169.

Bryologische Fragmente III., l. c., p. 194.—214.

V. SCHIFFNER: Beiträge zur Kenntnis der Moosflora Böhmens. I. Die Moosflora von Mittelböhmen. »Lotos« 1887. VII.

Beiträge zur Kenntnis der Moosflora Böhmens. »Lotos« 1890. X.
Bryologische Mitteilungen aus Mittelböhmen. Österr. bot. Zeitschrift. XLVI. 1896.
Neue Beiträge zur Bryologie Nordböhmens u. des. Riesengebirges. »Lotos« 1896. XVI.
Neue Beiträge zur Bryologie Nordböhmens und des Riesengebirges. »Lotos« 1897. XVII.
Interessante und neue Moose der böhmischen Flora. Österr. bot. Zeitschrift 1898. XLVIII.
Nachweis einiger für die böhmische Flora neuer Bryophyten nebst Bemerkungen über einzelne daselbst nachgewiesene Formen. »Lotos« 1900. XX.
Ergebnisse der bryologischen Exkursionen in Nordböhmen u. in Riesengebirge im Sommer 1904. »Lotos« 1905. XXV.
Mitteilungen über die Verbreitung der Bryophyten im Isergebirge. »Lotos« 1907. XXVII.

W. Schiffner u. A. Schmidt: Moosflora des nördlichen Böhmen. »Lotos« 1887. VII.

W. Schimper: Synopsis muscorum europaeorum. II. Stuttgartiae 1876.

C. Warnstorf: Die europäischen Harpidien. Sep.—Abdr. aus d. Beihefte zum Bot. Zentralbl. B. XIII. 1903, p. 388.—430.
Kryptogamenflora d. Mark Brandenburg. II. Laubmoose. Leipzig 1906.

A. Weidmann: Prodromus českých mechů listnatých. Praha 1895.

J. Velenovský: Mechy české. Rozpravy české akademie císaře Frant. Josefa pro vědy, slov. a umění v Praze 1896. VI., tř. II., č. 6.
Bryologické příspěvky z Čech: I. za rok 1897—1898; II. 1898 až 1899; III. 1899—1900; IV. 1900—1901; V. 1901—1902. Rozpravy české akademie cís. Frant. Jos. Tř. II. Roč. VII. č. 16., VIII. 27., IX. 28., X. 24., XII. 11.
Moderní směry systematiky rostlinné. Věstník čes. akademie XI. 1902.
Srovnávací morfologie. I. Praha 1905.

VI.

Plochy stálé střední křivosti s charakteristickými čarami stejné torse.

Dr. Fr. Velísek.

(Předloženo v sezení dne 7. března 1913.)

Plochy konstantní střední křivosti h při čarách křivoznačných jako souřadných křivkách mají lineární element tvaru

1) $$ds^2 = \lambda (du^2 + dv^2),$$

při čemž λ určeno rovnicí

2) $$\frac{\partial^2 lg\lambda}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 lg\lambda}{\partial v^2} = \frac{4 - h^2\lambda^2}{2\lambda},$$

koefficienty druhé základní formy ploch jsou pak

3) $$D = \frac{h\lambda}{2} + 1, \quad D' = 0, \quad D'' = \frac{h\lambda}{2} - 1.$$

Čáry charakteristické na ploše jsou křivky konjugované, stejného poloměru křivosti. Je-li tudíž poloměr křivosti R řezu normálního daného směrem (du, dv), jest v našem případě

$$R = \frac{\lambda (du^2 + dv^2)}{D du^2 + D'' dv^2}.$$

Rovnice tato určuje dva směry (du, dv), $(\delta u, \delta v)$, pro které řezy normální mají týž poloměr R. Ježto pak směry jsou konjugovány, musí býti

$$D du \delta u + D'' dv \delta v = 0.$$

Obdržíme tudíž pro R, značí-li R_1, R_2 hlavní poloměry křivosti,

$$R = \frac{\lambda (D + D'')}{2\,DD''} = \frac{R_1 + R_2}{2},$$

a pro rovnici čar charakteristických

4) $$D du^2 - D'' dv^2 = 0.$$

Z rovnice pro R patrno, že na plochách minimálních čáry charakteristické splývají s čarami délky nullové, a ježto u těchto neexistuje pojem torse, možno předpokládati $h \neq 0$. Označíme-li ω úhel roviny oskulační čáry charakteristické s normálou plochy, M, N determinantní tvary pro čáry křivoznačné, resp. geodetické, L druhou základní formu theorie ploch, jest absolutní torse čáry na ploše $\frac{1}{\varrho}$ dána výrazem

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d\omega}{ds} - \frac{M}{ds^2},$$

kde ω definováno rovnicí

$$tg\omega = \frac{N}{Lds}.$$

V předloženém případě obdržíme pro uvedené veličiny při směrech definovaných rovnicí 4)

$$\frac{du}{dv} = \pm \sqrt{\frac{D''}{D}}$$

výrazy

$$L = \frac{2DD''ds^2}{h\lambda^2}, \quad M = \mp \frac{2\sqrt{DD''}}{h\lambda^2} ds^2,$$

5) $$N = \frac{\sqrt{h}}{4\lambda}\left(\frac{1}{\sqrt{D}}\frac{\partial\lambda}{\partial u} \mp \frac{1}{\sqrt{D''}}\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right) ds^3,$$

$$tg\omega_{1,2} = \frac{h\sqrt{h}\lambda}{8DD''}\left(\frac{1}{\sqrt{D}}\frac{\partial\lambda}{\partial u} \mp \frac{1}{\sqrt{D''}}\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right).$$

Z toho plyne pro torsi čar uvedeného směru

$$\frac{1}{\varrho_1} = \frac{h\cos^2\omega_1}{32\lambda\sqrt{(DD'')^3}}\left[\frac{1}{D}\left(4 - 2h\lambda + \frac{3h^2\lambda^2}{2}\right)\left(\frac{\partial\lambda}{\partial u}\right)^2 - \frac{1}{D''}\left(4 + 2h\lambda\right.\right.$$

$$+\frac{3h^2\lambda^2}{2}\Big)\left(\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right)^2-4\lambda D''\frac{\partial^2\lambda}{\partial u^2}+4\lambda D\frac{\partial^2\lambda}{\partial v^2}-\frac{64D^2D''^2}{h^2\lambda}\Big], \tag{6}$$

$$\frac{1}{\varrho^2}=-\frac{h\cos^2\omega_2}{32\lambda\sqrt{(DD'')^3}}\Big[\frac{1}{D}\Big(4-2h\lambda+\frac{3h^2\lambda^2}{2}\Big)\left(\frac{\partial\lambda}{\partial u}\right)^2-\frac{1}{D''}\Big(4+2h\lambda$$
$$+\frac{3h^2\lambda^2}{2}\Big)\left(\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right)^2-4\lambda D''\frac{\partial^2\lambda}{\partial u^2}+4\lambda D\frac{\partial^2\lambda}{\partial v^2}-\frac{64D^2D''^2}{h^2\lambda}\Big]$$

Pro rovnost torsí obdržíme tudíž buď

$$\frac{1}{D}\Big(4-2h\lambda+\frac{3h^2\lambda^2}{2}\Big)\left(\frac{\partial\lambda}{\partial u}\right)^2-\frac{1}{D''}\Big(4+2h\lambda+\frac{3h^2\lambda^2}{2}\Big)\left(\frac{\partial\lambda}{\partial v}\right)^2 \tag{7}$$
$$-4\lambda D''\frac{\partial^2\lambda}{\partial u^2}+4\lambda D\frac{\partial^2\lambda}{\partial v^2}-\frac{64D^2D''^2}{h^2\lambda}=0,$$

neb 8) $$\cos^2\omega_1\pm\cos^2\omega_2=0,$$

pro stejná neb opačná znamení torsí.

Úloha se pak redukuje na vyhledání společného řešení rovnic 2) a 7), resp. 2) a 8).

V případě prvním, kdy torse jsou současně nullou, tedy čáry charakteristické křivkami rovinnými, dávají uvedené rovnice

$$4r=\frac{5z^2+4z+16}{z^2(z+2)}p^2-\frac{z^2+4z+16}{z^2(z-2)}q^2-\frac{4h(z^2-4)^2}{z^3} \tag{9}$$
$$-\frac{h(z+2)^2(z-2)}{z},\ 4t=-\frac{z^2-4z+16}{z^2(z+2)}p^2+\frac{5z^2-4z+16}{z^2(z-2)}q^2$$
$$+\frac{4h(z^2-4)^2}{z^3}-\frac{h(z+2)(z-2)^2}{z},$$

kde značí

$$z=h\lambda,\ p=\frac{\partial z}{\partial u},\ q=\frac{\partial z}{\partial v},\ r=\frac{\partial^2 z}{\partial u^2},\ s=\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v},\ t=\frac{\partial^2 z}{\partial v^2}.$$

Abychom nalezli společné řešení rovnic 9), postupujeme tímto způsobem: Označíme krátce

$$\mathrm{r}=\varphi_1(z,p,q),\quad \mathrm{t}=\varphi_2(z,p,q), \tag{10}$$

a budiž φ funkce libovolná proměnných u, v, z, p, q, s. Symboly $\varrho(\varphi)$, $\mu(\varphi)$ značtež resp.

$$\varrho(\varphi)=\frac{\partial\varphi}{\partial u}+p\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\varphi_1\frac{\partial\varphi}{\partial p}+s\frac{\partial\varphi}{\partial q},$$

$$\mu(\varphi) = \frac{\partial \varphi}{\partial v} + q\frac{\partial \varphi}{\partial z} + s\frac{\partial \varphi}{\partial p} + \varphi_2 \frac{\partial \varphi}{\partial q}.$$

Z rovnic 10) obdržíme

$$\frac{\partial^3 z}{\partial u^2 \partial v} = \mu(\varphi_1) + \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial^3 z}{\partial u \partial v^2},$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial u \partial v^2} = \varrho(\varphi_2) + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s}\frac{\partial^3 z}{\partial u^2 \partial v},$$

z čehož jde

$$ds = \frac{\partial^3 z}{\partial u^2 \partial v} du + \frac{\partial^3 z}{\partial u \partial v^2} dv = \frac{\mu(\varphi_1) + \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\varrho(\varphi_2)}{1 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}} du +$$

$$+ \frac{\varrho(\varphi_2) + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}} dv.$$

Máme tudíž určiti z, p, q, s jako funkce u, v splňující rovnice hořejší a rovnice

$$dz = pdu + qdv, \quad dp = \varphi_1 du + sdv, \quad dq = sdu + \varphi_2 dv.$$

Značí-li f funkci proměnných u, v, z, p, q, s, utvořme

$$\varrho_1(f) = \frac{\partial f}{\partial u} + p\frac{\partial f}{\partial z} + \varphi_1 \frac{\partial f}{\partial p} + s\frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\mu(\varphi)_1 + \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\varrho(\varphi_2)}{1 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}}\frac{\partial f}{\partial s} = 0$$

$$\mu_1(f) = \frac{\partial f}{\partial v} + q\frac{\partial f}{\partial z} + s\frac{\partial f}{\partial p} + \varphi_2 \frac{\partial f}{\partial q} + \frac{\varrho(\varphi_2) + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}}\frac{\partial f}{\partial s} = 0.$$

Systém jest Jacobiho, splněna-li identicky v u, v, z, p, q, s relace

$\varrho_1[\mu_1(f)] - \mu_1[\varrho_1(f)]$, t. j. platí-li

$$11) \qquad \varrho_1\left(\frac{\varrho(\varphi_2) + \frac{\partial \varphi_2}{\partial s}\mu(\varphi_1)}{1 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}}\right) = \mu_1\left(\frac{\mu(\varphi_1) + \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\varrho(\varphi_2)}{1 - \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}\frac{\partial \varphi_2}{\partial s}}\right)$$

V tomto případě rovnice 9) mají společné řešení o 4 konstantách integračních. Není-li poslední rovnice indentitou, dává veličinu s jako funkci u, v, z, p, q, neb se redukuje na rovnici řádu prvního.

Provedeme-li naznačené úkony pro rovnice 9), obdržíme

12) $4s^2 - 8A_1pqs + B_1p^4 + C_1q^4 + D_1p^2q^2 + E_1p^2 + F_1q^2 + G_1 = 0$,

kde

$$A_1 = \frac{24z^4 + 256z^2 - 512}{z(z^2-4)(12z^2+64)},$$

$$B_1 = \frac{3z^6 - 64z^5 - 336z^4 + 1280z^3 + 1280z^2 - 4096z + 4096}{z^4(z+2)^2(12z^2+64)},$$

$$C_1 = \frac{3z^6 + 64z^5 - 336z^4 - 1280z^3 + 1280z^2 + 4096z + 4096}{z^4(z-2)^2(12z^2+64)},$$

$$D_1 = \frac{186z^8 + 2744z^6 - 9344z^4 + 2048z^2 + 32768}{z^4(z^2-4)^2(12z^2+64)},$$

$$E_1 = h\frac{(z-2)(6z^7 - 28z^6 - 704z^5 - 480z^4 + 4608z^3 + 2048z^2 - 4096z + 8192)}{z^5(12z^2+64)}$$

$$F_1 = h\frac{(z+2)(6z^7 + 28z^6 - 704z^5 + 480z^4 + 4608z^3 - 2048z^2 - 4096z - 8192)}{z^5(12z^2+64)}$$

$$G_1 = h^2\frac{(z^2-4)(3z^{10} - 88z^8 + 880z^6 - 4608z^4 + 13312z^2 - 16384)}{z^6(12z^2+64)}$$

Krátce označíme koefficienty v rovnicích 9)

$$A = \frac{5z^2+4z+16}{z^2(z+2)},\quad B = \frac{z^2+4z+16}{z^2(z-2)},\quad C = 4h\frac{(z^2-4)^2}{z^3},$$

$$D = h\frac{(z+2)^2(z-2)}{z},\quad E = \frac{z^2-4z+16}{z^2(z+2)},\quad F = \frac{5z^2-4z+16}{z^2(z-2)},$$

$$G = h\frac{(z+2)(z-2)^2}{z}.$$

Určují tudíž rovnice 9) a 12) veličiny s, r, t, a problém

se redukuje na otázku po funkcích p, q, z argumentů u, v takových, aby splněn byl systém rovnic

$$dz = p\,du + q\,dv, \quad dp = r\,du + s\,dv, \quad dq = s\,du + t\,dv.$$

Utvoříme systém rovnic 1.ho řádu pro funkci f neodvisle proměnných u, v, z, p, q

$$\varrho(f) = \frac{\partial f}{\partial u} + p\frac{\partial f}{\partial z} + r\frac{\partial \varphi}{\partial p} + s\frac{\partial f}{\partial q} = 0, \; \mu(f) = \frac{\partial f}{\partial v} + q\frac{\partial f}{\partial z} + s\frac{\partial f}{\partial p} + t\frac{\partial f}{\partial q} = 0.$$

Jsou-li identicky pro u, v, p, q, z splněny podmínky

$$\varrho(s) = \mu(r), \quad \varrho(t) = \mu(s),$$

pak předchozí rovnice tvoří systém Jacobiho dávající tři neodvislá řešení f_1, f_2, f_3 o 3 konstantách a_1, a_2, a_3. Obecné řešení rovnic 9) a 12) jest tudíž

$$z = \varphi(\mathrm{u}, \mathrm{v}, a_1, a_2, a_3).$$

Nejsou-li podmínky Jacobiho splněny identicky, pak určují jednu neb dvě relace mezi u, v, p, q, z. Obdržíme pak v daném případě pro

$$2s = 2A_1pq \pm \sqrt{4A_1{}^2p^2q^2 - (B_1p^4 + C_1q^4 + D_1p^2q^2 + E_1p^2 + F_1q^2 + G_1)}$$
$$= 2A_1pq \pm R$$

$$\text{I)} \quad Rq[\alpha p^2 + \beta q^2 + \gamma] = \pm 2R^2Ap \mp 4A_1R^2p \mp p(\delta p^4 + \varepsilon p^2q^2 + \xi q^4 + $$
$$+ \varrho p^2 + \sigma q^2 + \omega)$$

$$\text{II)} \quad Rp[\alpha_1 p^2 + \beta_1 q^2 + \gamma_1] = \pm 2R^2Fq \mp 4A_1R^2q \mp (\delta_1 p^4 + \varepsilon_1 p^2q^2 + $$
$$+ \xi_1 q^4 + \varrho_1 p^2 + \sigma_1 q^2 + \omega_1),$$

kde značí

$\alpha = 8A_1' + 16A_1{}^2 - 2D_1 - 2A' - 2AA_1 - BE,$

$\beta = -2A_1B - 4C_1 + 2B' + BF,$

$\gamma = -2A_1C - 2A_1D - 2F_1 + 2C' + 2D' + BC - BG,$

$\delta = -2B_1' - 2AB,$

$\varepsilon = 16\,A_1A_1' - 2D_1' + 4AA_1{}^2 - AD_1 + 2BB_1 + 16A_1^3 - 4A_1D_1,$

$\xi = -2C_1' - 4A_1{}^2B + BD_1 - 8A_1C_1,$

$\varrho = -2E_1' - AE_1 + 2B_1C + 2B_1\mathrm{D},$

$\sigma = -2F_1' + BE_1 - 4A_1{}^2C + CD_1 - 4A_1^2D + DD_1 - 4A_1F_1$

$\omega = CE_1 + DE_1 - 2G_1';$

$\alpha_1 = 2E' + AE - 4B_1 - 2A_1E,$

$\beta_1 = 8A_1' + 16A_1^2 - 2F' - BE - 2A_1F - 2D_1$.
$\gamma_1 = -2C' - CE - DE + 2G' - 2E_1 + 2A_1C - 2A_1G$,
$\delta_1 = -2B_1' - 8A_1B_1 - 4A_1^2E + ED_1$,
$\varepsilon_1 = 16A_1A_1' - 2D_1' + 16A_1^3 - 4A_1D_1 + 2C_1E + 4A_1^2F - D_1F$,
$\xi_1 = -2C_1' - 2C_1F$,
$\eta_1 = -2E_1' - 4A_1E_1 + EF_1 + 4A_1^2C - CD_1 - 4A_1^2G + D_1G$,
$\vartheta_1 = -2F_1' - FF_1 - 2CC_1 + 2C_1G$,
$\omega_1 = -CF_1 + F_1G - 2G_1'$

V rovnici I) jest koefficient při nejvyšší mocnině p^{10}

$B_1^2(2A - 4A_1)^2 + 4\delta(AB_1 - 2A_1B_1) + \delta^2 = [B_1(2A - 4A_1) + \delta]^2$,

při q^{10}: $C_1\beta^2$, v rovnici II) při p^{10}: $\alpha_1^2B_1$, při q^{10}:

$C_1^2(2F - 4A_1)^2 + 4(F - 2A_1)C_1\xi_1 + \xi_1^2 = [C_1(2F - 4A_1) + \xi_1]^2$,

tudíž máme pro rovnici I)

$$4p^{10}(B_1' + 2A_1B_1)^2 + q^{10}C_1(2A_1B + 4C_1 - 2B' - BF)^2,$$

rovnici II)

$$p^{10}B_1(2E' + AE - 4B_1 - 2A_1E)^2 + 4q^{10}(C_1' + 2A_1C_1)^2.$$

Po příslušném výpočtu obdržíme resp.

$$\frac{4p^{10}}{z^{10}(z+2)^6(z-2)^2(12z^2+64)^4}(72z^{10} - 624z^9 - 1536z^8 - 62464z^7$$
$$- 151552z^6 + 798720z^5 + 851968z^4 - 2228224z^3 + 2097152z)^2$$
$$+ q^{10}\frac{3z^6 - 64z^5 - 336z^4 + 1280z^3 + 1280z^2 - 4096z + 4096}{z^{12}(z-2)^6(z+2)^2(12z^2+64)^3}$$
$$(-24z^7 - 400z^6 - 256z^5 + 7680z^4 - 4096z^3 - 8192z^2)^2,$$

$$p^{10}\frac{3z^6 - 64z^5 - 336z^4 + 1280z^3 + 1280z^2 - 4096z + 4096}{z^{12}(z+2)^6(z-2)^2(12z^2+64)^3}(-24z^7 +$$
$$+ 400z^6 - 256z^5 - 7680z^4 + 4096z^3 + 8192z^2)^2 +$$
$$+ \frac{4q^{10}}{z^{10}(z-2)^6(z+2)^2(12z^2+64)^4}(72z^{10} + 624z^9 - 1536z^8 +$$
$$+ 62464z^7 - 151552z^6 - 798720z^5 + 851968z^4 + 2228224z^3 - 2097152z)$$

Utvoříme-li podíly ze součinitelů při p^{10} a q^{10}, obdržíme za předpokladu jich úměrnosti pro nejvyšší mocniny z

$$9z^{42} - 2120z^{40}, \quad 9z^{42} - 10632z^{40}.$$

Rovnice I), II) nejsou tudíž identicky splněny, ani se

neredukují na rovnici jednu. Připusťme, že obsahují společný faktor, obsahující dvě z veličin, na př. z, p,

$$p = f(z),$$

z čehož plyne integrací

$$z = F(u + V),$$

kde V značí funkci argumentu v. Obdržíme pak derivací

$$p = F', \quad q = V'F', \quad r = F'', \quad t = F''V'^2 + F'V''.$$

Dosadíme-li tyto výrazy do rovnic 9), obdržíme

$$4F'' = \frac{5F^2 + 4F + 16}{F^2(F+2)} F'^2 - \frac{F^2 + 4F + 16}{F^2(F-2)} V'^2 F'^2$$
$$- 4h \frac{(F^2 - 4)^2}{F^3} - h \frac{(F+2)^2 (F-2)}{F}$$

$$4F''V'^2 + 4V''F' = - \frac{F^2 - 4F + 16}{F^2(F+2)} F'^2 + \frac{5F^2 - 4F + 16}{F^2(F-2)}$$
$$F'^2 V'^2 + 4h \frac{(F^2 - 4)^2}{F^3} - h \frac{(F+2)(F-2)^2}{F}.$$

Z první rovnice V' vychází jako funkce argumentu $u + V$, musí tudíž býti

$$V' = \text{konst} = a, \text{ tedy } z = F(u + av).$$

Součet předchozích rovnic dává za tohoto předpokladu

$$2(1 + a^2)(FF'' - F'^2) + hF(F^2 - 4) = 0,$$

neb

$$(1 + a^2)\left(\frac{2F'F''}{F^2} - \frac{2F'^3}{F^3}\right) + h \frac{F'(F^2 - 4)}{F^2} = 0,$$

z čehož jde integrací při integrační konstantě k

$$(1 + a^2) F'^2 = kF^2 - hF(F^2 + 4).$$

Dosadíme-li tento výsledek do rovnic hořejších, shledáme, že jsou splněny jen pro konstantní $F = \pm 2$, tedy pro $h\lambda = \pm 2$, což dává D, resp. D'' rovno nulle. Plochy tudíž jsou válcovými a kuželovými; čáry charakteristické splývají pak s čarami assymptotickými v jeden směr.

Z hořejšího jde, že rovnice 9) skytají týž výsledek, je-li z funkcí jen jediné proměnné, jakož i pro případ, že rovnice I, II mají společný faktor obsahující jen p, q na př. $q = f(p)$, ježto pak $t = f'^2 r$, tudíž $p = f_1(z)$, $q = f_2(z)$, $z = F(u + av)$.

Pro společného činitele tvaru $f(z, p, q) = 0$ vyloučením q z rovnic I, II shledáme výpočtem koefficientu při nejvyšší mocnině p, že resultanta není splněna identicky; určují tudíž rovnice uvedené p i q jako funkce z. Řešení by tudíž bylo tvaru

$$z = z\,(u + av),$$

což dle dřívějšího nemožno.

Pro souhlasná znamení torsí čar charakteristických platí dle 8)

$$\cos^2 \omega_1 + \cos^2 \omega_2 = 0.$$

Máme tudíž řešiti systém rovnic

$$r + t - \frac{p^2}{z} - \frac{q^2}{z} - h\frac{4 - z^2}{2} = 0$$

13) $$\frac{z^2 p^2}{z + 2} + \frac{z^2 q^2}{z - 2} + 2h(z^2 - 4)^2 = 0.$$

Řešení druhé rovnice 13) se obdrží z předpokladu

$$q = ap,$$

tedy

$$p^2 = \frac{2h\,(4 - z^2)^3}{z^2\,[z - 2 + a^2\,(z + 2)]}, \qquad q^2 = \frac{2ha^2\,(4 - z^2)^3}{z^2\,[z - 2 + a^2\,(z + 2)]}.$$

Z rovnice $\qquad dz = pdu + qdv$

jde

14) $$\int \frac{z\sqrt{z - 2 + a^2\,(z + 2)}}{(4 - z^2)\sqrt{4 - z^2}}\,dz = \sqrt{2h}\,(u + av) + b.$$

Budiž $a = $ konst. Derivací jde

$$r = -h\frac{(4 - z^2)^2\,(3z^3 + 3a^2z^3 - 8z^2 + 8a^2z^2 + 12z + 12a^2z - 16 + 16a^2)}{z^3\,[z - 2 + a^2\,(z + 2)]^2},$$

$$t = -a^2h\frac{(4 - z^2)^2\,(3z^3 - 8z^2 + 3a^2z^3 + 8a^2z^2 + 12z + 12a^2z - 16 + 16a^2)}{z^3\,[z - 2 + a^2\,(z + 2)]^2}$$

Dosadíme-li tyto hodnoty do první rovnice 13), obdržíme jako první dva členy s nejvyššími mocninami z

$$-(1+a^2)z^5+2z^4(a^2-4a^4+4).$$

Nevyhovuje tudíž žádná specielní hodnota pro a, a nehledíme-li na konstantní hodnoty z, neobdržíme společného řešení 13).

Pro obecný integrál druhé rovnice 13) pokládáme ve výrazu 14) b za funkci a, tedy

$$\int \frac{z\sqrt{z-2+a^2(z+2)}}{(4-z^2)\sqrt{4-z^2}}\,dz=\sqrt{2h}\,(u+av)+b,$$

$$a\int \frac{z\,dz}{(2-z)\sqrt{(4-z^2)[z-2+a^2(z+2)]}}=\sqrt{2h}\,v+b'.$$

Z rovnice poslední vychází a jako funkce (z, v). Derivací posledních rovnic a dosazením za r, t, p, q do rovnice první 13) dostaneme

$$-a(z+2)\frac{\partial a}{\partial u}+(z-2)\frac{\partial a}{\partial v}=\sqrt{h}\,\frac{-(1+a^2)^2z^5+4(1-a^4)z^4-}{2\sqrt{2}\,z^2\sqrt{4-z^2}\sqrt{z-2+a^2(z+2)}}$$

$$\frac{-4z^3(z+18a^2+7a^4)+32(1-a^4)z^2+160(1+a^2)^2z-256(1-a^4)}{2\sqrt{2}\,z^2\sqrt{4-z^2}\sqrt{z-2+a^2(z+2)}},$$

$$(2-z)\frac{\partial a}{\partial u}-a(z+2)\frac{\partial a}{\partial v}=0.$$

Vyjádříme-li z rovnic těchto $\frac{\partial a}{\partial u}, \frac{\partial a}{\partial v}$, obdržíme z podmínky integrability rovnici, jejíž nejvyšší člen v z jest $-(1+a^2)^4 z^{10}$, absolutní člen pak $2.256^2(1-a^4)^2$. Jelikož konstantní hodnota pro a není možnou, vychází a jako funkce z v odporu k supposici.

Pro různá znamení torsí jest dle rovnice 8)

$$\cos^2\omega_1=\cos^2\omega_2, \text{ t. j.}$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial u}\frac{\partial\lambda}{\partial v}=0.$$

Budiž $\frac{\partial \lambda}{\partial v} = 0$, tudíž $\lambda = f(u)$. Rovnice 2) dává v tomto případě

$$2\lambda \frac{d^2\lambda}{du^2} - 2\left(\frac{d\lambda}{du}\right)^2 = \lambda(4 - h^2\lambda^2),$$

z čehož jde integrací

$$\frac{d\lambda}{du} = \sqrt{2C\lambda^2 - 4\lambda - h^2\lambda^3},$$

kde C značí integrační konstantu. Položíme-li

$$\lambda = -\sqrt[3]{\frac{4}{h^2}}\, x + \frac{C}{h^2},$$

jde pro x

$$x = p\left(u\sqrt[3]{\frac{h^2}{4}};\ g_2,\ g_3\right),$$

$$\lambda = -\sqrt[3]{\frac{4}{h^2}}\, p\left(u\sqrt[3]{\frac{h^2}{4}};\ g_2, g_3\right) + \frac{c}{h^2},$$

při čemž značí

$$g_2 = \left(\frac{3c^2}{h^2} - 4\right)\sqrt[3]{\frac{4}{h^2}}, \quad g_3 = \frac{4c}{h^2} - \frac{2c^3}{h^4}.$$

Pro $c = +\frac{4h}{3}$ jest $g_2 = \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{4}{h^2}}$, $g_3 = \frac{16}{27h}$, tedy

$$g_2{}^3 - 27 g_2{}^2 = 0,$$

$$p\left(u\sqrt[3]{\frac{h^2}{4}};\ g_2,\ g_3\right) = \frac{2}{h}\sqrt[3]{\frac{h^2}{4}}\frac{1}{\sin^2\sqrt{\frac{h}{2}}\ u} - \frac{2}{3h}\sqrt[3]{\frac{h^2}{4}},$$

$$\lambda = -\frac{2}{h}\, ctg^2\sqrt{\frac{h}{2}}\ u.$$

V tomto případě obdržíme tudíž plochy na rotační plochu rozvinutelné.

VII.

Sur l'oxydation de quelques substances inorganiques à hautes pressions et températures.

Par **Jaroslav Milbauer,**
Professeur à Prague. Bohême.

(Présenté dans la séance le 7 Février 1913.)

L'objet de mes recherches a été d'étudier l'action de l'oxygène à haute pression (12 atm.) et température (480° C) sur différents oxydes de métaux ainsi que sur des mélanges intimes de ces oxydes. Les corps en question ont été traités par l'oxygène dans une bombe en fer pendant une heure dans les conditions déjà indiquées.

Voici ce que j'ai remarqué:

1. Les oxydes de lithium, de sodium et de potassium contenaient des peroxydes.

2. Les oxydes de glucinium, calcium, zinc, strontium et de cadmium n'ont pas subi d'altération.

3. L'oxyde de baryum s'est transformé en peroxyde de baryum.

4. Les oxydes d'aluminium, bore, thallium, silicium, zirconium et d'étain n'ont pas reagi.

5. L'oxyde de plomb a donné du minium.

6. L'oxyde d'antimoine a été oxydé en tétroxyde.

7. L'oxyde de bismuth n'a subi aucun changement.

8. Le sesquioxyde de chrome contenait du chromate de chrome.

9. L'oxygène n'exerce aucune action sur les oxydes normaux de Mo, Wo, Ur et Fe.

10. Les oxydes de cobalt et de nickel fournissaient des produits contenant une certaine quantité d'oxydes supérieurs.

Comme on voit il n'y a dans cette action aucune anomalie, si l'on fait abstraction de l'oxyde d'argent. Je crois, qu'il se forme ici un oxyde supérieur, mais je ne l'ai pu isoler en quantité suffisante. L'oxyde d'argent traité par l'oxygène dans mon appareil fournit un produit qui se trouve après l'ouverture du tube sur ses parois. C'est un mélange. C'est pourquoi j'ai renoncé à l'analyser. En soumettant une feuille d'argent à une action bien plus prolongée j'ai observé une couche noire qui dégageait du chlore avec de l'acide chlorhydrique. Je me propose d'étudier cette réaction d'une manière plus détaillée.

Mon intention était aussi d'opérer avec d'autres mélanges intimes d'oxydes, mais je me suis borné pour le moment à ceux du sesqioxyde de chrome dans les conditions suivantes: La pression était de 12 atmosphères et la température de 460° C pendant 60 minutes.

Je résume les résultats de mes recherches en ce tableau:

Mélange	Couleur avant le traitement	Couleur après le traitement	Analyse:
$Ag_2O:Cr/OH/_3$	Brun-verdâtre	Brun-rougeâtre	100.0%Ag_2CrO_4
$BeCO_3:Cr/OH/_3$	Vert pâle	Jaune-verdâtre	8.5%Be_2CrO_4
$Mg/OH/_2:Cr/OH/_3$	Gris-verdâtre	Jaune	82.7%$MgCrO_4$
$CaCO_3:Cr/OH/_3$	» »	Jaune-verdâtre	56.9%$CaCrO_4$
$Zn/OH/_2:Cr/OH/_3$	» »	Jaune-brunâtre	72.0%$ZnCrO_4$
$SrCO_3:Cr/OH/_3$	» »	» »	63.0%$SrCrO_4$
$Cd/OH/_2:Cr/OH_3$	Vert pâle	Jaune	66.9%$CaCrO_4$
$BaCO_3:Cr/OH/_3$	» »	Jaune-brunâtre	52.8%$BaCrO_4$
$Zr/OH/_4Cr/OH/_3$	» »	» »	La substance contenait 1.9% d'oxygène actif.
$Ce/OH/x:Cr/OH/_3$	Jaune brunâtre	Brun violet	La substance ne subit aucun changement
$PbCO_3:Cr/OH/_3$	Vert	Jaune	100.0%$PbCrO_4$
$Sb_2O_3:Cr/OH/_3$	»	Brun vert	La substance contenait 0.8% d'oxygène actif
$Bi_2O_3:Cr/OH/_3$	»	» »	6.3%$(BiO)_2CrO_4$

Mélange	Couleur avant le traitement	Couleur après le traitement	Analyse:
$Cr/OH/_3$	Vert	Noir	La substance contenait 1.4% d'oxygene actif
$Mn/OH/x:Cr/OH/_3$	Brun. La substance contenait 6·5% d'oxygène actif.	Noir	La substance contenait 9.6% d'oxygène actif.
$2Fe/OH/_3:Cr/OH/_3$	Jaune brunâtre	Rouge brun	La substance contenait 1.2% d'oxygène actif
$Ni/OH/_2:Cr/OH/_3$	Vert	Brun	La substance contenait 4.8% d'oxygène actif.
$Cu/OH/_2:Cr/OH/_3$	»	Rouge brun	5.3% $CuCrO_4$

Tous ces mélanges, excepté celui de Ce (OH)x : $Cr(OH)_3$ absorbaient de l'oxygène et fournissaient des chromates. Dans le deuxième groupe du système périodique des éléments, la quantité d'oxygène absorbée diminue en raison inverse du pois atomique, à partir du magnésium jusqu'au baryum. Les chromates d'argent et de plomb se forment très facilement. On peut utiliser cette réaction pour la fabrication de couleurs minérales de chrome et de sels de l'acide chromique, comme par exemple du chromate de magnésium, qui peut remplacer dans bien des cas les chromates alcalins. Avant de finir je fais encore remarquer que j'ai demandé des brevets pour cette méthode.

Le présent travail a été éxécuté dans le laboratoire de l'École polytechnique tchèque de Prague.

VIII.

O přímé jodometrii vyšších kysličníků olova.

(S 9 tabulkami a 2 obrazci v textu.)

Podávají

prof. Dr. **Jaroslav Milbauer** a inž. **Bohumír Pivnička.**

Ku stanovení odměrnému kysličníku olovičitého resp. ostatních vyšších kysličníků olova nacházíme v literatuře velmi hojný počet prací, které chronologicky si dovolujeme v stručném přehledu zde uvésti:

r. 1853 Bunsen: Lieb. Annal. 86, 265.
1854 Streng: Pogg. Ann. 92, 57.
1880 Lux: Zeit. f. anal. Chemie 19, 153.
1881 Fleck: Rep. anal. Chem. 1881, 82.
1881 Terreil: Bull. de la Société chim. de Paris 35, 550.
1882 Diehl: Dingl. Polyt. Jour. 246, str. 196.
1887 Topf: Zeit. f. anal. Chem. 26, 296.
1893 Lindemann a Motteu: Bull. Soc. chim. de Paris 9, 812.
1898 Reichard: Chem. Zeit. 22, 774.
1898 Forestier: Zeit. f. angew. Chem. 1898, 176.
1899 Tocher: Farben Zeit. 1899/1900, 214.
1901 Liebig jun.: Zeit. f. angew. Ch. 14, 828.
Zeit. f. anal. Chem. 41, 701.
1902 Szterkhers: Ann. Chim. anal. appl. 7, 214.
1902 Schlossberg: Zeit. f. anal. Ch. 1902, 41, 741.
1903 Coffignier: Farben Ztg. 1903/1904, str. 336.
1904 Ericson: Journ. Americ. Chem. Soc. 26, 1135.
1906 Joshua: Dissertace: Zürich. Citováno ve Treadwellově analytické rukověti (5. vyd., str. 553.).
1907 Farsöe: Zeit. f. anal. Chem. 46, 308.
1907 Reinsch: Bericht des Chem. Unters.-Amtes zu Altona für 1906.
1907 Marchese: Gazz. chim. italiana 37, II., 292.
1908 Dunlap: Journ. Americ. Chem. soc. 30, 611.
1908 Beck: Zeit. f. anal. Chem. 47, 465.

1909 Milbauer: Chem. Ztg. 1909, 522.
1909 Medell: Eng. a. Min. Journ. 1909, 87, 262.
1910 Sacher: Chem. Ztg. 32, 62; 33, 1257.
1911 Chwala-Colle: Zeit. f. anal. Chem. 50, 209.
1911 Sacher: Chem. Ztg. 35, 731.

Nepřihlížíme-li ku methodám destilačním, jež jsou založeny na klassické práci Bunsenově, lze ostatní rozděliti do dvou typů:

a) oxydimetrické, při nichž titruje se nadbytek látky se okysličující titrovaným roztokem permanganátovým,

b) jodometrické, při nichž vyloučený jod z jodidu draselnatého se určuje odměrnou analysou.

Representantem prvních jest původní methoda Luxova, kdežto druhé jsou modifikacemi původního způsobu Diehlova.

V poslední době podrobili přímé methody jodometrické bližšímu studiu Chwala a Colle (l. c.) a nalezli, že všechny zatíženy jsou chybami. Z jejich velmi obsáhlé práce vyšlo na jevo, že Luxova methoda v jisté modifikaci, kterou popsali, dává vždy vyšší výsledky nežli stanovení jodometrická přímá. Příčina leží v kumulaci několika chyb. Methody, které užívají roztoku silně kyselého a při nichž se pracuje pomalu, dávají nízké výsledky, jelikož váže se jod a tvoří se kyselina jodoctová, jíž autoři ve sledech nalezli. V roztocích málo okyselených a chovajících octany alkalické vznikají jodičnany. Hlavní chybou, jež vlastní jest všem přímým jodometrickým methodám, jest dle obou autorů účinek jodu na octan olovnatý, jenž vede ku octanu methylnatému dle rovnice:



$$Pb(CH_3CO_2)_2 + J_2 = PbJ_2 + CH_3CO_2CH_3 + CO_2$$

Nalezli jej methodou, již později hodlají publikovati, a identifikovali zmýdelněním a určením fysikálních vlastností. Působení octanu olovnatého na jod není možno dle autorů zanedbati, ježto vznik malého kvanta kysličníku uhličitého i esteru odpovídá velkým ztrátám na kysličníku olovičitém. U minia jsou poměry příznivější, což autoři výslovně podotýkají.

Obrali jsme si za úkol prostudovati systematicky vliv jednotlivých faktorů na titraci přímou jodometrickou, vychá-

zejíce z modifikace jedním z nás popsané (Věstník král. české spol. nauk 1908, str. 10.) a pátrajíce po způsobu, kterým by bylo možno methodami přímými jodometrickými dospěti ku výsledkům pravdě nejbližším.

Část experimentálná.

Všechny modifikace přímé jodometrie vyšších kysličníků olova založeny jsou na účinku jodidu draselnatého v kyselém prostředí. Tu vylučuje se jod, kdežto olovo váže se na uvolněnou jodovodíkovou kyselinu a skýtá žlutý jodid olovnatý, který svojí barvou znemožňuje nález konce titrace. Z té příčiny přidal již Diehl octan ammonatý, aby uvedl jodid olovnatý do roztoku. Z následujícího přehledu patrny jsou různé obměny přímé titrace jodometrické:

Autor	Odvážená látka	Množství jodidu draselnatého	Množství kyseliny octové	Přidáno octanu	Zředění
Diehl	0·2—0·3 g látky	»dostatečné množství«	»dostatečné množství« 100%ní	konc. roztok octanu ammonatého	Neudáno
Topf	5 g PbO_2	12 g	»aus freier Hand«	90 neb 120 g octanu sodnatého	250—500 cc
Treadwell	0·5 g PbO_2	1·2 g	5 cc 5%ní	10 g » »	25 cc
Reinsch	2·5 g Pb_3O_4 1 g PbO_2	6 g	25 cc 30%ní	60 g » »	100 cc zředí na 500 cc
Marchese	1 g Pb_3O_4 0·5 g PbO_2	2·5 g 3·5 g	2 cc 100%ní 6 cc 100%ní	30 g » » 90 g » »	100 cc 450 cc
Beck	5 g Pb_3O_4	8 g NaJ	10 cc 50%ní	120 g » »	zředí na 500 cc
Milbauer	0·5 g Pb_3O_4	0·5 g KJ	5 cc 100%ní	10 g » »	as 105 cc
Dle theorie	na 0·2 g PbO_2	0·277 g KJ	0·20 g	—	—

Titraci prováděli Diehl, Chwala a Colle a Beck v nádobkách uzavřených, Treadwell a Liebig v baňkách

Erlenmayerových, MILBAUER v kjeldahlních baňkách konických.

Pro pokusy naše zvolena za nádobu reakční skleněná tlustostěnná láhev as 500 *cc* jímající, uzavíratelná dobře přiléhající zabroušenou zátkou. Aby dodržena byla konstantní teplota, bylo nádobkou s reakční směsí mícháno v Ostwaldově thermostatu, udržován tu stále přibližně stejný počet obrátek*) míchadla a přidáváno za účelem rychlejšího rozpuštění 50 porculánových kuliček průměru 3—4 *mm*. Při konci titrace přičiněn filtrovaný maz škrobový, konservovaný přísadou jodidu rtuťnatého, titrováno vždy do zmizení modrého zbarvení. Titr roztoku sirnatanu kontrolován občas na čistý jod připravený dle návodu Treadwellova.

Reagencie přidávány v podobě těchto roztoků:

a) 50 *g* jodidu draselnatého v 500 *cc* vody,

b) 500 *g* octanu ammonatého a 250 *cc* ledové kyseliny octové a 5000 *cc* vody,

c) roztoky sirnatanů měly tyto faktory:

I. 1 *cc* odpovídal	. .	0·8010	*cc*	roztoku	přesně $^{1}/_{100}$			
II. » »	» . .	1·00022	»	»	»	»	»	
III. » »	» . .	0·98537	»	»	»	»	»	
IV. » »	» . .	0·98789	»	»	»	»	»	
V. » »	» . .	0·95071	»	»	»	»	»	
VI. » »	» . .	0·9359	»	»	»	»	»	

A. Vliv času jakož i temperatury na titraci.

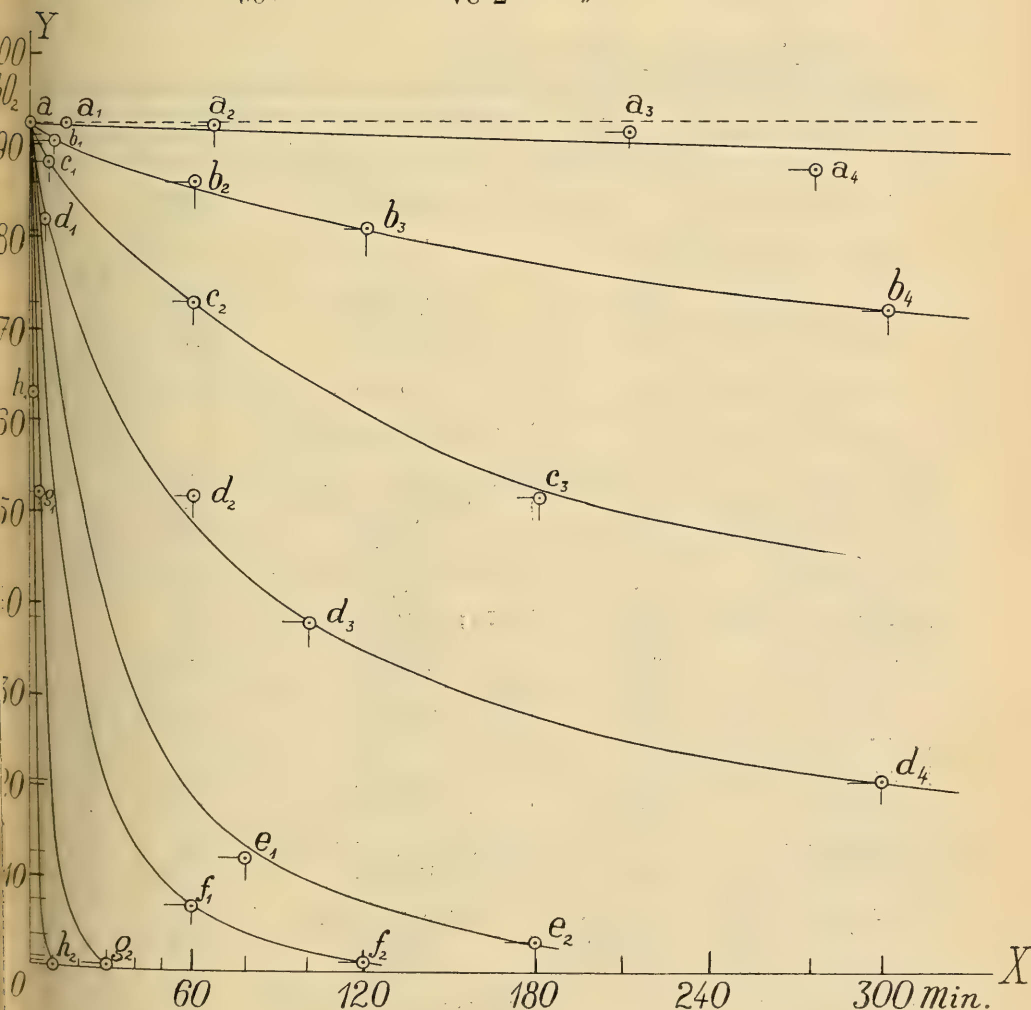
Do reagenční láhve odměřeno 5 *cc* roztoku jodidu (*a*), 105 *cc* kyselého roztoku octanu (*b*), přidáno 50 porculánových kuliček a vsypáno 0·2 *g* kysličníku olovičitého**) přesně zváženého. Lahvička ihned uzavřena zátkou a vložena do thermostatu, vyhřátého na příslušnou teplotu a mícháno určitou dobu. Pak ochlazeno ledovou vodou a titrováno $^{1}/_{100}\mu$ sirnatanem sodnatým do slabě žlutého zbarvení a titrace dokončena po přidání mazu škrobového.

*) 55 až 60 v minutě.

**) Kysličník olovičitý připravován tímto způsobem: Z čistého kysličníku olovnatého připravené minium vařeno několikrát se zředěnou kyselinou dusičnou, několikrát vyvařeno kyselinou octovou, vodou i promyto horkou vodou.

Při teplotě 20° rozpustil se kysličník olovičitý za 10 min., při teplotě vyšší za doby vždy kratší, jak vysvětluje nejlíp následující orientační tabulka:

Teplota	0·2 g kysličníku olovičitého se rozpustilo
0°	v 15 minutách,
20°	v 10 »
30°	v 8 » 40 vteřinách,
40°	v 8 » 20 »
80°	v 3 »
90°	ve 2 »



Obr. I.

Výsledky, nalezené při různé době a stálé teplotě 20° C pro přehlednost jsou vneseny v následující tabulku:

Číslo pokusu	Doba, po kterou mícháno a stitrováno	Spotřebováno cm³ roztoku sirnatanu s faktorem I.	Odpovídá % PbO_2	Označení v grafickém řešení I.
4., 5., 8	10 minut	188·5; 188·6; 188·6 (I.)	90·28%	(b_1)
7.,	12 »	187·1 (I.)	89·6%	
9., 10., 11	60 »	179·6; 178·0; 180·2 (I.)	86·0%	(b_2)
6., 12	120 »	168·7; 170·7 (I.)	81·25%	(b_3)
13.	300 »	150·3 (I.)	71·95%	(b_4)

Při jiných teplotách nalezeno:

Číslo pokusu a označení na křivkách:	Teplota	Doba, po níž titrováno	Spotřebováno cc roztoku ca $^1/_{100}$ n $Na_2S_2O_3$	Odpovídá % PbO_2	Poznámka
64. (a_1)	6·2—6·3°	15 minut	158·0 (III.)	93·06%	Mícháno v thermostatu nepřetržitě, počet obrátek v minutě 54—58.
65. (a_1)	6·8—6·9°	15 »	157·75 (III.)	92·92	
71.	8°	15 »	155·7 (IV.)	91·95	
66. (a_2)	7·1—8°	60 »	156·6 (IV.)	92·24	
63. (a_3)	6·9—8°	210 »	155·1 (III.)	91·36	
70. (a_4)	7·2—10°	275 »	148·3 (IV.)	87·57	
4. až 13.	20°	viz v tabulce předchozí			
34. 35. 36. (c_1)	30°	8 minut	147·4; 148·9; 147·2 (II.)	84·4	
33. 37. (c_2)		60 »	122·7 122·3 (II.)	73·24	
38. (c_3)		180 »	87·1 (II.)	52·07	
15. 16. 17. 18. (d_1)	40°	6 »	172·5; 171·8; 170·6; 172·6 (I.)	82·3	
14.		7 »	165·5 (I.)	79·25	
19. 20. 21. (d_2)		60 »	87·7; 86·0; 85·95 (II.)	51·75	
23. (d_3)		100 »	64·6 (II.)	38·62	
22. (d_4)		300 »	35·3 (II.)	21·12	
50. (e_1)	50°	78 »	21·5 (II.)	12·86	Protřepáváno občas.
51. (e_2)		180 »	9·3 (II.)	5·56	
48. (f_1)	60°	60 »	12·2 (II.)	7·3	
49. (f_2)		120 »	1·9 (II.)	1·14	
39. 40. 41. (g_1)	80°	4 »	86·5; 86·9; 87·0 (II.)	51·9	
42. (g_2)		30 »	1·0 (II.)	0·6	
43. 45. (h_1)	97-99° vroucí vodní lázeň	2 »	103·0; 106·4 (II.)	63·7	
44.		2 min. 30 vt.	95·5 (II.)	57·45	
46. 47. (h_2)		10 minut	0·1 (II.)	—	
24. 25. 26.	17° v tekutině	10 »	150·35; 152·20; 151·9 (III.)	90·57	Při teplotě laboratorní třepáno ruč. Tepl. vzd. 18·5.

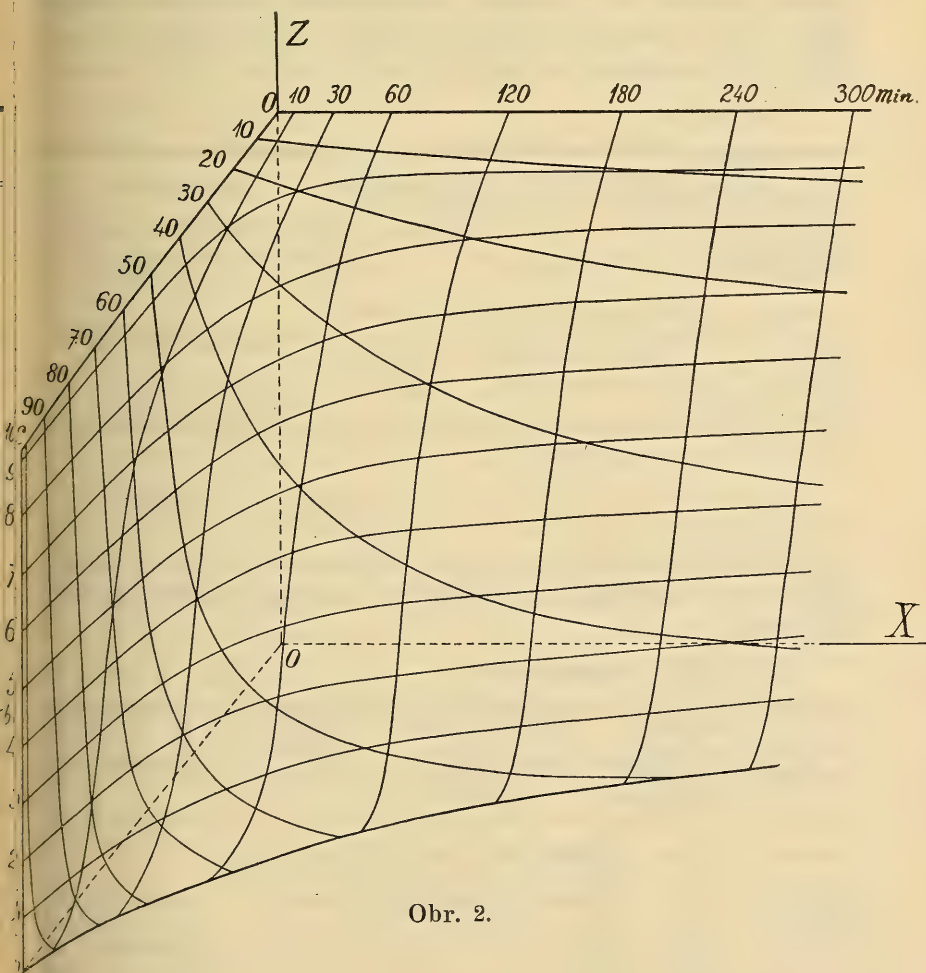
Z výsledků vyplývají následující dvě grafická řešení, z nichž jest vliv obou činitelů zřejmý:

Obrazec I. (str. 5.) značí souvislost času a % PbO_2 při různé teplotě v grafickém řešení rovinném.

Za x voleno . . . 22 *mm* odpovídá 60 min.

Za y voleno . . . 12 *mm* odpovídá 10% PbO_2.

Obrazec II. značí prostorovou souvislost doby, temperatury a % nalezeného PbO_2.



Obr. 2.

B. Vliv kyselosti prostředí.

Za účelem vyšetření tohoto vlivu, jenž dle Chwaly-Colleovy práce jeví se ve vzniku jodoctové kyseliny, byl použit kysličník olovičitý a připraven roztok:

a) 100 *gr* octanu ammonatého v 1000 *cc* vody,

b) 50 *gr* jodidu draselnatého v 500 *cc* vody,

a po odměření 100 *cc* roztoku prvního a 5 *cc* roztoku druhého, přidáno 50 kuliček porculánových a určité množství kyseliny octové 100%ní. Po přisypání odváženého kysličníku olovičitého (0·2 *gr*) mícháno v thermostatu (55—60 obrátek v minutě) při konstantní teplotě 20° C po 10 minut.

Nalezeno:

Číslo pokusu	cc kyseliny octové 100%ní	Spotřebováno cc roztoku ca. $^1/_{100}$ n $Na_2S_2O_3$	Odpovídá % PbO_2	Poznámka
73. 74.	50 cc	154·75; 154·9 (IV.)	91·43%	Tekutina stitrovaná ani po 10 min. nezmodrala.
4. 5. 8.	5 cc	188·5; 188·6; 188·6 (I.)	90·28%	Stitrovaná tekutina zmodrala sobě ostavena.
53. 54. 55.	0·5	146·8; 148·75 (III.) 146·4 (III.)	86·38%	
75. 76.	dvě kapky	146·3; 145·7 (IV.)	86·21%	Stitrovaná tekutina po ½ minutě opět zmodrala.

C. Vliv množství octanu ammonatého.

Pokusy provedeny při původní koncentraci všech ostatních látek. Pracováno při teplotě 20° C v thermostatu po dobu 10 minut.

Výsledky nalezeny tyto:

Číslo pokusu	Přidáno octanu ammonatého grammů	Spotřebováno roztoku sirnatanu sodnatého	Odpovídá % PbO_2	Poznámka
4. 5. 8.	10 g	188·5; 188·6; 188·6 (I.)	90·28 %	
77. 78. 79.	1 g	156·8; 157·0; 156·8 (IV.)	92·64 %	Jodid olovnatý zpočátku vyloučený se během 10 minut rozpustil.

D. Vliv zředění.

Že výsledky přímé titrace jodometrické jsou ohroženy i zředěním, vysvítá jasně z následujících pokusů, kde užito reakční směsi 10 *g* octanu ammonatého, roztok 0·5 *g* jodidu draselnatého v 5 cc vody, 5 cc ledové kyseliny octové a po přičinění 50 kuliček porculánových, určitého množství vody i 0·2 *g* kysličníku olovičitého a mícháno za obvyklých kautel v thermostatu:

Číslo pokusu	Přičiněno destilované vody v cc	Spotřebováno cc roztoku sirnatanu sodnatého:	Nalezeno % PbO_2	Poznámka
84. 85. 86	200	153·8; 153·5; 153·75 (IV.)	90·75	
4. 5. 8	100	188·5; 186·6; 188·6 (I.)	90·28	
81. 82. 83	20	149·7; 150·3; 150·5 (IV.)	88·67	Po stitrování v krátké době tekutina znovu zmodrala.

E. Srovnávací pokusy s octany alkalickými.

Užito ekvivalentní množství octanu sodnatého (as 11 *gr*), resp. octanu draselnatého (asi 13 *g*) na místě octanu ammonatého a postupováno jinak zcela obvyklým způsobem (viz dřívější pokusy).

Číslo pokusů	přičiněno octanu v grammech	Spotřebováno roztoku sirnatanu sodnatého	Odpovídá % PbO_2
87. 88. 93	13 g octanu draselnatého	155·0; 155·1; 155·0 (IV.)	91·55
89. 90. 92	11 g octanu sodnatého	154·6; 154·9; 155·6 (IV.)	91·55
4. 5. 8	10 g octanu ammonatého	188·5; 188·6; 188·6 (I.)	90·28

F. Applikace jiných kyselin a solí organických.

V původní práci Diehlově bylo uvažováno o kyselině solné, ta však zavržena a místo ní použito kyseliny octové. Chwala a Colle (l. c., str. 237.) činí nejasnou zmínku o ap-

plikaci jiných kyselin než kyseliny octové, blíže se však nerozšiřujíce.

Kyselina vinná při našich pokusech ukázala se býti naprosto nezpusobilou, ježto už smíšením s roztokem vinnanu ammonatého neb draselnatého zpusobovala vyloučení kyselých solí alkalických. Kromě toho vinnan olovnatý jest ve vodě a v roztocích alkalických vinnanu nerozpustným.

Kyselina citronová způsobuje vylučování nerozpustného citranu olovnatého. Jest možno však zabrániti jeho vylučování, event. je zdržeti přidáním většího množství citranu alkalického k reakční směsi. Tento moment spadá zvláště na váhu při práci s miniem, jež chová poměrně více olova nežli kysličník olovičitý.

a) Pokusy s kysličníkem olovičitým konány při 20° C v thermostatu, mícháno 10 minut se směsí 0·2 *g* PbO_2, roztoku 10 *gr* citranu ammonatého neb 12 citranu draselnatého v 60 *cc* vody, roztoku 5 *g* kyseliny citronové ve 40 *cc* vody a za přidání 50 kuliček porculánových.

S citranem ammonatým spotřebováno v pokusech 94 . 95 . 96

roztoku sirnatanu sodnatého III. 156·6; 156·0; 156·25 cm^3, což odpovídá 92·31% PbO_2.

S citranem draselnatým nalezeno v pokusech 97 . 98 . 99

roztoku sirnatanu sodnatého III. 156·7; 156·7; 156·65 cm^3, což odpovídá 92·52% PbO_2.

Jestli-že při posledním pokusu byl vylučující se jod ihned titrován (157·35 *cc* roztoku sirnatanu III.) nalezeno 92·92% PbO_2.

Mícháno-li déle než 20 minut, vylučovala se bílá ssedlina.

b) S miniem bylo možno provésti titraci za podmínek dřív (sub *a*) vyznačených, jen tenkráte, byl-li vylučující se jod ihned titrován. Pravidelně do 12 minut začala se vylučovati bílá ssedlina, v níž zjištěn citran olovnatý.

Provedeny pak následující pokusy:

Minia:	citranu draselnatého	kyseliny citronové	jodidu draselnatého	vody cc	spotřebováno cc roztoku sirnatanu (IV.)	Nalezeno % Pb_3O_4	Poznámka
0·5 g (I.)	12 g	5 g	0·5 g	105	119·9	81·17	Po smíšení ihned titrováno
	12 g	5 g	0·5 g	105	119·9	81·17	
	25 g	5 g	0·5 g	105	120·65	81·68	
	12 g	15 g	0·5 g	105	121·6	82·32	Ihned natitrováno 120 cc. Po 10 minut. vyloučila se ssedlina a sledy jodu
	25 g	5 g	0·5 g	105	117·25	79·38	

Přechody při titracích v mediu citronové kyseliny jsou horší nežli v prostředí octovém.

Kyselina mléčná hodí se k našemu účelu, ježto mléčnan olovnatý jest ve vodě snadno rozpustný. Provedeny tyto orientační pokusy s použitím mléčnanu sodnatého syrupovitého:

a) Odváženo 0·2 kysličníku olovičitého, přičiněno 5 *cc* syrupovitého mléčnanu sodnatého, 95 *cc* vody, 5 *cc* kyseliny mléčné a 50 kuliček porculánových a po rozpuštění, které rychle probíhá, ihned titrováno. Spotřebováno 166·75 *cc* roztoku sirnatanu sodnatého (VI.), což odpovídá 93·29% PbO_2. Po titraci jest tekutina mírně zkalena.

b) 0·2 *g* kysličníku olovičitého, 2 *cc* syrupu, ostatní jak sub *a*. Stitrováno 166·55 *cc*, t. j. 93·17% PbO_2.

G. Srovnání přímé jodometrie s jinými methodami.

Uživše všech zkušeností, které vyplynuly z tohoto systematického výzkumu přímé jodometrie, vypracovali jsme dál vyznačenou methodu a srovnali jsme ji s klassickou methodou Bunsenovou a oxydimetrickou methodou Lu-

xovou v modifikaci Chwala-Colleově. O použité methodě Bunsenově zmíníme se v nejbližší práci, titrace Luxova provedena přesně dle údajů Chwaly a Colleho (l. c.).

Pro stručnost vnešeny jsou výsledky v tabulce následující.

Methoda pracovní	Kysličník olovičitý: vlast. výroby* % PbO_2	Kysličník olovičitý: Merck % PbO_2	Minium I. % Pb_3O_4	Minium II. % Pb_3O_4	Braunerův superoxydhydrát % Pb_5O_7
Odváženo 0·2 g PbO_2, resp. 0·5 g Pb_3O_4 neb 0·2 g Pb_5O_7 přidáno roztoku 10 g octanu ammonatého v 100 cc vody, 0·5 g jodidu draselnatého v 5 cc vody a 5 cc ledové kyseliny octové. Vylučující se jod ihned titrován roztokem sirnatanu sodnatého.	92·26 92·55 92·61 92·55 **92·49**	96·27 96·3 96·24 **896·30**	91·43 91·46 91·70 91·73 **91·60**	81·71 81·85 81·65 **81·74**	96·56 96·56 **96·56**
Totéž; místo octanu ammonatého použito 5 g octanu sodnatého.	92·84 92·78 92·89 **92·84**	96·31 96·36 **96·34**	91·52 91·46 **91·49**	81·26 81·38 **81·32**	—
Totéž, užito pouze 1 gr octanu ammonatého, mícháno v thermostatu po 10 minut při 20° C a pak titrováno	92·59 92·75 92·59 **92·64**	96·78 96·87 **96·82**	Vyloučil se jodid olovnatý		99·08 98·88 **98·98**
Bunsenova destillační	92·03 92·23 92·13 92·30 **92·17**	95·07 94·96 95·24 **95·09**	91·27 91·05 91·21 **91·18**	80·43 81·07 80·77 80·43 **80·68**	96·69 96·96 96·76 **96·80**
Luxova v modifikaci Chwala-Colleho. (Pro minium odvažovány 3 g a přidáno 300 cc n kyseliny dusičné.)	94·42 94·30 94·42 **94·38**	97·19 97·31 97·19 **97·23**	93·20 93·09 93·09 **93·13**	82·19 82·19 82·19 **82·19**	**97·43**

* Připraven dle způsobu popsaného v práci Milbauerově (Věstník král. čes. spol. nauk 1912. XXVII.)

Résumé.

1. V této práci studována byla systematicky přímá jodometrická methoda ke stanovení vyšších kysličníků olova původně Diehlova a sledován detailně vliv jednotlivých složek na výsledek stanovení, kontrolovány a potvrzeny výsledky práce Chwaly a Colleho (Zeit. f. anat. Chemie, 50. 1911, str. 209. a násl.) stejným thematem se obírající. Hledány pak nejlepší podmínky ku stanovení vyšších kysličníků olova přímou jodometrií a srovnány s methodou destillační Bunsenovou i Luxovou, v modifikaci, citovaných již autorů.

2. Nalezeno, že provede-li se titrace jodometrická pokud možno rychle a titruje-li se jod současně, jak se vylučuje, získají se výsledky o něco málo vyšší nežli dle methody Bunsenovy, vždy však nižší, nežli methodou Lux-Chwala-Colleovou.

3. Z rušivých vlivů nejúčinnější jest vliv doby; čím později a čím pomaleji se titruje vyloučený jod, tím výsledky jsou nižší.

4. Také zvýšená teplota působí na titraci nepříznivě.

5. Zvýšená acidita kyseliny octové působí příznivě.

6. Sledován účinek octanu draselnatého a sodnatého i ammonatého na titraci, první dva dávají výsledky shodné, poslední výsledky poněkud nižší.

7. Zkoušeno, zda nedala by se nahraditi kyselina octová jinými organickými kyselinami, příznivou ukázala se pouze kyselina mléčná.

8. Aby výsledky přímé titrace jodometrické byly uspokojivými, dlužno postupovati takto: Připraví se do reagenční láhve roztok, obsahující 5 *gr* octanu sodnatého, 0·5 *gr* jodidu draselnatého ve 100 *cc* vody, přidá se 5 *cc* ledové kyseliny octové, ochladí se pokud možno nejvíce a po přisypání odváženého množství vyššího kysličníku (0·5 *gr* minia neb 0·2 *gr* kysličníku olovičitého) ihned, za současného důkladného třepání, titruje se vylučující se jod, titrovaným roztokem sirnatanu sodnatého $^1/_{100}$ μ.

V nejbližší práci hodláme zodpověděti otázku, zda methoda Bunsenova dává pro vyšší kysličníky olova výsledky

nižší nežli theoretické, v čem spočívá chyba její a zda methodu Luxovu v modifikaci Chwala-Colleově, která dnes považována je za nejsprávnější, lze přímým důkazem potvrditi.

V Praze, v dubnu 1913.

Z laboratoře anorganické technologie c. k. české vysoké školy technické v Praze.

IX.

Ueber die Wirkung der Koniferen auf die Leitfähigkeit der Luft.

Vorläufige Mitteilung.

Von Dr. **A. Ernest** und Dr. **A. Žáček**.

(Vorgelegt in der Sitzung am 11. April 1913)

Auf Veranlassung eines von uns haben wir eine Reihe von Versuchen über die Leitfähigkeit der Luft in der Umgebung der Koniferen angestellt. Durch eine Studienreise nach dem Ausland verhindert, sind wir genötigt, unsere Arbeit auf einige Monate zu unterbrechen, und erlauben wir uns deshalb einen vorläufigen Bericht über die bisher erlangten Resultate vorzulegen in der Meinung, dass diese etwas Interresse erregen können.

Wir haben in erster Linie Kiefernreisig (von Pinus silvestris), welches uns vom H. F. Kroh, fürstlich Schwarzenbergschen Forstverwalter in Cep in freundlichster Weise übersendet wurde, zu Versuchen verwendet.

Die Versuchsanordnung war folgende:

In ein grosses ca 2 hl fassendes Zinkgefäss wurde durch eine Öffnung im Deckel ein Kupferdraht frei eingeführt, ohne das Gefäss irgendwo zu berühren. Derselbe war in einer Bernsteinfassung an einem Stativ mit einer Klemme befestigt.

An dem Ende des Drahtes im Gefässe wurde eine Zinkplatte als Zerstreuungskörper angebracht, das zweite Ende des Drahtes wurde mit dem Blättchen des Schmidtschen Elektro-

meters verbunden. Das Gefäss wurde mit dem Mantel des Elektrometers*) verbunden.

Um den Einfluss der Feuchtigkeit, die durch Transpiration des Kiefernreisigs hervorgerufen wird, auszuschalten, haben wir ins Gefäss etwas destilliertes Wasser hineingebracht.

Zuerst wurde immer der natürliche Abfall des Elektrometers unter den beschriebenen Bedingungen bestimmt, sodann das Reisig in das Gefäss gebracht und der Abfall des Potentials von neuem gemessen.

Aus den bis jetzt ausgeführten Versuchen resultiert Folgendes:

1. Frisches Kiefernreisig erhöht die Leitfähigkeit der Luft.

2. Bei demselben Kiefernreisig, das nicht mehr frisch, sondern abgestorben war, konnten wir diese Wirkung nicht mehr konstatieren.

Aus den bisherigen Versuchen, die noch nicht abgeschlossen sind, können wir natürlich nicht die Ursache der Erscheinung feststellen und beabsichtigen darum nähere Untersuchungen in dieser Richtung nicht nur mit Koniferen in dem Laboratorium, sondern auch mit Laubhölzern und den landwirtschaftlichen Kulturpflanzen im Laboratorium und im Freien auszuführen.

Prag, am 15. März 1913.

---

*) Form von Spindler-Hoyer mit mikroskopischer Ablesung.

*) Auf die Verschiedenheit der Leitfähigkeit der Luft am Rande und im Innern des Waldes hat schon Bergwitz (Phys ZS. VII. 1906. 696.) aufmerksam gemacht.

X.

Sur les surfaces possédant un faisceau irrationnel de courbes hyperelliptiques de genre trois,

par **Lucien Godeaux.**

(Présenté dans la session du 11. Avril 1913.)

Au cours d'une correspondance avec M. Rosenblatt, j'ai été amené à chercher les valeurs des genres d'une surface algébrique possédant un faisceau irrationnel de courbes de genre deux. Les résultats obtenus ont été utilisés par M. Rosenblatt dans un travail récent[1]). Si F est une surface algébrique possédant un faisceau de genre p de courbes hyperelliptiques de genre deux C, les groupes canoniques de ces courbes déterminent, sur F, une involution I_2 de couples de points. Une surface F^*, dont les points représentent les couples de cette I_2, possède un faisceau de courbes rationnelles (correspondantes aux C) et est par conséquent référable à une réglée (de genre p). J'obtenais aisément une expression fonctionnelle de la courbe de diramation sur F^* et, à l'aide des formules de Zeuthen et de Severi, j'en déduisais les valeurs de p_a et de $p^{(1)}$ de F.

Le procédé que je viens de rappeler sommairement peut aussi s'appliquer aux surfaces algébriques possédant un faisceau irrationnel de courbes hyperelliptiques de genre quelconque, et dans ce travail, je vais précisément l'appliquer au cas de

[1]) Sur les surfaces algébriques qui possèdent un faisceau irrationnel de courbes de genre deux. C. R. 1913, Vol. CLVI. — M. Rosenblatt publie une note plus étendue dans »Práce mat.-fyz.«

courbes hyperelliptiques de genre trois. J'obtiens le théorème suivant.

Si une surface algébrique de genre linéaire supérieur à l'unité, possède un faisceau de genre $p>o$ de courbes hyperelliptiques de genre trois, cette surface a le genre arithmétique

$$p_a = p_g - p - \varepsilon,$$

le genre linéaire

$$p^{(1)} = 2p_g + 2p + 2\pi - 3 - 2\varepsilon$$

et le genre géométrique

$$p_g \leqq 3\pi - 6p + 9,$$

π étant un nombre entier tel que

$$p < \frac{\pi + 1}{2},$$

et ε pouvant prendre les valeurs 0, 1, 2, ou 3 ou bien la surface possède un faisceau de genre trois de courbes de genre p unisécantes des courbes du faisceau donné, et alors elle a les genres

$$p_a = 2p - 3, \quad p^{(1)} = 16p - 15, \quad p_g = 3p.$$

1. Soit F une surface algébrique de genre linéaire $p^{(1)}>1$, possédant un faisceau $\{C\}$ de genre $p>o$ de courbes hyperelliptiques de genre trois C. Soit $|L|$ le système canonique de cette surface.

Supposons $|L|$ irréductible. Cela revient, puisque $p^{(1)}>1$, à supposer que la surface F ne possède pas un faisceau $\{K\}$ de genre trois de courbes K de genre p unisécantes des C. Les surfaces possédant cette dernière propriété sont bien connues, elles ont été étudiées par M. M. Maroni et De Franchis et surtout par M. Severi[2]).

Considérons une courbe C et une courbe L, et soit C' une courbe adjointe à C. On a

---

[2]) Sulle corrispondenze fra i punti di una curva algebrica .... Memorie della R. Accad. di Torino, 1903, 2ème s., t. LIV.

$$C' - C \equiv L.$$

Mais $\{C\}$ est de degré zéro, par suite C rencontre L en quatre points qui sont aussi les points de rencontre de C' avec C. Donc, les courbes L marquent, sur une C, la série canonique de cette courbe.

Désignons par I_2 l'involution d'ordre deux, sur F, formée par les couples des g_2^1 spéciales existant sur les C. D'après ce qu'on vient de voir, toute courbe canonique L contient une simple infinité de ces groupes.

Soit F^* une surface représentative de I_2, c'est-à-dire une surface dont les points sont en correspondance birationnelle avec les groupes de l'involution I_2. À une courbe C correspondra sur F^* une courbe rationnelle C^* et cette courbe engendrera un faisceau $\{C^*\}$ de genre p. A une courbe canonique L correspondra sur F^* une courbe L^* d'un certain genre π. Cette courbe L^* appartiendra à un système linéaire $|L^*|$ dont la dimension sera égale à la dimension $p_g - 1$ de $|L|$, p_g étant le genre géométrique de F. De plus une courbe L^* rencontrera une courbe C^* en deux points.

La surface F^* possédant un faisceau de genre p de courbes rationnelles C^*, elle est, d'après le théorème classique de Noether — Enriques, référable, par une transformation birationnelle, à une réglée de genre p.

2. Entre F^* et F, nous avons une correspondance (1, 2), et sur F^* il y aura une certaine courbe de diramation D, de genre δ et de degré ν, pour cette correspondance. On peut obtenir immediatement une expression fonctionnelle pour cette courbe. Remarquons en effet que le nombre-base de F^* est égal à deux[3]), car F^* est référable à une réglée. Or une courbe C^* et une courbe L^* sont indépendantes, car leur déterminant est, en désignant par n le degré de $|L^*|$,

$$\begin{vmatrix} n & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -4$$

Par suite, λ, λ_1 et λ_2 étant des entiers, on a

$$\lambda D \equiv \lambda_1 C^* + \lambda_2 L^*.$$

[3]) Sulla totalita delle curve algebriche tracciate sopra una superficie algebrica. Math. Ann., 1905, Bd. LXII.

Or, la série spéciale $g_2{}^1$ existant sur une C possède hui[t] points doubles, par suite, D recontre une C^* en huit points. On a donc

$$8\lambda = o\,.\,\lambda_1 + 2\lambda_2,$$

c'est-à-dire $\lambda_2 = 4\lambda$.

Pour obtenir λ_1, considérons la correspondance (1, 2) entre une L^* et la L correspondante. Il y a sur L^*, $\frac{2\lambda_1}{\lambda} + 4\pi$ diramations pour cette correspondance. Or, $|L|$ étant de degré $p^{(1)} - 1$, le système $|L^*|$ a le degré $n = \frac{1}{2}(p^{(1} - 1)$. Par suite une courbe L^* possède $2\frac{\lambda_1}{\lambda} + 2(p^{(1)} - 1)$ points de diramation. Appliquons la formule de Zeuthen à la correspondance liant une L^* et une L. On a

$$4(\pi - 1) + 2\frac{\lambda_1}{\lambda} + 2(p^{(1)} - 1) = 2(p^{(1)} - 1),$$

car une courbe canonique L est de genre $p^{(1)}$. On en déduit

$$\lambda_1 = -2(\pi - 1)\lambda.$$

L'expression fonctionnelle de D est donc

$$\lambda D \equiv 4\lambda L^* - (2\pi - 2)\lambda C^*.$$

Par des formules bien connues, on en déduit les valeurs du genre δ et du degré ν de D:

$$\delta = 3(p^{(1)} - 1) - 5(2\pi - 2) + 1,$$
$$\nu = 8(p^{(1)} - 1) - 16(2\pi - 2).$$

3. Connaissant les caractères de la courbe de diramation, on peut, par une formule de M. Severi[4]), calculer la relation liant les genres arithmétiques de F^* et F. Or, le genre arithmétique de F^* est égal à $-p$, le genre arithmétique p_a de F pourra donc se calculer en fonction de p, δ et ν, c'est-à-dire en fonction de p, π et $p^{(1)}$. On a précisément

---

[4]) Sulle relazioni che legano i caratteri invarianti di due superficie .... Rend. Istituto Lomb., 1903, s. (2), t. XXXVI.

$$24(p_a+1)-48(1-p)=6(\delta-1)+3(2\delta-2-\nu),$$

c'est-à-dire,

$$p_a=\frac{p^{(1)}-1}{2}-2p-\pi+2.$$

4. Retournons à la surface F^*. Sur cette surface, nous avons un système $|L^*|$ de degré $\frac{1}{2}(p^{(1)}-1)$, de genre π et de dimension p_g-1. Or, le théorème de Riemann-Roch[5]) sur une surface réglée (on référable à une reglée) de genre p donne l'inégalité

$$r \geqq n-\pi-p+1$$

entre la dimension r, le degré n et le genre π d'un système linéaire. Dans le cas actuel, nous avons donc

$$p_g-1 \geqq \frac{p^{(1)}-1}{2}-\pi-p+1,$$

ou

$$p^{(1)}=2p_g+2p+2\pi-3-2\varepsilon.$$

où ε est entier positif ou nul.

On a alors

$$p_a=p_g-p-\varepsilon,$$

c'est-à-dire que la surface F possède $p+\varepsilon$ intégrales de Picard de première espèce linéairement indépendantes. Or, le long d'une courbe C, il est bien connu que p de ces intégrales restent constantes; les ε restantes donnant des intégrales abéliennes linéairement indépendantes de la C considérée. C étant de genre trois, on a $\varepsilon \leqq 3$.

5. Pour avoir complètement établi le théorème énoncé dans le préambule, il nous reste à donner une limite supérieure de p_g. Ce sera l'objet de ce dernier paragraphe.

Entre le faisceau $\{C^*\}$ et une courbe L^*, il y a une correspondance (1, 2). Si η est le nombre des courbes C^* touchant cette courbe L^*, on a, par la formule de Zeuthen

---

[5]) Sul teorema di Riemann-Roche sulle serie continue di curve appartenenti ad una superficie, par *F. Severi*. Atti Accad. Torino, 1905, t. XL.

$$\eta = 2(\pi - 1) - 4(p - 1).$$

On a évidemment $\eta > o$, d'où

$$p < \frac{\pi + 1}{2}$$

Supposons qu'il existe une courbe L^* ayant $\pi + 3 - 2p$ points doubles[6]) et étant par conséquent de genre effectif $2p - 3$. Entre cette courbe et le faisceau $\{C^*\}$, on a toujours une correspondance (2, 1) et on doit avoir (par la formule de Zeuthen):

$$2(2p - 3) - 4(p - 1) \geqq o.$$

Or, cela est impossible et il ne peut par consequent exister de courbe L^* ayant $\pi + 3 - 2p$ points doubles.

Imposer un point double à une L^* équivaut à trois conditions, $\pi + 3 - 2p$ points doubles équivalent à $3(\pi + 3 - 2p)$ conditions. Pour qu'il n'y ait pas de L^* ayant $\pi + 3 - 2p$ points doubles, on doit donc avoir

$$p_g - 1 < 3(\pi + 3 - 2p),$$

c'est-à-dire

$$p_g \leqq 3(\pi + 3 - 2p).$$

Goettingen, 12. Mars 1913.

[6]) En des points déterminés.

XI.

Účinek sirovodíku na kvantitativné vylučování některých hydroxydů sirnatanem sodnatým.

Dr. **Rudolf Hac.**

Předloženo v sezení dne 25 dubna 1913.

Tato práce vznikla při vypracovávání nové methody k dělení železa a hliníku guanidinem.[1]) Orientoval jsem se o různých methodách starších a při té příležitosti jsem dospěl i k methodě CHANCELOVĚ,[2]) mnohokráte již dříve přepracovávané. Princip methody jest theoreticky zajímavý, neboť náleží do kategorie dělících method analytických, založených na různém stupni hydrolyse solí kovových, jež mají býti děleny.

Ze silně hydrolysovaných roztoků solí, jejichž hydroxydy jsou ve vodě nerozpustné, se mohou tyto vylučovati také jiným způsobem než prostým uváděním iontů OH′ do roztoku. Obecně se v takových případech dá použíti ke sražení sůl, jejíž kation jest silně elektropositivný a jejíž anion náleží slabé kyselině, která samotná není existence schopna, případně snadně těkavé, nebo jakéhokoliv systému reakčního, spotřebujícího ionty H′ a tím podporujícího pokračování hydrolyse.[3])

---

[1]) Rozpravy české Akademie, XXI., třída II., č. 14.

[2]) CHANCEL, C. r. 46, 917, (1858).

[3]) Sirnatan sodnatý, CHANCEL l. c., kaliumazid, DENNIS, Journ. Am. Chem. Soc. 18, 947; Chem. Centralblatt 1897, I., 128; roztok směsi KJO_3 + KJ, STOCK, B. B. **33**, 548 (1900); dusan ammonatý, SCHIRM, inaugurální dissertace, Berlín, 1910.

Jestliže pak jest v roztoku vedle hydrolysované soli i sůl neutrálná, lze vyloučiti takto jen hydroxyd soli hydrolysované, předpokládaje ovšem, že nenastanou nějaké sekundárné, nepříznivé vlivy.

Chancel označil ve své původní publikaci dělení železa a hliníku sirnatanem sodnatým, jakožto přesné, neuvedl však výsledky, které by to skutečně dokazovaly. Upozornil sice ke konci svého pojednání, že uveřejní výsledky ve zvláštní zprávě, avšak zdá se, že se tak nestalo. Nelze totiž nalézti v literatuře jinou práci Chancelovu o tomto předmětu, než právě citované pojednání z r. 1858, které bylo brzy po uveřejnění podrobeno kritice.

Wolcott Gibbs[4]) uveřejnil r. 1864 v Zeitschrift für analytische Chemie pojednání o působení sirnatanu sodnatého na roztoky různých solí a dotýká se i methody Chancelovy, aniž však uvádí nějaký pokusný material v číslech. Poznamenává, že lze vařením se sirnatanem jen nesmírně nesnadno vyloučiti kvantitativně hydroxyd hlinitý ze zředěných roztoků solí hlinitých. Podařilo se mu to jen tenkráte, když zahříval roztok kamence hlinitého s koncentrovaným roztokem sirnatanu sodnatého na 120° C. Vyslovuje domněnku, že vzniká při zahřívání soli hlinité se sirnatanem, účinkem vznikajícího kysličníku siřičitého, pravděpodobně něco kyselého siřičitanu hlinitého, který se varem nesnadno dokonale rozkládá.

Nedokonalé vypuzení kysličníku siřičitého má v zápětí neúplné sražení hydroxydu hlinitého, jak již Chancel zdůraznil.

Podobně zkoušeli možnost kvantitativního vyloučení hydroxydu hlinitého z roztoku kamence, při tomto dělení hliníku od železa, Donath a Jeller,[5]) aniž mohli získati úplně příznivých výsledků. Z filtrátů po hlavním srážení se vyloučila při odpařování znovu ssedlinka. Byla-li sfiltrována a po vyžíhání připočtena její váha k váze hlavní vyžíhané ssedliny, nalezeny výsledky poněkud vysoké.

---

[4]) Zeitschrift für analytische Chemie, **3** (1864), 387.

[5]) Rep. der analytischen Chemie, 7, 35; Z. f. analytische Chemie, **28**, **97**.

Thomsen[6]) nalézal při stanovení hliníku vedle železa sirnatanem jen 90% skutečně obsaženého tam hliníku; proti tomu uvádí R. Williams,[7]) že dostával při analyse surového kamence ammoniakem výsledky vysoké a dává přednost srážení sirnatanem.

Podrobně se zabýval vylučováním hydroxydu hlinitého tímto způsobem Cl. Zimmermann[8]) ve své dissertační práci o dělení hliníku a beryllia r. 1887. Dle Zimmermanna se vylučuje hydroxyd hlinitý kvantitativně teprve 15hodinným varem roztoku soli hlinité se sirnatanem sodnatým.

J. T. Norton jr.[9]) opakoval pokusy W. Gibbsovy a shledal, že vaří-li se roztok kamence s nadbytkem sirnatanu sodnatého prudce 20—30 minut, jsou výsledky velmi nízké. Naproti tomu lze kvantitativně vyloučiti hydroxyd hlinitý zahříváním roztoku kamence hlinito-ammonatého s různým množstvím sirnatanu v autoklavu, při tlaku 20ti atmosfér, a to obyčejně ve 40ti minutách.

Treadwell[10]) uvedl tento způsob sražení solí hlinitých hlavně proto ve své učebnici, že se získá sraženina snadněji filtrovatelná než je hydroxyd hlinitý sražený ammoniakem, a doporučuje, vzhledem k neúplnému vyloučení hliníku, dokončiti sražení za varu ammoniakem. Poznamenává ovšem také, že se nesmí při dělení hliníku a železa přirozeně ammoniak přidávati. Potom si lze však těžko představiti správné dělení, jelikož se hliník neúplně vylučuje.

Provedl jsem několik orientačních pokusů, při nichž byla dodržována koncentrace solí hlinitých, udaná Chancelem. Pracováno zejména s různým nadbytkem sirnatanu, o němž ze všech uvedených prací mnoho nevyplývá, a vařeno maximálně $2\frac{1}{2}$ hodiny, jelikož delší var jest naprosto neúčelným. Zápach po kysličníku siřičitém, který má úplně

---

[6]) Chem. News. 54, 252; J. B. 1886, 1930.

[7]) Chem. News. 56, 194; J. B. 1888, 2423.

[8]) Inaugurální dissertace, Berlín 1887; Z. f. analyt. Ch. 27 (1888), 62.

[9]) Z. f. anorganische Chemie, 28 (1901).

[10]) Kurzes Lehrbuch der analytischen Chemie, II., 5. vydání, 1911, str. 72.

zmizeti, ustoupil slabému zápachu, charakterisujícímu čerstvě vyloučenou síru, vařenou s vodou.

Výsledky těchto pokusů jsou obsaženy v připojené tabulce.

Použito ve formě roztoku $AlCl_3$ g Al_2O_3	Zředěno při srážení na	Přidáno g $Na_2S_2O_3.5aq$	Doba varu	Nalezeno g Al_2O_3	Difference
0·1152	200 cm³	10	10 minut	0·0557	— 0·0595
0·0986	» »	1·2	30 »	0·0789	— 0·0197
0·0986	» »	2·1	30 »	0·0748	— 0·0238
0·0986	» »	5·3	30 »	0·0751	— 0·0235
0·0986	» »	3·2	30 »	0·0805	— 0·0181
0·1152	» »	5·9	1¼ hod.	0·0774	— 0·0378
0·1152	» »	10·8	1½ »	0·1086	— 0·0071
0·1152	» »	20	2½ »	0·1041	— 0·0111

Z uvedených pokusů plyne, že má koncentrace sirnatanu na kvantitativnost srážení jen zcela podřízený vliv. Daleko významnější jest podmínka, kterou ostatně již Chancel zdůrazňuje, totiž dokonalé vypuzení kysličníku siřičitého, což lze docíliti varem jen velice nesnadno.

Příznivý účinek zahřívání pod tlakem se dá vysvětliti známým úplným rozkladem vodného roztoku kysličníku siřičitého při silném zahřívání, probíhajícím velmi složitě za odštěpení síry.[11])

Vznikla tudíž myšlenka, zda-li by bylo možno odstraniti tento škodlivý vliv kysličníku siřičitého účinnějším způsobem než pouhým vařením, ale nevyžadujícím tak složitých přístrojů jako zahřívání pod tlakem. Vypuzování kysličníku siřičitého z vařící se kapaliny by mohlo býti podporováno současným prováděním nějakého plynu, kterým však nemůže býti ani vzduch, ani kysličník uhličitý. Prvý by mohl oxydovati kysličník siřičitý za vzniku kyseliny sírové, která by rozkládala další sirnatan, druhý by sirnatan již sám rozkládal. Mohl by to býti dusík, jakožto plyn nereaktivný, nebo vodík. Užití tohoto, jakož i CO_2 nemělo výsledku.

---

[11]) Viz Gmelin-Kraut-Friedheim, sv. I., odd. 1., str. 455. a následující.

Napadlo mne však užíti sirovodíku, který může působiti jednak mechanicky, avšak mimo to i chemicky, jelikož reaguje se siřičitým kysličníkem za odštěpování síry, čímž se také kysličník siřičitý z roztoku odstraňuje.

Pokusy v tomto směru podniknuté byly překvapující. Odváženo několikráte po ca. 2 *gr* kamence hlinito-draselnatého, rozpuštěno ve 200 cm^3 vody, přidáno různé množství sirnatanu a za varu uváděn do této kapaliny po 1 hodinu sirovodík. Po přerušení jeho proudu vařeno ještě $^1/_2$ hodiny, aby byl nadbytečný sirovodík vypuzen. Filtráty se sice fenolftaleinem nezbarvily, ale zčervenání nastalo již zcela nepatrným množstvím alkali nebo ammoniaku a nemohl v nich býti dokázán v žádném případě hliník. Filtráty po ssedlinách, vyloučených prostým varem se sirnatanem sodnatým, byly vysloveně kyselé a ke zčervenání po předání fenolftaleinu potřebovaly značnějšího množství alkali.

Ssedlina po důkladném promytí vysušena a po odsypání do tyglíku žíhána. Zprvu mírně, později prudce na dmychadle. Ukázalo se, že váhy ssedlin i dlouho na dmychadle, do konstantní váhy žíhaných, převyšují váhu možného kysličníku hlinitého, odpovídajícího odváženému množství kamence, což souhlasí s pracemi některých dříve uvedených autorů.[12])

Na př. 1·9970 *gr* kamence odpovídá 0·2151 *gr* Al_2O_3. Naváženo 0·2183 *gr*.

Vzhledem k tomu bylo dále skoro vesměs přihlíženo jen k množství nesraženého hliníku, obsaženého ve filtrátu.

Další pokusy ukazují zřejmě, že jde o význačný vliv sirovodíku, který se uplatňuje již při nižších teplotách.

1. Do roztoku 2 *gr* kamence + 5 *gr* $(NH_4)_2S_2O_3$[13]) uváděn za obyčejné teploty po 2 hodiny sirovodík.

Vyloučilo se celkem 0·0473 *gr* Al_2O_3, což ovšem naprosto není výsledek kvantitativný.

2. Do roztoku 2·0928 *gr* kamence + 5 *gr* $(NH_4)_2S_2O_3$ ve 150 cm^3 vody uváděn $^3/_4$ hodiny sirovodík při teplotě 90° C.

---

[12]) Donath a Jeller, l. c.

[13]) Seznal jsem, že použití $(NH_4)_2S_2O_3$ nemá jinak nijaké výhody proti $Na_2S_2O_3$.

Vyloučila se hojná ssedlina, avšak sražení nebylo kvantitativné.

3. Do roztoku 2 *gr* kamence + 5 *gr* $(NH_4)_2S_2O_3$ ve 150 cm^3 vody uváděn po 2 hodiny sirovodík při teplotě 90 až 98° C. Z fitrátu získáno 0·0060 *gr* Al_2O_3.

4. Do roztoku 2 *gr* kamence + 5 *gr* $Na_2S_2O_3 . 5$ aq. ve 150 cm^3 vody uváděn po 3 hodiny sirovodík při teplotě 90 až 98° C. Z filtrátu získáno 0·0007 *gr* Al_2O_3.

Při obdobných pokusech, avšak bez současného užití sirovodíku nebylo sražení hydroxydu hlinitého ani zdaleka kvantitativné.

Z roztoků solí železnatých, kyselých jen následkem hydrolyse se za zvýšené teploty vylučuje sirovodíkem FeS, takže se moje pozorování o kvantitativném srážení hliníku nedá zužitkovati ke zdokonalenému dělení železa a hliníku.

Bylo však velmi zajímavo dále vyšetřiti obdobné poměry, které se týkají kvantitativného dělení hliníku a beryllia a mimo to dělení thoria a ceru methodou Chancelovou.

Poznámky o dělení hliníku a beryllia.

Měřením hydrolytického stupně roztoků různých solí bylo přesněji konstatováno, že jsou soli hlinité silněji za stejných podmínek hydrolysovány než soli beryllnaté. Tato okolnost, související s basičtější povahou kysličníku beryllnatého proti kysličníku hlinitému, byla již dříve cítěna a dalo se na ní souditi z mnohých důvodů, ale teprvé sledováním inverse saccharosy a zmýdelňováním octanu methylnatého roztoky oněch solí, jakož i z elektrické vodivosti těchto roztoků se mohly vyčísti alespoň přibližné číselné poměry uvedeného děje.

Z práce H. Leyovy[14]) plyne na základě inverse saccharosy roztoky chloridu beryllnatého a hlinitého, že při 99·7° C a koncentraci $\frac{BeCl_2}{64\,l}$, jakož i $\frac{AlCl_3}{64\,l}$ jest v roztoku chloridu beryllnatého ca. 5%ní a v roztoku chloridu hlinitého ca 13%ní hydrolyse, která stoupá u chloridu beryllnatého při téže te-

---

[14]) Z. f. physikalische Chemie, **30**, 193.

plotě, ale pro koncentraci $\frac{BeCl_2}{512\ l}$ na 11% a u chloridu hlinitého za těchže podmínek na 41%.

Hydrolyse ve vodných roztocích solí hlinitých jest příčinou, že lze srážeti také sirnatanem sodnatým hydroxyd hlinitý. Totéž však lze očekávati i o solích beryllnatých, jelikož není stupeň jejich hydrolyse nikterak zanedbatelný. Přece však se nesráží zředěný roztok chloridu beryllnatého znatelně varem se sirnatanem sodnatým, což tedy vedlo k návrhu o dělení beryllia a hliníku.

1. 25 cm^3 roztoku $BeCl_2$, obsahujících 0·0946 *gr* BeO, zředěno 500 cm^3 vody a vařeno s roztokem 5 *gr* $Na_2S_2O_3 . 5$ aq. 1 hodinu. S počátku se kapalina zakalila, ale během dalšího vaření se opětně vyčeřila, patrně tím, že zprvu kalloidálná síra, vzniklá rozkladem malého množství sirnatanu se shlukla v hrubší částice. Popis tohoto pokusu nasvědčuje tomu, že alespoň jisté působení hydrolysí vzniklých iontů $H^{\cdot}$ na sirnatan nastalo.

Roztok potom sfiltrován a filtr dokonale promyt. Vyžíhaná zachycená ssedlinka vážila 0·0006 *gr*.

2. Totéž množství roztoku chloridu beryllnatého zředěno 200 cm^3 vody a vařeno s 5 *gr* $Na_2S_2O_3 . 5$ aq. 1 hodinu. Průběh pokusu týž, jako předešle.

Vyžíhaná zachycená ssedlinka vážila 0·0007 *gr*.

V prvém pokusu byla koncentrace $\frac{BeCl_2}{139\ l}$ ve druhém $\frac{BeCl_2}{60\ l}$ (počítáno přibližně).

Dle pokusů Ley-ových jest procentická hydrolyse pro $\frac{BeCl_2}{128\ l}$, 6·3 a pro $\frac{BeCl_2}{64}$ 5·18. Protože dále pro zředění $\frac{BeCl_2}{256\ l}$ vyplývá hodnota 7·9, lze souditi, že budou ve všech těchto případech zjevy přibližně stejné, jelikož postupným zřeďováním se hydrolyse jen nepatrně mění. Výše uvedené 2 pokusy tomu skutečně nasvědčují.

U roztoků chloridu hlinitého stoupá hydrolyse silněji se zředěním, neboť za téže teploty, při zředění $\frac{AlCl_3}{64\ l}$ jest procentová hydrolyse 13·2, kdežto pro $\frac{AlCl_3}{512\ l}$ 41·4%.

Těchto čísel lze užíti dosti přibližně při těchto úvahách, poněvadž teplota, za níž byla vyšetřena, jest velmi blízka bodu varu roztoků, s nimiž bylo ve skutečnosti pracováno. Z toho důvodu nelze užíti k témuž účelu hodnot vyšetřených Brunnerem,[15]) neboť je stanovil pro teplotu 40° a jest známo, že se hydrolyse zvyšuje stoupající teplotou.

Pro kvantitativní vyloučení $Al(OH)_3$ jest příznivo co možno velké zředění, čímž však i hydrolyse roztoku chloridu beryllnatého stoupá a tím jest i možnost vyloučení $Be(OH)_2$ pravděpodobnější. Již z tohoto stručného nástinu se dá souditi, že methoda takto založená nebude zvláště exaktní, neboť bude nutno se spokojiti s jistými podmínkami kompromisními.

Skutečně také byly seznány při detailním zkoušení této methody Cl. Zimmermannem[16]) nepřehledné komplikace v různém směru. Nebylo možno předně vyloučiti v prakticky vhodné době kvantitativně hydroxyd hlinitý a nebylo lze odděliti libovolná množství Al od Be.

Bylo proto na snadě orientovati se o působení sirovodíku na roztoky chloridu beryllnatého, vařené se sirnatanem.

1. 25 *cm*³ roztoku $BeCl_2$, odpovídajících 0·0946 *gr* BeO zředěno 500 *cm*³ vody, přidáno 5 *g* $Na_2S_2O_3$. 5 aq. a za varu uváděn do tohoto roztoku po ½ hodiny sirovodík.

Vyloučila se značná ssedlina, která sfiltrována a konečně vážena po vyžíhání. Vážila 0·0760 *gr* a zjištěno, že jde o kysličník beryllnatý.

2. 50 *cm*³ roztoku $BeCl_2$, odpovídajících 0·1892 *gr* BeO, zneutralisováno, zředěno 200 *cm*³ vody a po přidání 5 *g* $Na_2S_2O_3$. 5 aq. vařeno za současného uvádění sirovodíku po 2 hodiny. Hojná vyloučená ssedlina sfiltrována, ale nevážena po vyžíhání, nýbrž sražen filtrát zcela nepatrným nadbytkem ammoniaku.

Naváženo 0·0005 *gr* BeO, takže bylo v tomto případě sražení prakticky kvantitativné.

Z těchto dvou pokusů jest již zřejmo, že nemohlo býti dále pomýšleno na dělení Be a Al tímto způsobem.

---

[15]) Z. f. physikalische Chemie, **32**, 133.

[16]) l. c.

Účinek sirovodíku na vyloučení hydroxydu beryllnatého za varu roztoků solí beryllnatých se sirnatanem sodnatým jest však pozoruhodný. Hydrolyse na př. v roztoku chloridu beryllnatého by sama o sobě musila postačiti, aby se vyloučil hydroxyd beryllnatý ve značnějším množství již pouhým varem se sirnatanem sodnatým. Že se tak neděje, nutno jistě přičísti nějaké sekundární okolnosti. Již u hlinitých solí lze konstatovati, že siřičitý kysličník udržuje v roztoku značné množství hliníku, a to dá se očekávati ve vyšší míře ještě o zásaditějším berylliu. Teprvé účinkem sirovodíku, rušícího kysličník siřičitý se hydroxyd beryllnatý vylučuje, a to vzhledem k tomu, že jest po vyloučení prvních podílů dána možnost postupu další hydrolyse, kvantitativně.

Poznámka o vylučování $Th(OH)_4$, $Ce(OH)_3$ a $Er(OH)_3$.[17])

Soli thoričité jsou v roztocích vodných silně hydrolysovány a jest známo, že se z nich varem se sirnatanem sodnatým kvantitativně vylučuje $Th(OH)_4$.

Vykonal jsem dvě informační stanovení, ale zase na rozdíl od vážení vyloučeného hydroxydu thoričitého jsem stanovil zbytek jeho ve filtrátu.

1. Roztok 0·5 *gr* thoriumnitratu ve 250 cm^3 vody vařen s 1 *gr* $Na_2S_2O_3 . 5$ aq. po 1 hodinu. Filtrát po $Th(OH)_4$ sražen ammoniakem. Naváženo 0·0003 *gr* ThO_2.

2. Roztok 1 *gr* thoriumnitratu ve 250 cm^3 vody vařen se 2 *gr* $Na_2S_2O_3 . 5$ aq. $^1/_2$ hodiny. Filtrát po $Th(OH)_4$ sražen ammoniakem. Naváženo 0·0005 *gr* ThO_2.

V tomto případě tedy nemá škodlivého vlivu kysličník siřičitý, eventuálně z roztoku nevyvařený, takže se nemůže také očekávati nějaký vliv sirovodíku na toto již samo o sobě kvantitativné srážení.

3. Z roztoku ceronitratu, odpovídajícího 0·16 *gr* CeO_2 se varem s 5 *gr* $Na_2S_2O_3 . 5$ aq. vyloučilo během $^1/_2$ hodiny jen něco málo bílých vloček, které mohou pocházeti od znečišťující jej soli thoria. Roztok byl po té sfiltrován a za dalšího

---

[17]) Pracováno s prodejnými praeparáty firmy Droßbachovy. Ceronitrat a erbiumnitrat byly alespoň prakticky prosty elektronegativnějších součástek, což pro tuto práci úplně postačilo.

varu do něho po 1 hodinu uváděn sirovodík. Nevznikla již další ssedlina.

Totéž se stejným výsledkem provedeno i s erbiumnitratem.

Z práce Ley-ovy také vysvítá, že cerosoli odpovídají silně zásaditému kysličníku a chovají se jako soli neutrálné. Ve shodě s tím nepůsobí jejich roztoky rozkladně na sirnatan a tudíž nemá dále vliv ani sirovodík, reagující, jak viděti z dřívějších pokusů, jen se siřičitým kysličníkem.

Résumé.

1. V sirovodíku nalezen vhodný prostředek pro odstraňování kysličníku siřičitého z roztoků solí hlinitých, vařených se sirnatanem sodnatým, čímž se z nich teprvé potom $Al(OH)_3$ kvantitativně snadno sráží.

2. Provedena stručná diskusse o Chancelově methodě k dělení Be a Al na základě literárních údajů o hydrolysi ve vodných roztocích chloridu beryllnatého a hlinitého.

3. Vysvětlen zdánlivý nesouhlas mezi údaji o stupni hydrolyse v roztoku chloridu beryllnatého a jeho účinkem na sirnatan sodnatý.

4. Seznáno, že nemá sirovodík vlivu v těch případech, kdy jde o roztoky solí, odpovídajících oxydům silně zásaditým, to jest o roztoky solí, v nichž není znatelné hydrolyse.

Analytické a potravní laboratorium
c. k. české vysoké školy technické v Praze.

XII.

Über die intracellulare Agglutination und verwandte Erscheinungen bei Pelomyxa und anderen amoebenartigen Organismen.

[V. (letzte) Mitteilung.]

Von

Antonín Štolc.

(Vorgelegt in der Sitzung am 23. Mai 1913.)

In dieser Mitteilung beabsichtige ich die Wirkung und ie Natur der intracellularen Agglutinine und Lysine, insesondere *derjenigen der Zellkerne* des Näheren zu klären.

Zu diesem Zwecke haben mir zuletzt jene schon vor länerer Zeit ausgeführten Versuche gedient, bei denen das Verlten der Base des Neutralrots in Verbindung mit gewissen toffen (natürlich in wässerigen stark verdünnten Lösungen) egen das lebende Protoplasma von *Amoeba proteus* geprüft urde. Ich habe eine ganze Reihe solcher Stoffe untersucht, obei sich als zu dem erwähnten Zwecke am meisten geeignet ewisse Spaltungsprodukte der Eiweisskörper, und zwar einerits Glutaminsäure und Asparaginsäure, andererseits Pepn und Albumose und schliesslich gewisse Verbindungen s der Gruppe der Eiweisstoffe und Proteiden selbst, nämch das Serumalbumin und Nuklein erwiesen haben.

Die angeführten Versuche wurden in der Regel auf lgende Weise ausgeführt:

Eprouvetten von 14 *cm* Höhe und $1^1/_2$ *cm* Breite wurden nz, zu zwei Dritteln oder zur Hälfte mit Flusswasser ge-

füllt und nur mit soviel Kristallnadeln der Base des Neutralrots beschicht, als an der Spitze eines Federmessers haften blieb. Die Kristalle lösten sich beim Aufkochen des Wassers und mit der so erzielten braun gefärbten Lösung wurden nach ihrer Auskühlung zwei kleich grosse zylindrische Versuchsgläschen von 7 *cm* Länge und über 1 *cm* Breite gefüllt. In dem einen Gefässe blieb die Lösung für sich ohne Zutat, in das andere Gläschen kam diejenige Substanz noch hinzu, deren Verhalten im Verein mit der Neutralrotbase in Bezug auf das lebende Plasma der *Amoeba proteus* untersucht werden sollte. Gewöhnlich wurde von dem Begleitstoffe auch nur eine solche Menge, die auf der Spitze eines Federmessers haften blieb, zugegeben. Jedes Versuchsgefäss erhielt in der Regel zwei Individuen von *Amoeba proteus* derselben Kultur, welche bis zum Schlusse des Versuches darin verblieben. Nach je 24 Stunden, beziehungsweise in kürzerer oder längerer Frist wurden die betreffenden Individuen mit Hilfe einer Pipette den Gläschen entnommen, und nach Ueberführung auf passende Objektträger mit Hohlschliff mikroskopisch untersucht, um schliesslich wieder in die entsprechenden Versuchszylinder zurückversetzt zu werden.

In einer meiner Arbeiten*) habe ich über das Verhalten des Neutralrots d. h. des Chlorhydrats der Neutralrotbase gegen den lebenden Plasmakörper der *Amoeba proteus* berichtet. In sehr verdünnter wässeriger Lösung werden nämlich gewisse im Protoplasma enthaltene Substanzteile, nämlich Nahrungsballen, der flüssige Inhalt der Verdauungsvakuolen und derjenige der die Leucinkristalle enthaltenden Vacuolen gefärbt. Das Plasma an sich, selbst wenn es 24 Stunden in einer solchen Lösung verweilt, färbt sich nicht, wohl aber schliesslich später, wenn es noch länger in derselben verweilt. Es nimmt dann gleichzeitig mit der Kernsubstanz einen diffusen intensiv roten Ton an, worauf es unter zunehmenden Desorganisationserscheinungen koaguliert. Ein Teil des Farbstoffes tritt hierbei aus dem Koagulum der toten *Amoeba proteus* heraus, indem es in der Form gelbbrauner Kristallnädelchen der Neutralrotbase gruppen-

*) Ueber das Verhalten des Neutralrots im lebendigen Protoplasma (Zeitschrift für allgemeine Physiologie, 1902.)

weise den toten Plasmakörper bedeckt. Infolgedessen erscheint das Plasma nach seinem Tode weniger intensiv gefärbt als kurz vor dem Absterben.

Die Base des Neutralrots selbst verhält sich in stark verdünnter Lösung gegen den lebenden Plasmakörper von *Amoeba proteus* ganz in derselben Weise, wie ihr Chlorhydrat (das Neutralrot). Abermals werden Nahrungsballen, der flüssige Inhalt der Verdauungsvacuolen, sowie derjenige der die Leucinkristalle führenden Vacuolen gefärbt, bis schliesslich auch das Protoplasma an sich und zwar kurz vor seinem Absterben intensiv rot durchgefärbt wird, um nach dem Tode einen Teil des Farbstoffs in Form von gelbbraunen, an der Oberfläche des koagulierten Protoplasma gruppenweise angeordneten Kristallnädelchen der Neutralrotbase abzuscheiden. Daraus ist zu ersehen, dass das Verhalten der Neutralrotbase im lebenden Protoplasma der Amoeba proteus einem im Grunde chemischen Vorgange entspricht. Wenn also die braune Lösung der Farbstoffbase zuerst gewisse metaplasmatische Stoffe, dann das Protoplasma an sich rot färbt, so wird dadurch angezeigt, dass in allen diesen Fällen die Base mit gewissen Stoffen eine chemische Verbindung auf die Art der Salze eingeht.

Demgegenüber muss das Verhalten der Neutralrotbase in Verbindung mit der Glutaminsäure — natürlich wieder nur in sehr stark verdünnter wässeriger Lösung — gegen den lebenden Körper von *Amoeba proteus* als ein in gewisser Beziehung abweichender Vorgang bezeichnet werden, wenn man damit nämlich die Einwirkung der Base für sich allein oder diejenige ihres Chlorhydrats in Vergleich zieht. Die braune Lösung der Farbstoffbase färbt sich nach Hinzutat der Glutaminsäure rot, wodurch ohne Weiteres direkt bewiesen wird, dass hier eine salzartige Verbindung der beiden genannten Stoffe entsteht. Diese Verbindung nun färbt die genannten Bestandteile im Plasmakörper der *Amoeba proteus* langsamer als die Base für sich oder ihr Chlorhydrat, in dem nämlich im letzten Falle die Inhaltstoffe stärker rot gefärbt erscheinen als im ersten Falle zur selben Zeit. Eine weitere Abweichung besteht darin, dass die genannte Verbindung

auf das peripherisch gelagerte Protoplasma intensiver ein wirkt, als auf das mehr im Innern des Körpers befindliche Es wird nämlich die äusserste Plasmazone nach erfolgter dif fuser Färbung koaguliert, um hierauf als tote Masse aber mals unter Abscheidung vom Farbstoffe von dem übrigen Zellkörper abgestossen zu werden. Auf diese Weise wird schrittweise der lebende Plasmakörper des *Amoeba proteu* immer kleiner und kleiner, bis schliesslich auch der letzte Plasmarest durch Koagulation abstirbt.

Eine stark verdünnte Lösung der Glutaminsäure, wo rin Individuen von *Amoeba proteus* gehalten wurden, wirk auf dieselben ebenfalls ungünstig ein aber jedenfalls nach längerer Zeit als dieselbe Lösung nach Hinzutat von Neu tralrotbase. Hierüber möge der folgende Versuch einen Be richt erstatten.

Ich nahm zwei gleich grosse Eprouvetten. Die eine wur de mit 4 Teilen Flusswasser beschicht und darin bei Siedetem peratur eine Federmesserspitze voll Neutralrotbase aufgelöst die andere erhielt ebensoviel Wasser und zweimal so vie (zwei Messerspitzen voll) Glutaminsäure. Hierauf wurden drei Versuchsgläschen gewählt, von welchen das eine (I Flusswasser und Baselösung, das andere (II) Glutaminsäure — und Baselösung, das dritte (III) Flusswasser und Gluta minsäurelösung, stets zu gleichen Teilen, erhielt. In jedes Versuchsgläschen wurden je zwei Individuen von *Amoeba proteus*, welche einer und derselben Kultur entstammten, hin eingetan. Nach 48 Stunden fand ich den Zustand der Amoeben wie folgt. In dem Gefässchen I hatten die Individuen ihre Nahrungsballen und den flüssigen Inhalt ihrer Nahrungsva kuolen intensiv rot gefärbt, wogegenüber die im Gefässchen II befindlichen Tiere ausschliesslich nur die Nahrungsbal len gefärbt und zwar schwach rot gefärbt, besassen. In den Gläschen III. waren die Amoeben normal.

Nach weiteren 3mal 24 Stunden (am 21. Jänner) hat sich der Stand der Dinge folgendermassen geändert. In dem Ge fässchen I sah ich an den dort befindlichen Individuen nicht nur die Nahrungsballen und Nahrungsvakuolen, sondern auch bereits den Inhalt der die Leucinkriställchen enthaltenden Vakuolen intensiv rot gefärbt, während an den im Gläschen

II. gehaltenen Tieren die Nahrungsballen und Nahrungsvakuolen auch schon stark die die Leucinkristalle enthaltenden Vakuolen nur schwach rot gefärbt erscheinen. In dem Gläschen III hat sich anscheinend nichts geändert, das Aussehen der darin gehaltenen Individuen war normal.

Am 25. Jänner fand ich Folgendes. Die im Gläschen I gehaltenen Individuen hatten noch ihre oben angeführten Inhaltsbestandteile intensiv rot gefärbt; sie waren offenbar lebendig ebenso wie die Versuchstiere des Gläschens III, welche an der Glaswand kriechend vorgefunden wurden, nicht aber die Versuchsobjekte des Gefässes II, welche nicht mehr lebend angetroffen wurden. Endlich am 31. Jänner wurden auch die Individuen in Gläschen I und III nicht mehr lebend angetroffen.

Das Verhalten der Neutralrotbase in Verbindung mit Asparaginsäure (in wässeriger, sehr verdünnter Lösung) gegen das lebendige Protoplasma der *Amoeba proteus* stimmt zum Teil, zum anderen jedoch nicht, mit dem Verhalten desselben Organismus gegen die Verbindung der Glutaminsäure mit der Neutralrotbase. Man bemerkt wieder, dass die bräunliche Lösung von Neutralrotbase nach Zutat der Asparaginsäure sofort in's Rote umschlägt, als Beweis dessen, dass hier eine wirkliche Verbindung beider Stoffe zu einem salzartigen Körper stattfindet. Ebenso findet man wie früher, dass durch die genannte Doppellösung die erwähnten Bestandteile in Protoplasma der *Amoeba proteus* langsammer gefärbt werden, als durch eine gleich viel Farbstoffbase für sich allein enthaltende Wasserlösung oder entsprechend starke wässerige Solution von Chlorhydrat der Base. Denn in diesen beiden letzteren Fällen erhält man an den betreffenden metaplasmatischen Stoffen der darin kultivierten Amoeben eine weit stärkere Färbung als zur selben Zeit im ersten Falle, wo die Amoeben der Einwirkung der Verbindung der Asparaginsäure mit der Neutralrotbase ausgesetzt waren.

Uebereinstimmend ist ferner die Art und Weise wie die neue Doppellösung den Protoplasmakörper nach der Zeit angreift, nämlich wieder von der Peripherie des Zellkörpers

gegen sein Inneres fortschreitend, nur mit dem Unterschiede, dass sich die äusseren Plasmaschichten verflüssigen (auflösen). Hiedurch verliert der Plasmakörper an Umfang, nimmt einen diffusen schwach violettroten Stich an und stirbt schliesslich unter Auflösungserscheinungen ab.

Wird die Base des Neutralrots mit Pepton (es wurde Pepton und Antipepton zum Versuch herangezogen), mit Albumose (es wurde Hemialbumose, Protoalbumose und Deuteroalbumose untersucht), mit Serumalbumin oder Nuklein gepaart, so erhält man Doppellösungen, welche in Bezug auf den lebenden Plasmakörper der *Amoeba proteus* sich ähnlich verhalten wie die Kombination Glutaminsäure — Neutralrotbase. Wieder nehmen die kombinierten Lösungen gleich nach ihrer Herstellung eine rote Färbung an, was entschieden dafür spricht, dass in allen Fällen eine chemische Bindung stattgefunden hat. Der betreffenden Versuchsreihe, welche das Verhalten der Verbindung der Neutralrotbase mit der Asparaginsäure und hier weiter genannten Kombinationen zu untersuchen bezweckte, entnehme ich als Beleg den folgenden Versuch:

In einer mit Flusswasser gefüllten Eprouvette wurde bei Siedentemperatur ein wenig Neutralrotbase (soviel, als an der Spitze eines Federmessers haftet) aufgelöst. Die braune ausgehöhlte Lösung verteilte ich auf drei gleich grosse Versuchsgefässchen. Das erste (I) erhielt nur die Lösung der Base für sich, das zweite (II) dieselbe Lösung mit Zutat der Hemialbumose (wieder eine Messerspitze voll; die Lösung schlägt in's Rote um) u. das dritte (III) dieselbe Lösung mit Zutat Asparaginsäure (soviel wie oben, die Lösung wird rot). Jedes Gläschen erhielt zwei derselben Kultur entstammende Individuen von *Amoeba proteus*.

Die mikroskopische Untersuchung ergab nach 10 Stunden Folgendes. Im Gefässe I führten die Individuen stark gefärbte Nahrungsballen u. schwach rot angehauchte Vakuolen mit Leucinkriställchen, während die in Gläschen II u. III befindlichen Exemplare nur schwach gefärbte resp. ungefärbte Nahrungsballen und durchwegs ungefärbte Vakuolen mit Leucinkriställchen besassen.

Nach weiteren 12 Stunden: Die im Gläschen I befindlichen Individuen hatten sowohl die Nahrungsballen als auch die Leucin-Vakuolen stark gefärbt, die im Gläschen II isolierten Exemplare führten stark gefärbte Nahrungsballen und schwach gefärbte Leucin-Vakuolen und die im Gläschen III gehaltenen Amoeben stark gefärbte Nahrungsballen und beginnende Färbung innerhalb der Leucin-Vakuole.

Nach weiteren 25 Stunden (am 1. Jänner 1904): Im Gefässchen I wurden die metaplasmatischen Stoffe beider Individuen alle intensiv gefärbt, vorgefunden, während im Gefässchen II nur ein Exemplar am Leben blieb und das andere dieselbe Beschaffenheit der Inhaltstoffe aufwies, wie die beiden vorigen. Im Gläschen III waren bei den beiden Individuen die Nahrungsballen stark, die Leucin-Vakuolen schwach gefärbt.

Nach Verlauf von weiteren 48 Stunden (am 4. Jänner): Im Gläschen I war dieselbe Färbung zu konstatieren, wie vorhin; sonst wurde nur im Gefässe III ,und zwar nur ein einziges Individuum am Leben angetroffen, welches bereits eine schwach violette diffuse Färbung verriet, und schon merklich verkleinert war.

Nach weiteren 24 Stunden (am 5. Jänner) wurde kein Versuchstier, weder im I, noch im III Gläschen, mehr lebendig vorgefunden.

Die Art und Weise der Einwirkung der Neutralrotbase sowohl für sich, als auch in Verbindung mit den angegebenen Stoffen auf das lebendige Protoplasma von *Amoeba proteus* versuche ich nachstehend auf Grund der folgenden Hypothese über die chemische Zusammensetzung der lebenden Substanz oder des Protoplasma zu arklären. Das Wesen der Moleküle der lebenden Substanz bilden Glieder, welche vom chemischen Standpunkt aus nichts anderes vorstellen, als eine Art innerer Anhydride. Sie sind den besonderen, die lebende Substanz zusammensetzenden Eiweisstoffen eigentümlich und gehen bei eintretendem Tode des Protoplasma in die gewöhnlichen, »leblosen« Eiweisstoffe über, die durch hydrolytische Spaltung die bekannten Endprodukte derselben, nämlich die Aminosäuren liefern. Ein jedes von

solchen Gliedern hat eine Gruppe von sauerer und eine von alkalischer Beschaffenheit. Beide Gruppen sind mit einander verbunden, was wahrscheinlich durch die Vermittelung eines Sauerstoffatoms geschieht. Die Einwirkung des Neutralrots auf das lebende Protoplasma von *Amoeba proteus* ist nun so zu verstehen, dass dieser Stoff an die betreffenden Glieder der lebenden Eiweissmoleküle gekettet wird. Es tritt nämlich das Kation des Neutralrots in das Innere eines jeden Gliedes ein, verbindet sich hier mit seiner saueren Gruppe und macht somit die andere, basische Gruppe frei, an welche nun das Anion des Neutralrots (*Cl*) herantreten und mit ihr sich binden kann. Bei diesem Vorgang tritt dann Sauerstoff, durch dessen Vermittelung beide Gruppen aneinander gekettet sind, aus dem Gliede heraus. Nachdem das Neutralrot auf diese Weise Schritt für Schritt auf alle Glieder, welche das labende Substrat des Protoplasma bilden, gekettetet wurde, tritt Koagulation des Protoplasma und somit sein Tot ein. Wenn hierbei ein Teil des Neutralrots frei wird, so lässt sich das einfach damit erklären, dass in einigen Gliedern nur eine labile Verbindung des Neutralrots zu Stande kommt, welche bei Gegenwart von Ionen des Wassers zerlegt wird. Ich stelle mir den Prozess etwa in folgender Weise vor: Diejenige Verbindung, welche durch Verkettung der alkalischen Gruppe des hypothetischen Gliedes mit dem Anion des Neutralrots (*Cl*) entstanden ist, wird so zerlegt, dass das Ion *H* des Wassers mit diesem Anion sich bindet und diese Verbindung das betreffende Glied verlässt.

Zugleich verbindet sich das andere Ion des Wassers (*OH*) mit dem Kation des Neutralrots, wobei abermals die so entstandene Verbindung aus dem bezüglichen Gliede heraustritt. Die beiden so frei gewordenen Gruppen des Gliedes binden sich dann gemeinschaftlich, das Anion der Base in Verbindung mit *OH* dagegen spaltet ein Molekül Wasser ab und wird als Neutralrotbase in Form von gelbbraunen Nädelchen aus dem koagulierten Protoplasma ausgeschieden.

Wirkt die Base des Neutralrots für sich allein auf das lebende Protoplasma von *Amoeba proteus* ein, so ist der chemische Vorgang ganz analog mit dem oben geschilderten.

Das Kation der Base wird an die sauere und das Anion der Base (*OH*) an die basische Gruppe der Glieder gebunden. Wenn dann Koagulation und zugleich der Tod des Protoplasma stattfinden soll, so tritt die Base wieder aus einigen Gliedern aus, was in analoger Weise bewerkstelligt wird, wie oben bei Einwirkung des Neutralrots des Nähern geschildert wurde.

Wirkt die Base des Neutralrots im Verein mit der Glutaminsäure auf das lebende Plasma der *Amoeba proteus* ein, so ist der chemische Vorgang analog wie bei der Einwirkung des Neutralrots, nur wird das peripherische Plasma mehr afficirt, als das im Innern der Amoeba befindliche. Zuerst wird das Kation der Base auf die sauere Gruppe, dann das Anion der Glutaminsäure an die basische Gruppe der Glieder gebunden, worauf Koagulation und Tod des Protoplasma sich einstellt. Die beiden Bestandteile des aus Neutralrotbase und Glutaminsäure entstandenen Verbindung treten dann wieder aus dem koagulierten Protoplasma heraus, was in analoger Weise geschieht wie bei der Einwirkung des Neutralrots.

Lässt man die Neutralrotbase in Verbindung mit Asparaginsäure auf das lebende Protoplasma von *Amoeba proteus* einwirken, so ist der Vorgang teilweise different von demjenigen, der bei Gegenwart der Kombination: Neutralrot Glutaminsäure stattfindet. Zuerst wird das Kation der Base an die sauere Gruppe, dann das Anion der Asparaginsäure an die basische Gruppe der Glieder gebunden. Es entsteht auf diese Weise eine labile Verbindung des Anions der Asparaginsäure mit der basischen Gruppe, welche bei Gegenwart der Ione des Wassers zersetzt wird und zwar so, dass das *H*-Ion des Wassers sich mit der basischen Gruppe der Glieder verbindet. Dadurch wird das Anion der Asparaginsäure frei, welches mit dem Kation der Base eine Verbindung eingeht, welche als solche das Glied verlässt, wobei die sauere Gruppe der Glieder sich mit dem anderen Ion des Wassers (*OH*) verbindet. Dadurch wird ein Hydratationsvorgang oder die Auflösung des Protoplasma eingeleitet.

Kommt die Neutralrotbase in Verbindung mit einem der noch übrig bleibenden Stoffe (Pepton, Albumose, Se-

r u m a l b u m i n, Nuklein) zur Anwendung, so liegt dem Einfluss auf das lebende Protoplasma der *Amoeba proteus* ein ähnlicher chemischer Vorgang zu Grunde, wie bei der Einwirkung der Neutralrotbase in Verbindung mit der Asparaginsäure auf denselben Organismus.

Das Gesamtergebnis der hier angeführten Versuche und Beobachtungen gipfelt in der Hypothese, dass die Wirkungsweise des intracellularen Agglutinins und Lysins des Zellkerns derjenigen der Neutralrotbase in Verbindung mit Glutaminsäure oder Asparaginsäure a n a l o g ist und dass dementspreched auch die Natur der intracellularen Agglutinine und Lysine komplicirt ist, so dass an ihrem Aufbau zwei salzartig gegenseitig sich bindenden Bestandteile, mit entgegengesetzt d. h. alkalisch und sauer beschaffenen Reaktionsgruppen beteiligt sind.

Speziell das Agglutinin wirkt an die Kernoberfläche so ein, dass es an die dort befindlichen lebenden Konstitutionsteile des Kernes chemisch gebunden wird. Die einzig möglichen Angriffspunkte, wo Bindung eintreten kann, sind eben die schon erwähnten für die Eiweisstoffe des lebenden Protoplasma charakteristischen und unentbehrlichen Glieder. Sie werden nur zu einem gewissen Teil von den Molekülen des Agglutinins attaquiert. Als unerlässliche Folge davon stellt sich eine Koagulation der peripherischen Kernschichten ein, begleitet von einem Austritt des regenerierten Agglutinins.

Ich stelle mir des Näheren vor, dass der mit alkalisch reagierender Reaktionsgruppe ausgestattete Bestandteil des Agglutinins z u e r s t in ein Glied des lebenden Eiweissmoleküls eintritt, um mit der sauer reagierenden Gruppe des Gliedes sich zu binden, dass dann in das so gelockerte Glied gleich darauf auch die andere Komponente des Agglutinins mit ihrer sauer reagierenden Reaktionsgrupe eindringt, um sich mit der alkalischen Gruppe des Gliedes zu verbinden. Dadurch wird eine labile Verbindung hergestellt, welche bei Gegenwart der Ione des Wassers sich sofort wieder zersetzt, indem das H-Ion des Wassers an den betreffenden, mit sauerer Reaktionsgruppe ausgestatteten Bestandteil des Agglutinins sich anschliesst und mit ihm verbunden das Glied der Kette

verlässt. Das übrig bleibende Ion des Wassers (*OH*) verbindet sich sodann mit dem zweiten Bestandteil des Agglutinins (mit alkalischer Reaktionsgruppe), wodurch dieser abermals frei wird und samt dem *OH*-Anschluss aus dem Gliede des lebenden Moleküls heraustritt. Die beiden auf diese Weise frei gewordenen Gruppen des Gliedes verbinden sich schliesslich mit einander.

Was das Karyolysin betrifft, so wirkt dieses so, dass es vorerst an die Oberflächenschicht des Kernes gebunden wird. Und zwar schliesst sich dasselbe wieder an ganz andere Glieder derselben Moleküle an, welche das Wesen der lebendigen Kernsubstanz mitbestimmen, als im vorigen Falle. Als Folge davon betrachte ich die schliesslich stattfindende Auflösung der peripherischen Schichten der lebendigen Kernsubstanz. Ich stelle mir speziell vor, dass bei Beginn der Reaktion der mit einer alkalisch reagierenden Gruppe versehene Bestandteil des Lysins in je ein entsprechendes Glied des lebendigen Eiweissmoleküls der Kernsubstanz eintritt, um sich mit der saueren Gruppe des Gliedes zu verbinden. In das so gelockerte (aufgeschlossene) Glied findet dann auch die andere Komponente des Lysins, welcher eine sauer reagierende Gruppe zukommt, ihren Weg und kann sich somit an die frei gewordene alkalische Gruppe des Gliedes anschliessen. Hiedurch entsteht jedoch eine labile Verbindung, welche in der Gegenwart der Ione des Wassers sich so zersetzt, dass das --Ion des Wassers an die alkalische Gruppe des Gliedes sich anschliesst. Dadurch wird der die sauer reagierende Gruppe enthaltende Bestandteil des Lysins frei und verbindet sich dann mit dem anderen Bestandteil des Lysins, wodurch auch dieser frei wird und die beiden nunmehr wieder vereinigten Bestandteile das Glied verlassen. Die auf diese Weise frei gewordene sauere Gruppe der Glieder verbindet sich schliesslich mit dem noch übrig bleibenden *OH*-Ion es Wassers, wodurch eine Hydratation, d. h. Auflösung der lebenden Kernsubstanz erzielt wird.

Der hier angeführten Ansicht gemäss gehören die intracellularen Agglutinine und Lysine, welche im Körper der amoebenartigen Organismen, speziell im Körper der *Pelomyxa*

wirksam sind, unter die Produkte des Stoffumsatzes, welcher in dem die lebenden Moleküle umgebenden Milieu stattfindet.

Sie stellen eine Art von Fermenten dar, welche nicht nur die im Plasmakörper der individualisierten Zelle befindlichen kolloidartigen Körper, sondern auch die Bestandteile des eigenen beeinflussen, und zwar so, dass diese Stoffe niedergeschlagen, beziehungsweise koaguliert (intracellulare Agglutinine), oder aber in Lösung gebracht werden (intracellulare Lysine).

XIII.

Rovinné sextiky invariantní při periodických kollineacích.

Napsal Dr. **Jan Vojtěch** v Brně.

(Předloženo v sezení dne 23. května 1913.)

Křivky šestého stupně v rovině jsou dosud velmi málo známy, ačkoli vlastnosti jejich jsou jistě bohaté i zajímavé. Zejména není soustavných úvah o křivkách těch ani o speciálních skupinách jejich.

Jako malý příspěvek k theorii rovinných sextik podává se zde stanovení typů těch sextik, jenž jsou invariantní při periodických kollineacích. Křivky takové možno stručně nazývati autokollineární (příslušné kollineace pak automorfní).

Při vyšetřování užito bylo v hlavních rysech postupu, který volil Ciani *) při řešení obdobného úkolu o kvartikách; v podrobnostech zvoleny však leckde prostředky jiné.

Všude přihlíženo bylo pouze k sextikám vlastním t. j. takovým, jež se nerozpadají v čáry stupňů nižších.

Nalezené projektivně různé typy autokollineárních sextik spolu s příslušnými kollineacemi sestaveny na konec podle periody pro přehled a další užití. Je jasno, že typy ty jsou invariantní při cyklických grupách těch řádů, jež udávají periody jejich kollineací.

O necyklických grupách automorfních kollineací a příslušných sextikách pojednáno bude na jiném místě.

---

*) E. Ciani, Le quartiche piane proiettive a sè stesse, Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 28. (1909) p. 217. a násl.

1. Periodická kollineace, při níž přechází rovinná křivka šestého stupně v sebe samu, jest buď homologie s invariantním bodem a neincidentní přímkou složenou z bodů invariantních nebo kollineace s invariantními třemi body a třemi přímkami tvořícími trojúhelník.

Při automorfní homologii položíme souřadnicový trojúhelník $O_1 O_2 O_3$ jedním vrcholem, třebas O_3 (001), do středu homologie, protější stranou $x_3 = 0$ do osy homologie; analytickým vyjádřením homologie jest pak

$$x_1' : x_2' : x_3' = x_1 : x_2 : \alpha x_3,$$

kde $\alpha^r = 1$, značí-li r periodu homologie.

Při automorfní kollineaci druhého uvedeného typu klademe souřadnicový trojúhelník do trojúhelníku invariantního a v souhlasu s tím volíme za výraz takové kollineace rovnici

$$x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^k x_2 : x_3,$$

kde opět $\alpha^r = 1$ a r znamená periodu kollineace $(k \neq 0, 1)$.

2. P e r i o d i c k á h o m o l o g i e, při níž je sextika invariantní, může míti periodu 2 až 6; ne větší, protože paprsek jdoucí středem homologie a při ní tedy invariantní protíná křivku jen v šesti bodech. Probereme postupně automorfní homologie s periodou $r = 2, 3, 4, 5, 6$.

Sextika invariantní při homologii involutorní $(r = 2)$

$$x_1' : x_2' : x_3' = x_1 : x_2 : -x_3$$

má obecný tvar

$$a x_3^6 + x_3^4 f^{(2)}(x_1, x_2) + x_3^2 f^{(4)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0,$$

kde a je konstanta a $f^{(i)}$ jsou binární formy proměnných x_1 a x_2 stupně i-tého.

Tečny křivky takové v jednoduchých bodech, ve kterých ji protíná osa homologie, procházejí středem homologie; rovnice tečen těch jsou totiž $\xi_1 f_1^{(6)} + \xi_2 f_2^{(6)} = 0$, kde $f_1^{(6)}$ a $f_2^{(6)}$ jsou parciální derivace formy $f^{(6)}$ podle x_1 a x_2, do nichž dosazeny za $x_1 : x_2$ hodnoty vyhovující rovnici $f^{(6)} = 0$.

Paprsek jdoucí středem homologie protíná křivku v bodech po dvou harmonicky sdružených (ke středu a průsečíku svému s osou). Z existence automorfní homologie involutorní

plyne dále na př.: Ke každému bodu sextiky (jednoduchému nebo násobnému), jenž neleží na ose nebo ve středu homologie, přísluší na křivce sdružený bod téhož druhu. Tečny křivky ve dvou bodech sdružených (obyčejné, inflexní, dvojnásobné, . . .) protínají se na ose homologie.

3. Uvedeného typu autokollineárních sextik možno rozeznávati tři případy: jest buď $a \neq 0$ a střed homologie leží mimo křivku, nebo platí $a = 0$, $f^{(2)} \equiv\!\!|\!\!\equiv 0$, střed homologie leží v dvojnásobném bodě sextiky, nebo konečně $a = 0$, $f^{(2)} = 0$ a $f^{(4)} \equiv\!\!|\!\!\equiv 0$, střed homologie jest v čtyrnásobném bodě křivky.

Leží-li tedy střed involutorní homologie ve dvojnásobném bodě invariantní sextiky, jest rovnice křivky tvaru

$$x_3{}^4 f^{(2)}(x_1,x_2) + x_3{}^2 f^{(4)}(x_1,x_2) + f^{(6)}(x_1,x_2) = 0,$$

kde $f^{(2)} \equiv\!\!|\!\!\equiv 0$.

Tečny křivky ve středu homologie jsou jejími tečnami inflexními; každá protíná sextiku ještě ve dvou bodech harmonicky sdružených. Neboť paprsek $x_2 - kx_1 = 0$ jdoucí středem homologie protíná křivku v bodech, o jejichž souřadnicích platí $x_1{}^2 [x_3{}^4 f^{(2)}(1,k) + x_3{}^2 x_1{}^2 f^{(4)}(1,k) + x_1{}^4 f^{(6)}(1,k)] = 0$; pro uvedené tečny jest $f^{(2)} = 0$ a čtyři průsečíky paprsku s křivkou padnou tedy do bodu dotyčného.

4. Sextika invariantní při involutorní homologii, jejíž střed (001) leží v čtyrnásobném bodě křivky (a jejíž osou je $x_3 = 0$), má rovnici

$$x_3{}^2 f^{(4)}(x_1,x_2) + f^{(6)}(x_1,x_2) = 0.$$

Oba body harmonicky sdružené, v nichž paprsek jdoucí středem homologie sextiku protíná, mohou splynouti buď ve středu homologie nebo na ose její. A platí:

Tečny křivky v čtyrnásobném bodě jejím jsou tečnami inflexními. Tečny křivky vedené k ní z bodu čtyrnásobného (mimo tečny v tomto bodě) mají dotyčné body v přímce, ose homologie.

Sextika tohoto typu může míti rod pouze 4, 3, 2, 1. Neboť mimo čtyrnásobný bod, který je středem homologie, může křivka tato míti nanejvýš tři body dvojnásobné a to na ose homologie.

5. Jestliže automorfní homologie má periodu 3 a výraz

$$x_1':x_2':x_3'=x_1:x_2:\alpha x_3,$$

kde $\alpha^3=1$, má invariantní křivka 6. stupně rovnici

$$ax_3^6+x_3^3 f^{(3)}(x_1,x_2)+f^{(6)}(x_1,x_2)=0,$$

kde $f^{(3)}$ a $f^{(6)}$ jsou binární formy stupně 3. a 6. v proměnných x_1 a x_2.

Paprsek jdoucí středem homologie protíná sextiku v bodech, jež tvoří cykly trojbodové (s třemi body různými nebo splývajícími).

Tečny křivky v jednoduchých průsečících jejích s osou homologie jsou jejími tečnami inflexními a procházejí středem homologie.

Mimo případ, kdy $a\neq 0$ a střed homologie leží mimo křivku, může býti $a=0$ ($af^{(3)}\not\equiv 0$) a střed homologie v trojnásobném bodě křivky, jejíž rovnice je tedy

$$x_3^3 f^{(3)}(x_1,x_2)+f^{(6)}(x_1,x_2)=0.$$

V tomto druhém případě má každá tečna křivky ve středu homologie s křivkou dotyk čtyrbodový. Tečny křivky vedené k ní ze středu homologie (mimo tečny právě uvedené) mají dotyčné body v ose homologie.

6. Sextika invariantní při homologii s periodou 4 t. j.

$$x_1':x_2':x_3'=x_1:x_2:ix_3,\quad i^4=1,$$

má rovnici

$$x_3^4 f^{(2)}(x_1,x_2)+f^{(6)}(x_1,x_2)=0.$$

Střed homologie leží v dvojnásobném bodě křivky.

Paprsek při homologii invariantní protíná sextiku ještě ve 4 bodech tvořících cyklus. Čtyři tyto body cyklu splynou v jediný buď ve středu nebo na ose, a platí:

Tečny křivky ve středu homologie mají s křivkou dotyk pětibodový. Tečny křivky v jednoduchých průsečících jejích s osou homologie mají dotyk čtyrbodový a jdou středem homologie. Mimo tečny zde uvedené nelze jiných vésti ke křivce ze středu homologie.

Vskutku paprsek jdoucí středem homologie $x_2 - kx_1 = 0$ a křivka protínají se v bodech, o jejichž souřadnicích platí $x_1^2 [x_3^4 f^{(2)}(1, k) + x_1^4 f^{(6)}(1, k)] = 0$; pro tečny křivky ve středu homologie jest $f^{(2)} = 0$, pro průsečíky s osou $f^{(6)} = 0$. Rovnice tečny křivky v průsečíku jejím s osou homologie jest $\xi_1 f_1^{(6)} + \xi_2 f_2^{(6)} = 0$. První polára bodu (001) jest pak $x_3^3 f^{(2)}(x_1, x_2) = 0$. Odtud plynou věty hořejší.

7. Automorfní homologie s periodou 5 má při uvedené volbě základních prvků výraz

$$x_1' : x_2' : x_3' = x_1 : x_2 : \alpha x_3,$$

kde $\alpha^5 = 1$. Křivka 6. stupně invariantní při této homologii má pak rovnici

$$x_3^5 f^{(1)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0.$$

Střed homologie leží na křivce (v jednoduchém bodě jejím).

Invariantní paprsky protínají sextiku (mimo střed) v cyklech o 5 bodech. Tečna křivky ve středu homologie má s křivkou dotyk šestibodový. Tečny křivky v jednoduchých průsečících jejích s osou homologie mají dotyk pětibodový a procházejí středem homologie. Tím jsou tečny vedené ke křivce středem homologie vyčerpány.

8. Konečně k homologii periody $r = 6$ se středem v bodě (001) a s osou v přímce $x_3 = 0$ t. j. k homologii

$$x_1' : x_2' : x_3' = x_1 : x_2 : \alpha x_3, \quad \alpha^6 = 1,$$

přísluší invariantní sextika s rovnicí

$$x_3^6 + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0.$$

Střed homologie musí zde ležeti mimo křivku.

Paprsky jdoucí středem homologie protínají sextiku v cyklech o 6 bodech. Tečny křivky v jednoduchých průsečících jejích s osou homologie mají s křivkou dotyk šestibodový a jdou středem homologie; středem homologie procházejí i tečny křivky v násobných bodech jejích, jež leží na ose homologie. Mimo dotčené nelze ze středu homologie vésti ke křivce jiných tečen; neboť první polára bodu (001) jest $x_3^5 = 0$. Můžeme tedy říci, že tečny vedené k sextice tohoto typu ze středu homologie mají dotyčné body vesměs v přímce, ose homologie.

9. Přistoupíme nyní k periodickým kollineacím s invariantními třemi body a třemi přímkami, jež tvoří trojúhelník; probereme nejprve kollineace s periodou $r \leqq 6$. Kollineaci supponujeme ve tvaru

$$x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^k x_2 : x_3,$$

kde $\alpha^r = 1$. Dle tohoto vzorce transformujeme obecnou rovnici křivky 6. stupně (ze souřadnic x_1', x_2', x_3' do souřadnic x_1, x_2, x_3); členy její s touže mocninou konstanty α (se zřetelem k $\alpha^r = 1$) skládají patrně rovnici příslušné autokollineární sextiky.

Pro kollineaci s periodou $r = 3$ (volíce ovšem $k = 2$) nalezneme tak dva typy invariantních sextik projektivně různé a to:

$$(1)\quad a_1 x_1^6 + a_2 x_2^6 + a_3 x_3^6 + b_1 x_1^3 x_2^3 + b_2 x_2^3 x_3^3 + b_3 x_3^3 x_1^3 + \\ + x_1 x_2 x_3 \, (c_1 x_1^3 + c_2 x_2^3 + c_3 x_3^3) + d x_1^2 x_2^2 x_3^2 = 0,$$

$$(2)\quad a_1 x_1^5 x_2 + a_2 x_2^5 x_3 + a_3 x_3^5 x_1 + b_1 x_1^2 x_2^4 + b_2 x_2^2 x_3^4 + b_3 x_3^2 x_1^4 + \\ + x_1 x_2 x_3 \, (c_1 x_1^2 x_2 + c_2 x_2^2 x_3 + c_3 x_3^2 x_1) = 0.$$

První křivka neobsahuje invariantních bodů; na druhé křivce leží tři invariantní body kollineace a invariantní přímky kollineace jsou tečnami křivky v těchto bodech.

10. Při kollineaci periody $r = 4$

$$x_1' : x_2' : x_3' = i x_1 : -x_2 : x_3$$

jsou invariantní opět dva typy sextik, nečítáme-li ovšem křivek, jež se rozpadají. Jsou to:

$$(1)\quad x_1^4 (a_1 x_2^2 + a_2 x_3^2) + x_1^2 x_2 x_3 \, (b_1 x_2^2 + b_2 x_3^2) + \\ + x_2^2 x_3^2 (c_1 x_2^2 + c_2 x_3^2) + d_1 x_2^6 + d_2 x_3^6 = 0,$$

$$(2)\quad a x_1^6 + b x_1^4 x_2 x_3 + x_1^2 \, (c_1 x_2^4 + c_2 x_2^2 x_3^2 + c_3 x_3^4) + \\ + x_2 x_3 \, (d_1 x_2^4 + d_2 x_2^2 x_3^2 + d_3 x_3^4) = 0.$$

Autokollineární křivky tyto jsou projektivně různé; první má invariantní dvojný bod (100), druhá obsahuje dva invariantní body jednoduché (010) a (001) s invariantními tečnami v nich $x_3 = 0$ a $x_2 = 0$.

11. Ke kollineaci

$$x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3,$$

kde $\alpha^5 = 1$, přísluší — neuvádíme-li případů projektivně totožných — invariantní sextiky:

$$(1)\quad ax_1{}^6 + bx_1{}^4x_2x_3 + cx_1{}^2x_2{}^2x_3{}^2 + x_1(d_1x_2{}^5 + d_2x_3{}^5) + ex_2{}^3x_3{}^3 = 0.$$

$$(2)\quad ax_1{}^5x_3 + bx_1{}^3x_2x_3{}^2 + cx_1{}^2x_2{}^4 + dx_1x_2{}^2x_3{}^3 + ex_2{}^5x_3 + fx_3{}^6 = 0,$$

$$(3)\quad ax_1{}^4x_2{}^2 + bx_1{}^3x_3{}^3 + cx_1{}^2x_2{}^3x_3 + dx_1x_2x_3{}^4 + ex_2{}^4x_3{}^2 = 0.$$

Druhý typ možno proměnou souřadnic uvésti na tvar

$$a_1x_1{}^6 + a_2x_1{}^3x_2x_3{}^2 + a_3x_1{}^2x_2{}^3x_3 + x_1(a_4x_2{}^5 + a_5x_3{}^5) + a_6x_2{}^2x_3{}^4 = 0,$$

invariantní při kollineaci $x_1' : x_2' : x_3' = x_1 : \alpha x_2 : \alpha^2 x_3$ čili

$$x_1' : x_2' : x_3' = \beta x_1 : \beta^3 x_2 : x_3, \text{ kde } \beta^5 = 1.$$

Sextiky prvního a druhého typu obsahují dva invariantní body, jichž spojnice je dvojnásobnou tečnou křivky v bodech těch; u první křivky je tečna tato v obou dotyčných bodech inflexní. Křivka třetího typu má tři invariantní dvojnásobné body, jichž tečny jsou invariantní.

12. Automorfní kollineace měj periodu $r = 6$ a výraz

$$x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^k x_2 : x_3,$$

kde ovšem $\alpha^6 = 1$ a za k nutno voliti 2 a 3.

Vynecháme-li křivky degenerované a projektivně totožné, zbývají tři typy příslušných invariantních sextik:

$$(1)\quad a_1x_1{}^6 + a_2x_2{}^6 + a_3x_3{}^6 + bx_1{}^4x_2x_3 + cx_1{}^2x_2{}^2x_3{}^2 + dx_2{}^3x_3{}^3 = 0,$$

$$(2)\quad a_1x_1{}^6 + a_2x_2{}^6 + a_3x_3{}^6 + bx_1{}^3x_2{}^3 + cx_1{}^3x_2x_3{}^2 + dx_2{}^4x_3{}^2 + ex_2{}^2x_3{}^4 = 0,$$

$$(3)\quad a_1x_1{}^4x_2{}^2 + a_2x_2{}^4x_3{}^2 + a_3x_3{}^4x_1{}^2 + bx_1{}^2x_2{}^3x_3 + cx_2x_3{}^5 = 0.$$

První a druhá křivka neobsahují bodů invariantních; k první přísluší kollineace $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$, jejíž 3. mocnina je homologií s periodou 2, k druhé však kollineace $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$, jejíž 2. mocnina je homologií s periodou 3 a 3. mocnina homologií involutorní. Třetí křivka s automorfní kollineací $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ má tři invariantní body, z nichž dva dvojnásobné, a všechny tečny v nich invariantní.

13. Vyšetříme teď automorfní kollineace rovinných

sextik s periodou $r > 6$: napřed kollineace, jichž některá mocnina je homologií, potom ostatní.

Je-li n-tá mocnina kollineace s periodou r homologií o periodě r', platí $r = nr'$.

Vyjádříme-li kollineaci tuto rovnicí

$$x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^k x_2 : x_3,$$

kde $\alpha^r = 1$, má n-tá mocnina její výraz

$$x_1' : x_2' : x_3' = x_1 : x_2 : \alpha^{-n} x_3.$$

Protože tedy $kn \equiv n$ (mod. r) čili $kn = lr + n$, kde l je číslo celé (kladné), a $r = nr'$, obdržíme $k = lr' + 1$.

I volíme při určitém r' postupně $r = 2r', 3r', 4r', \ldots$ a $k = r' + 1, 2r' + 1, 3r' + 1, \ldots$ (k ovšem menší než r). Vyšetříme postupně kollineace, jichž mocnina je homologií s periodou $r' = 6, 5, 4, 3, 2$ (stačilo by ovšem voliti za r' pouze 2, 3, 5).

Vynecháme opět sextiky, jež se rozpadají, v dalším pak nebudeme uvádět typů dříve nalezených; z typů projektivně totožných stačí zajisté vytknouti jen jeden. Tím se stane, že z většího počtu možných případů zbude pouze několik.

Předem budiž uvedeno, že sextiky, jichž rovnice obsahuje jen dva členy, buď degenerují nebo jsou typu

$$x_3^6 + a x_1^5 x_2 = 0;$$

taková sextika je invariantní při kollineaci s libovolnou periodou r ($k = r - 5$).

14. Pro kollineaci, jejíž mocnina je homologií s periodou 6, učiníme východiskem (dle odst. 8.) rovnici

$$x_3^6 + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0$$

a nalezneme tyto typy autokollineárních křivek 6. stupně:

(1) $$x_3^6 + a x_1^5 x_2 + b x_1^3 x_2^3 + c x_1 x_2^5 = 0;$$

křivka tato je invariantní při kollineaci periody $r = 12$ $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ (kde $\alpha^{12} = 1$), jejíž 2. mocnina je homologií periody 6 se středem v bodě (001) a osou $x_3 = 0$.

(2) $$x_3^6 + a x_1^4 x_2^2 + b x_1 x_2^5 = 0;$$

automorfní kollineace této sextiky má periodu $r=18$, $k=7$, a 3. mocnina její je homologií s touže polohou základních prvků jako v prvém případě.

(3) $$x_3{}^6 + ax_1{}^5x_2 + bx_1x_2{}^5 = 0;$$

příslušná kollineace má $r=24$, $k=19$, $n=4$.

(4) $$x_3{}^6 + ax_1{}^5x_2 + bx_2{}^6 = 0;$$

křivka tohoto typu je invariantní při kollineaci s periodou $r=30$ a rovnicí $x_1':x_2':x_3' = \alpha x_1 : \alpha^{25}x_2 : x_3$ (kde tedy $\alpha^{30}=1$), jejíž 5. mocnina je homologií periody 6 se středem v bodě (001) a osou $x_3=0$. Jest však také 6. mocnina této kollineace homologií periody 5 se středem v bodě (100) a osou $x_1=0$.

15. Hledajíce sextiky invariantní při kollineaci, jejíž mocnina je homologií s periodou 5, vyjdeme od rovnice (z odst. 7.)

$$x_3{}^5 f^{(1)}(x_1,\ x_2) + f^{(6)}(x_1,\ x_2) = 0.$$

Obdržíme zde za uvedených omezení typy:

(1) $$x_3{}^5x_2 + ax_1{}^6 + bx_1{}^4x_2{}^2 + cx_1{}^2x_2{}^4 + dx_2{}^6 = 0,$$

invariantní při kollineaci s periodou $r=10$ a rovnicí $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$, jejíž 2. mocnina je homologií periody 5 se středem v bodě (001) a osou $x_3=0$; avšak také 5. mocnina kollineace té je homologií periody 2 se středem v bodě (100) a osou $x_1=0$.

(2) $$x_3{}^5x_2 + ax_1{}^6 + bx_1{}^3x_2{}^3 + cx_2{}^6 = 0$$

připouští kollineaci s periodou $r=15$ a rovnicí $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$; její 3. mocnina je homologie s $r'=5$ o středu (001) a ose $x_3=0$, 5. mocnina pak homologie s $r''=3$ o středu (100) a ose $x_1=0$.

(3) $$x_3{}^5x_2 + ax_1{}^6 + bx_1{}^2x_2{}^4 = 0,$$

jejíž automorfní kollineace má $r=20$, $k=6$; 4. a 10. mocnina její jsou homologie s periodou $r'=5$ a $r''=2$, středy (001) a (100), osami $x_3=0$ a $x_1=0$.

(4) $$x_3{}^5x_2 + ax_1{}^6 + bx_1x_2{}^5 = 0$$

je invariantní při kollineaci, jejíž $r=25$, $k=6$, $n=5$, $r'=5$.

16. Sextiky příslušné ke kollineaci, jejíž mocnina je homologií s periodou 4, musí (dle odst. 6.) míti tvar

$$x_3{}^4 f^{(2)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0.$$

Nalezneme tyto autokollineární sextiky:

(1) $$x_3{}^4 x_1 x_2 + a x_1{}^6 + b x_1{}^4 x_2{}^2 + c x_1{}^2 x_2{}^4 + d x_2{}^6 = 0,$$

invariantní při kollineaci s periodou $r = 8$ a rovnicí

$$x_1': x_2': x_3' = \alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3.$$

(2) $$x_3{}^4 (a_1 x_1{}^2 + a_2 x_2{}^2) + b x_1{}^5 x_2 + c x_1{}^3 x_2{}^3 + d x_1 x_2{}^5 = 0,$$

invariantní při kollineaci, jejíž $r = 8$, $k = 5$.

(3) $$x_3{}^4 x_1 x_2 + a x_1{}^6 + b x_1{}^3 x_2{}^3 + c x_2{}^6 = 0,$$

jejíž automorfní kollineace má $r = 12$, $k = 5$.

(4) $$x_3{}^4 x_2{}^2 + a x_1{}^6 + b x_1{}^3 x_2{}^3 + c x_2{}^6 = 0$$

má kollineaci s periodou $r = 12$, $k = 9$, jejíž 3. mocnina je homologií periody $r' = 4$ a 4. mocnina homologií periody $r'' = 3$.

(5) $$x_3{}^4 x_2{}^2 + a x_1{}^6 + b x_1 x_2{}^5 = 0$$

připouští kollineaci, jejíž $r = 20$, $k = 13$.

(6) $$x_3{}^4 x_1 x_2 + a x_1{}^6 + b x_2{}^6 = 0$$

je invariantní při kollineaci s periodou $r = 24$, $k = 5$.

17. Abychom nalezli křivky 6. stupně invariantní při kollineacích, jichž mocnina je homologie s periodou 3, vyšetříme (dle odst. 5.) rovnice

$$a x_3{}^6 + x_3{}^3 f^{(3)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0,$$

a to pro $a \neq 0$ i pro $a = 0$. (Křivky nalezené při supposici $r' = 6$ můžeme předem vyloučiti tím, že volíme $f^{(3)} \equiv\mid\equiv 0$).

V prvém případě obdržíme invariantní sextiky:

(1) $$x_3{}^6 + a x_3{}^3 x_1{}^2 x_2 + b x_1{}^4 x_2{}^2 + c x_1 x_2{}^5 = 0,$$

jejíž kollineace má periodu $r = 9$, $k = 7$.

(2) $$x_3{}^6 + a x_3{}^3 x_1{}^2 x_2 + b x_1{}^4 x_2{}^2 + c x_2{}^6 = 0$$

připouští kollineaci s periodou $r=12$, $k=10$, jejíž 4. mocnina je homologií periody 3 a 6. mocnina homologií periody 2.

V případě, že střed homologie, jež je mocninou automorfní kollineace, leží v trojnásobném bodě křivky, nalezneme typy:

(3) $$x_3^3(a_1x_1^3+a_2x_2^3)+bx_1^4x_2^2+cx_1x_2^5=0$$

s kollineací o periodě $r=9$, $k=4$.

(4) $$x_3^3x_1^2x_2+ax_1^6+bx_1^3x_2^3+cx_2^6=0$$

s kollineací periody $r=9$, $k=4$.

(5) $$x_3^3x_2^3+ax_1^6+bx_1^2x_2^4=0$$

s kollineací periody $r=12$, $k=10$, jejíž 4. a 6. mocnina jsou homologie s periodou 3 resp. 2.

(6) $$x_3^3x_2^3+ax_1^6+bx_1x_2^5=0$$

s kollineací periody $r=15$, $k=7$.

(7) $$x_3^3x_1^2x_2+ax_1^6+bx_2^6=0$$

s kollineací o periodě $r=18$, $k=4$, jejíž 6. a 9. mocnina jsou homologie s periodou 3 resp. 2.

18. Nejvíce typů autokollineárních sextik nalezneme konečně pro kollineace, jejichž mocnina je homologií involutorní; rovnice křivek těch mají ovšem (dle odst. 2.) tvar

$$ax_3^6+x_3^4f^{(2)}(x_1,x_2)+x_3^2f^{(4)}(x_1,x_2)+f^{(6)}(x_1,x_2)=0.$$

Jsou to mimo křivky dříve už uvedené (z těchto vyloučíme některé předem, totiž všechny nalezené pro $r'=6$ a $r'=4$, ostatní pak srovnáním s výsledky předcházejícími pro $r'=5$ a $r'=3$), mimo křivky degenerované a křivky projektivně totožné následující sextiky (odvozené ve třech skupinách dle toho, je-li střed dotčené homologie mimo křivku nebo v jejím bodě dvojnásobném nebo čtyrnásobném):

(1) $$x_3^6+ax_3^2x_1^2x_2^2+bx_1^5x_2+cx_1x_2^5=0$$

s kollineací periody $r=8$, $k=3$;

(2) $$x_3^6+ax_3^2x_1^3x_2+bx_1^2x_2^4=0,$$

invariantní při kollineaci s periodou $r=10$, $k=7$;

(3) $$x_3^6 + ax_3^2x_1^3x_2 + bx_1x_2^5 = 0,$$

příslušná ke kollineaci periody $r = 14$, $k = 11$. Dále křivky

(4) $$x_3^4x_1^2 + ax_3^2x_1x_2^3 + bx_1^4x_2^2 + cx_2^6 = 0,$$

jejíž kollineace má $r = 8$, $k = 3$;

(5) $$x_3^4x_1^2 + ax_3^2x_1^3x_2 + bx_1^4x_2^2 + cx_2^6 = 0$$

s kollineací periody $r = 8$, $k = 7$;

(6) $$ax_3^4x_1x_2 + x_3^2(b_1x_1^4 + b_2x_2^4) + cx_1^3x_2^3 = 0$$

s kollineací periody $r = 8$, $k = 3$;

(7) $$x_3^4x_1^2 + ax_3^2x_2^4 + bx_1^3x_2^3 = 0$$

s kollineací $r = 10$, $k = 3$;

(8) $$x_3^4x_2^2 + ax_3^2x_1^3x_2 + bx_1^6 + cx_1x_2^5 = 0$$

s kollineací $r = 10$, $k = 3$;

(9) $$x_3^4x_1x_2 + ax_3^2x_1^4 + bx_2^6 = 0,$$

jež má kollineaci s periodou $r = 14$, $k = 3$;

(10) $$x_3^4x_2^2 + ax_3^2x_1^4 + bx_1x_2^5 = 0,$$

invariantní při kollineaci s periodou $r = 14$, $k = 9$. Konečně

(11) $$x_3^2(a_1x_1^4 + a_2x_2^4) + bx_1^5x_2 + cx_1x_2^5 = 0,$$

jejíž kollineace má $r = 8$, $k = 7$;

(12) $$x_3^2x_1^4 + ax_1^5x_2 + bx_2^6 = 0,$$

jejíž kollineace má $r = 10$, $k = 9$.

19. Zbývá vyšetřiti kollineace periody $r > 6$, jichž žádná mocnina není homologií; perioda takové kollineace je buď prvočíslo nebo číslo složené. Budeme se zabývati napřed kollineacemi, jichž perioda (> 6) je prvočíslo.

Na stranách invariantního trojúhelníku existuje podřazená projektivnost. Projektivnost ta nemůže býti ovšem na žádné straně identická (neboť kollineace nemůže býti při periodě $r > 6$ homologií); protože pak perioda její je větší než 6 a křivka má jenom 6 průsečíků s přímkou, má křivka všechny své průsečíky se stranami trojúhelníku v jeho vrcholech. Duálně musí tečny křivky ve vrcholech trojúhelníku býti stranami jeho.

Křivka musí procházeti aspoň dvěma vrcholy trojúhelníku; kdyby totiž procházela pouze jedním vrcholem, protínala by ji protější strana mimo vrcholy trojúhelníku. Může tedy křivka jíti buď dvěma nebo třemi vrcholy trojúhelníku invariantního; buďtež to vrcholy (100) a (010), po případě také (001).

Kollineaci supponujeme opět ve tvaru

$$x_1':x_2':x_3' = \alpha x_1 : \alpha^k x_2 : x_3,$$

kde $\alpha^r = 1$; za r klademe postupně 7, 11, 13, 17, . . .

Typy invariantních sextik nalezneme tím způsobem, že vyšetříme všechny možné případy, kdy dva nebo tři vrcholy trojúhelníku jsou body křivky buď jednoduchými nebo násobnými. V každém případě vybereme z obecné rovnice sextiky nejprve ty členy, jež odpovídají jednak povaze vrcholů trojúhelníku jako bodů na křivce, jednak povaze stran jeho jako tečen křivky. Některé členy současně z těchže důvodů vyloučíme. Ze zbývajících členů obecné rovnice křivky 6. stupně buď další členy jako přípustné vyhledáme na základě supponované kollineace nebo nepřípustné vyloučíme obdobnými úvahami o polárách vrcholů trojúhelníku vzhledem ke křivce.

20. Jde-li křivka pouze dvěma vrcholy invariantního trojúhelníku, musí aspoň jeden z nich býti násobný, aby mohla býti splněna podmínka, že křivka má strany trojúhelníku protínati jen ve vrcholech. Může tedy jeden vrchol trojúhelníku býti násobným, druhý jednoduchým bodem křivky nebo oba body násobnými.

Budiž vrchol (100) bodem dvojnásobným, vrchol (010) jednoduchým bodem na křivce. V bodě prvém musí křivka míti dvě různé tečny, strany trojúhelníku, z nichž jedna ($x_2 = 0$) má dotyk pětibodový, druhá ($x_3 = 0$) dotyk čtyrbodový s křivkou; v druhém bodě musí třetí strana ($x_1 = 0$) trojúhelníku býti tečnou křivky s dotykem šestibodovým. Dle toho musí rovnice invariantní sextiky obsahovati členy $x_1^4 x_2 x_3$, $x_2^5 x_1$, x_3^6 a nesmí obsahovati mnohé členy (16), jež odporují uvedeným supposicím.

Vytčené členy jsou invariantní při kollineaci s periodou 19 a rovnicí $x_1':x_2':x_3' = \alpha x_1 : \alpha^{15} x_2 : x_3$. Zbývající možné členy

(9) obecné rovnice 6. stupně nemají té vlastnosti. Členy tyto odpadají také na základě úvahy o 1. a 2. poláře bodu (100) vzhledem k uvažované křivce; tato kvintika (rozpadající se v kvartiku a přímku) resp. kvartika (jež se rozpadá v kuželosečku a 2 přímky) musí totiž míti také (jako sextika) všechny své průsečíky se stranami invariantního trojúhelníku v jeho vrcholech.

I vychází jako typ autokollineární sextiky

(1) $$a_1 x_1^4 x_2 x_3 + a_2 x_1 x_2^5 + a_3 x_3^6 = 0,$$

invariantní při kollineaci periody $r = 19$, $k = 15$.

21. Předpokládejme dále, žě vrchol (100) je trojnásobným bodem křivky, (010) bodem jednoduchým. Podobnými úvahami jako v odst. 20. dospějeme k dvěma typům invariantních sextik:

(2) $$a_1 x_1^3 x_2 x_3^2 + a_2 x_1^2 x_2^3 x_3 + a_3 x_1 x_2^5 + a_4 x_3^6 = 0,$$

jejíž kollineace má periodu $r = 7$, $k = 4$;

(3) $$a_1 x_1^3 x_2^2 x_3 + a_2 x_1 x_2^5 + a_3 x_3^6 = 0,$$

jež připouští kollineaci periody $r = 13$, $k = 5$.

Za supposice, že (100) je čtyrnásobným bodem křivky, (010) bodem jednoduchým, může rovnice sextiky míti tvar

$$a_1 x_1^2 x_2^3 x_3 + x_1 (a_2 x_2^5 + a_3 x_2^4 x_3 + a_4 x_2^3 x_3^2 + a_5 x_2^2 x_3^3 + a_6 x_2 x_3^4) + \\ + a_7 x_3^6 = 0.$$

Avšak 1. polára bodu (100) vzhledem k této křivce musí strany invariantního trojúhelníku protínati pouze ve vrcholech jeho; bodem (010) neprochází, i musí průsečíky s $x_1 = 0$ míti jen ve vrcholu (001). Tím odpadají v rovnici její všechny členy až na první dva. I nalézáme jako typus invariantní sextiky

$$a_1 x_1^2 x_2^3 x_3 + a_2 x_1 x_2^5 + a_3 x_3^6 = 0,$$

příslušný ke kollineaci s periodou $r = 7$, $k = 4$; typ tento je však speciálním případem nahoře uvedeného typu (2).

Jiné zde možné tvary rovnic nevedou k autokollineárním sextikám vyšetřovaných period.

Je-li konečně vrchol (100) bodem pětinásobným, vrchol (010) jednoduchým bodem křivky 6. stupně, dospíváme k sextice typu

$$a_1x_1x_2^5 + a_2x_3^6 = 0,$$

jejíž kollineace má však libovolnou periodu (jak nalezeno už v odst. 13.).

22. Jsou-li oba vrcholy trojúhelníku, jimiž křivka 6. stupně prochází, jejími body násobnými, postupujeme při vyšetřování týmž pořádkem a obdobnými úsudky, jak uvedeno. Nalezneme, že supposice bodu trojnásobného a dvojnásobného, potom supposice bodu čtyrnásobného a dvojnásobného nevedou k cíli.

Za předpokladu, že body (100) a (010) jsou oba dvojnásobnými na křivce a že speciálně jeden je uzel a druhý hrot, odvodíme nový typ autokollineární sextiky

$$(4) \qquad a_1x_1^4x_2x_3 + a_2x_1^2x_2^4 + a_3x_1x_2^2x_3^3 + a_4x_3^6 = 0,$$

invariantní při kollineaci s periodou $r = 7$, $k = 3$.

Supposice dvou bodů trojnásobných poskytuje křivku s rovnicí

$$a_1x_1^3x_2^3 + a_2x_1^2x_2^2x_3^2 + a_3x_1x_2x_3^4 + a_4x_3^6 = 0,$$

která však je invariantní při kollineaci s libovolnou periodou $r\,(k = r - 1)$.

23. Obrátíme se nyní ke křivkám, jež procházejí třemi vrcholy invariantního trojúhelníku kollineace. Sextika má buď ve všech těchto vrcholech body jednoduché nebo ve dvou nebo v jednom nebo v žádném; v ostatních vrcholech má pak body násobné.

Jsou-li všechny tři vrcholy trojúhelníku jednoduchými body na křivce, musí strany jeho býti tečnami křivky v bodech těch s dotykem pětibodovým ($x_2 = 0$ ve vrcholu (100) atd.). Rovnice sextiky musí míti členy $x_1^5x_2$, $x_2^5x_3$, $x_3^5x_1$ a nesmí míti 15 členů obecné rovnice 6. stupně, které nesouhlasí s uvedenou povahou vrcholů a stran trojúhelníku; může tedy míti dalších 10 členů.

Avšak 1. polára vrcholu (100) vzhledem k sextice musí protínati strany invariantního trojúhelníku jen ve vrcholech jeho a speciálně stranu $x_1 = 0$ jen ve vrcholu (010); neboť $x_2 = 0$ není tečnou křivky v jednoduchém bodě (001). Cyklicky obdobné věty platí o 1. polárách ostatních dvou vrcholů. Na

základě toho odpadají z dotčených možných členů rovnice sextiky všechny až na člen $x_1^2x_2^2x_3^2$.

I nalézáme tak sextiku s rovnicí

$$(5) \qquad a_1x_1^5x_2 + a_2x_2^5x_3 + a_3x_3^5x_1 + a_4x_1^2x_2^2x_3^2 = 0,$$

která je vskutku autokollineární; příslušná kollineace jest $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$, kde $\alpha^7 = 1$.

Téhož výsledku dojdeme druhým způsobem (uvedeným v odst. 19.), jehož také v ostatních případech bylo použito. Nalezneme totiž nejprve, že rovnice obsahující jen členy $x_1^5x_2$, $x_2^5x_3$, $x_3^5x_1$, jež jsou tam při supponované povaze vrcholů a stran trojúhelníku nutny, je invariantní pro kollineaci periody 7 ($k = 3$). Z ostatních přípustných členů rovnice 6. stupně je téhož druhu pouze člen $x_1^2x_2^2x_3^2$.

24. Z křivek 6. stupně, jež mají v jednom vrcholu invariantního trojúhelníku bod násobný, v druhých dvou pak body jednoduché, příslušejí ke kollineaci s periodou rovnou prvočíslu následující dva typy:

$$(6) \qquad a_1x_1^4x_2^2 + a_2x_2^5x_3 + a_3x_3^5x_1 = 0,$$

invariantní při kollineaci periody $r = 17$ s rovnicí $x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$; ve vrcholu (100) má křivka ta bod dvojnásobný s tečnou $x_2 = 0$, v ostatních dvou vrcholech má tečny $x_3 = 0$ a $x_1 = 0$ s dotykem čtyrbodovým a pětibodovým.

$$(7) \qquad a_1x_1^3x_2^3 + a_2x_2^5x_3 + a_3x_3^5x_1 = 0,$$

invariantní při kollineaci s periodou $r = 13$ a rovnicí

$$x_1' : x_2' : x_3' = \alpha x_1 : \alpha^8 x_2 : x_3;$$

ve vrcholu (100) má sextika tato bod trojnásobný s třemi splývajícími tečnami $x_2 = 0$, ve vrcholech (010) a (001) má tečny $x_3 = 0$ a $x_1 = 0$ s dotykem trojbodovým resp. pětibodovým.

25. Zbývá vyšetřiti sextiky, které mají ve dvou vrcholech trojúhelníku body násobné a v třetím bod jednoduchý nebo ve všech třech body násobné.

Nalezneme uvedeným způsobem tyto typy autokollineárních sextik:

$$(8) \qquad a_1x_1^4x_2^2 + a_2x_1^2x_2^3x_3 + a_3x_1x_3^5 + a_4x_2^4x_3^2 = 0$$

s dvojnásobnými body ve vrcholech (100) a (010), invariantní při kollineaci periody $r=7$, $k=2$.

(9) $$a_1x_1{}^3x_2x_3{}^2+a_2x_1{}^2x_2{}^4+a_3x_1x_3{}^5+a_4x_2{}^3x_3{}^3=0$$

s bodem trojnásobným v (100) a dvojnásobným v (010), invariantní při kollineaci s periodou $r=7$, $k=5$; za supposice bodu čtyrnásobného v (100) a dvojnásobného v (010) obdržíme speciální případ tohoto typu ($a_1=0$).

(10) $$a_1x_1{}^3x_2{}^3+a_2x_1{}^2x_3{}^4+a_3x_1x_2{}^4x_3+a_4x_2x_3{}^5=0$$

s bodem trojnásobným v (100) a dvojnásobným v (010), invariantní při kollineaci s periodou $r=7$, $k=2$; předpoklad dvou bodů trojnásobných v těchže vrcholech vede k speciálnímu případu, kde $a_3=0$.

(11) $$a_1x_1{}^3x_2{}^3+a_2x_1x_3{}^5+a_3x_2{}^4x_3{}^2=0$$

rovněž s bodem trojnásobným a dvojnásobným je invariantní při kollineaci s periodou $r=11$, $k=3$.

Sextiky s násobnými body ve třech vrcholech invar. trojúhelníku neposkytují, pokud jsou možny, žádný autokollineární typus sem příslušný.

26. Křivky 6. stupně, jichž kollineace má za periodu číslo větší než 6 a složené, můžeme hledati tím, že v rovnicích nalezených už sextik vynecháváme některé členy, zkoušejíce, zdali zkrácená rovnice (pokud se ovšem nerozkládá) připouští kollineaci, jejíž perioda jest násobek původní periody. Toto zmenšování počtu členů v rovnici křivky, jež souvisí se zvyšováním periody příslušné kollineace, stačí zajisté prováděti do tří členů; neboť křivky s rovnicemi o dvou členech buď se rozpadají nebo připouštějí kollineaci libovolné periody. Mimo to není ovšem už třeba vyšetřovati rovnice křivek invariantní při kollineacích, jež samy nebo ve vyšší mocnině jsou homologické.

I nalezneme nově křivky:

(1) $$a_1x_1{}^3x_2{}^3+a_2x_1x_2{}^4x_3+a_3x_3{}^6=0,$$
(2) $$a_1x_1{}^2x_2{}^4+a_2x_2{}^5x_3+a_3x_3{}^5x_1=0,$$

jež obě jsou invariantní při kollineaci periody 9 $x_1':x_2':x_3'=$ $=\alpha x_1:\alpha^2x_2:x_3$.

(3) $$a_1x_1^5x_2 + a_2x_2^5x_3 + a_3x_3^5x_1,$$

která je invariantní při kollineaci s periodou 21 $x_1':x_2':x_3' = \alpha x_1:\alpha^{17}x_2:x_3$ (nebo $= \alpha^5x_1:\alpha x_2:x_3$), kde tedy $\alpha^{21} = 1$. Sextika tato jest speciální případ křivek, z nichž jedna připouští kollineaci $x_1':x_2':x_3' = \beta x_1:\beta^3x_2:x_3$, $\beta^7 = 1$, druhá kollineaci $x_1':x_2':x_3' = \gamma x_1:\gamma^2x_2:x_3$, $\gamma^3 = 1$.

27. Typy autokollineárních křivek 6. stupně v rovině, jak nalezeny byly předcházejícím vyšetřováním, sestavíme ke konci přehledně podle periody automorfních kollineací jejich. Rovnice sextik při tom poněkud upravíme jak v pořádku členů (po případě také záměnou souřadnic pro jednotnost a vzájemnou souvislost některých speciálních případů s obecnějšími), tak v koefficientech (vhodnou volbou bodu jednotkového v soustavě souřadnic za tím účelem, aby v rovnicích zůstaly pouze obecné koefficienty, jež smějí jednotlivě býti rovny nule). U typů s kollineacemi vyšší periody vytčeny příslušné typy obecnější s kollineacemi periody nižší (vyjma typ invariantní při involutorní homologii, k němuž jest ovšem speciální každý typ s periodou sudou).

Některé podrobnosti o jednotlivých křivkách a jejich kollineacích uvedeny jsou na těch místech, kde případy ty byly odvozeny, kamž se také odkazuje. Tyto a jiné vlastnosti (na př. počet a jakost bodů násobných, inflexe, rod a pod.) plynou snadno z rovnice křivek a povahy automorfních kollineací, zejména také z té okolnosti, že křivky ty jsou invariantní při cyklických grupách tolika kollineací, kolik udává perioda jejich.

Ke každému typu připojena příslušná kollineace tím, že místo rovnice její $x_1':x_2':x_3' = \alpha^l x_1:\alpha^m x_2:\alpha^n x_3$ (kde ovšem $\alpha^r = 1$) připsán stručně poměr $\alpha^l x_1:\alpha^m x_2:\alpha^n x_3$.

1) Perioda $r = 2$:

$$ax_3^6 + x_3^4f^{(2)}(x_1, x_2) + x_3^2f^{(4)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0, \quad x_1:x_2:-x_3,$$

α_1) $a \neq 0$; α_2) $a = 0$, $f^{(2)}(x_1, x_2) \not\equiv 0$; α_3) $a = 0$, $f^{(2)}(x_1, x_2) \equiv 0$

[odst. 2.—4.]

2) $r = 3$:

α) $ax_3^6 + x_3^3f^{(3)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0$, $x_1:x_2:\alpha x_3$,

α_1) $a \neq 0$; α_2) $a = 0$ [odst. 5.]

β) $a_1x_1^6 + a_2x_2^6 + a_3x_3^6 + b_1x_1^3x_2^3 + b_2x_2^3x_3^3 + b_3x_3^3x_1^3 + c_1x_1^4x_2x_3 + c_2x_1x_2^4x_3 + c_3x_1x_2x_3^4 + dx_1^2x_2^2x_3^2 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 9. (1)]

γ) $a_1x_1^5x_2 + a_2x_2^5x_3 + a_3x_3^5x_1 + b_1x_1^2x_2^4 + b_2x_2^2x_3^4 + b_3x_3^2x_1^4 + c_1x_1^3x_2^2x_3 + c_2x_1x_2^3x_3^2 + c_3x_1^2x_2x_3^3$ [odst. 9. (2)]

3) $r = 4$:

α) $x_3^4f^{(2)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0$, $x_1 : x_2 : ix_3$ [odst. 6.]

β) $x_1^4(a_1x_2^2 + a_2x_3^2) + x_1^2(b_1x_2^3x_3 + b_2x_2x_3^3) + c_1x_2^4x_3^2 + c_2x_2^2x_3^4 + d_1x_2^6 + d_2x_3^6 = 0$, $ix_1 : -x_2 : x_3$ [odst. 10. (1)]

γ) $ax_1^6 + bx_1^4x_2x_3 + x_1^2(c_1x_2^4 + c_2x_2^2x_3^2 + c_3x_3^4) + d_1x_2^5x_3 + d_2x_2^3x_3^3 + d_3x_2x_3^5 = 0$, $ix_1 : -x_2 : x_3$ [odst. 10. (2)]

4) $r = 5$:

α) $x_3^5f^{(1)}(x_1, x_2) + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0$, $x_1 : x_2 : \alpha x_3$ [odst. 7.]

β) $ax_1^6 + bx_1^4x_2x_3 + cx_1^2x_2^2x_3^2 + x_1(d_1x_2^5 + d_2x_3^5) + x_2^3x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 11. (1)]

γ) $ax_1^6 + bx_1^3x_2x_3^2 + cx_1^2x_2^3x_3 + x_1(d_1x_2^5 + d_2x_3^5) + x_2^2x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 11. (2)]

δ) $x_1^4x_2^2 + x_2^4x_3^2 + x_1^3x_3^3 + ax_1^2x_2^3x_3 + bx_1x_2x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 11. (3)]

5) $r = 6$:

α) $x_3^6 + f^{(6)}(x_1, x_2) = 0$, $x_1 : x_2 : \alpha x_3$ [odst. 8.; spec. k 2α)]

β) $a_1x_1^6 + a_2x_2^6 + a_3x_3^6 + bx_1^3x_2^3 + cx_1^3x_2x_3^2 + d_1x_2^4x_3^2 + d_2x_2^2x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 12. (2); spec. k 2α)]

γ) $a_1x_1^6 + a_2x_2^6 + a_3x_3^6 + bx_1^4x_2x_3 + cx_1^2x_2^2x_3^2 + dx_2^3x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 12. (1); spec. k 2β)]

δ) $a_1x_1^4x_2^2 + a_2x_2^4x_3^2 + a_3x_3^4x_1^2 + bx_1^2x_2^3x_3 + cx_2x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 12. (3); spec. k 2γ)]

6) $r = 7$:

α) $ax_1^3x_2x_3^2 + bx_1^2x_2^3x_3 + x_1x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^4 x_2 : x_3$ [odst. 21. (2)]

β) $x_1^4x_2x_3 + x_1^2x_2^4 + ax_1x_2^2x_3^3 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 22. (4)]

γ) $x_1^5x_2 + x_2^5x_3 + x_3^5x_1 + ax_1^2x_2^2x_3^2 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 23. (5)]

δ) $x_1^4x_3^2 + ax_1^2x_2x_3^3 + x_1x_2^5 + x_2^2x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 25. (8)]

ε) $ax_1^3x_2x_3^2 + x_1^2x_2^4 + x_1x_3^5 + x_2^3x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3$ [odst. 25. (9)]

ζ) $x_1^3x_2^3 + x_1^2x_3^4 + ax_1x_2^4x_3 + x_2x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 25. (10)]

7) $r = 8$:

α) $x_1^6 + a_1 x_1^4 x_2^2 + a_2 x_1^2 x_2^4 + x_2^6 + x_1 x_2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3$ [odst. 16. (1); spec. k 3α)]

β) $a_1 x_1^5 x_2 + b x_1^3 x_2^3 + a_2 x_1 x_2^5 + (x_1^2 + x_2^2) x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3$ [odst. 16. (2); spec. k 3α)]

γ) $x_1^4 x_2^2 + a x_1^2 x_2 x_3^3 + x_2^4 x_3^2 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 18. (4); spec. k 3β)]

δ) $x_1^4 x_2^2 + a x_1^2 x_2^3 x_3 + b x_2^4 x_3^2 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 18.(5); spec. k 3β)]

ε) $x_1^6 + a x_1^2 x_2^2 x_3^2 + b_1 x_2^5 x_3 + b_2 x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 18. (1); spec. k 3γ)]

ζ) $a x_1^4 x_2 x_3 + x_1^2 (x_2^4 + x_3^4) + x_2^3 x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 18. (6); spec. k 3γ)]

η) $x_1^2 (x_2^4 + x_3^4) + a_1 x_2^5 x_3 + a_2 x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 18. (11); spec. k 3γ)]

8) $r = 9$:

α) $a x_1^4 x_2^2 + b x_1^2 x_2 x_3^3 + x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ [odst. 17.(1); spec. k 2α)]

β) $a x_1^4 x_2^2 + b x_1 x_2^5 + (x_1^3 + x_2^3) x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^4 x_2 : x_3$ [odst. 17.(3); spec. k 2α)]

γ) $x_1^3 x_2 x_3^2 + x_2^6 + a x_2^3 x_3^3 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 17. (4); spec. k 2α)]

δ) $x_1^3 x_2^3 + x_1 x_2^4 x_3 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 26. (1); spec. k 2β)]

ε) $x_1^2 x_2^4 + x_2^5 x_3 + x_3^5 x_1 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 26. (2); spec. k 2γ)]

9) $r = 10$:

α) $x_1^6 + a_1 x_1^4 x_2^2 + a_2 x_1^2 x_2^4 + b x_2^6 + x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 15. (1); spec. k 4α)]

β) $x_1^6 + a x_1^3 x_2 x_3^2 + x_1 x_2^5 + x_2^2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 18. (8); spec. k 4γ)]

γ) $x_1^3 x_2 x_3^2 + x_1^2 x_2^4 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ [odst. 18. (2); spec. k 4γ)]

δ) $x_1^2 x_2^4 + x_2^5 x_3 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$ [odst. 18. (12); spec. k 4γ)]

ε) $x_1^3 x_2^3 + x_2^4 x_3^2 + x_3^4 x_1^2 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 18. (7); spec. k 4δ)]

10) $r = 11$:

$x_1^3 x_2^3 + x_2^4 x_3^2 + x_3^5 x_1 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 25. (11)]

11) $r = 12$:

α) $a_1 x_1^5 x_2 + b x_1^3 x_2^3 + a_2 x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ [odst. 14. (1); spec. k 5α) a 3γ)]

β) $x_1^6 + a x_1^3 x_2^3 + x_2^6 + x_1 x_2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3$ [odst. 16. (3); spec. k 5γ) a 3α)]

γ) $x_1^6 + a x_1^3 x_2^3 + b x_2^6 + x_2^2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^9 x_2 : x_3$ [odst. 16. (4); spec. k 5β) a 3α)]

δ) $x_1^6 + x_2^6 + a x_1^3 x_2 x_3^2 + b x_2^2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 17. (2); spec. k 5β) a 3β)]

ε) $x_1^3 x_2^3 + x_2^4 x_3^2 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^3 x_2 : x_3$ [odst. 17. (5); spec. k 5β) a 3γ)

12) $r = 13$:

α) $x_1^3 x_2^2 x_3 + x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3$ [odst. 21. (3)]

β) $x_1^3 x_2^3 + x_2^5 x_3 + x_3^5 x_1 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^8 x_2 : x_3$ [odst. 24. (7)]

13) $r = 14$:

α) $x_1^3 x_2 x_3^2 + x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{11} x_2 : x_3$ [odst. 18. (3); spec. k 6α)]

β) $x_1^4 x_2 x_3 + x_1^2 x_2^4 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{10} x_2 : x_3$ [odst. 18. (9); spec. k 6β)]

γ) $x_1^4 x_3^2 + x_3^4 x_2^2 + x_2^5 x_1 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^9 x_2 : x_3$ [odst. 18. (10); spec. k 6δ)]

14) $r = 15$:

α) $x_1^6 + a x_1^3 x_2^3 + b x_2^6 + x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 15. (2); spec. k 4α) a 2α)]

β) $x_1^6 + x_1 x_2^5 + x_2^3 x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ [odst. 17. (6); spec. k 4β) a 2α)]

15) $r = 17$:

$x_1^4 x_2^2 + x_2^5 x_3 + x_3^5 x_1 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ [odst. 24. (6)]

16) $r = 18$:

α) $x_1^4 x_2^2 + x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^7 x_2 : x_3$ [odst. 14. (2); spec. k 8α) a 5α)]

β) $x_1^3 x_2 x_3^2 + x_2^6 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{15} x_2 : x_3$ [odst. 17. (7); spec. k 8γ) a 5β)]

17) $r = 19$:

$x_1^4 x_2 x_3 + x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{15} x_2 : x_3$ [odst. 20. (1)].

18) $r = 20$:

α) $x_1^6 + x_1^2 x_2^4 + x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 15. (3); spec. k 9α)]
β) $x_1^6 + x_1 x_2^5 + x_2^2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{13} x_2 : x_3$ [odst. 16. (5); spec. k 9β)]

19) $r = 21$:

$x_1^5 x_2 + x_2^5 x_3 + x_3^5 x_1 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{17} x_2 : x_3$ [odst. 26. (3); spec. k 6γ) a 2γ)]

20) $r = 24$:

α) $x_1^5 x_2 + x_1 x_2^5 + x_3^6 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^{19} x_2 : x_3$ [odst. 14. (3); spec. k 11α) a 7ε)]
β) $x_1^6 + x_2^6 + x_1 x_2 x_3^4 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^5 x_2 : x_3$ [odst. 16. (6); spec. k 11β) a 7α)]

21) $r = 25$:

$x_1^6 + x_1 x_2^5 + x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 15. (4); spec. k 4α)],

22) $r = 30$:

$x_1^6 + x_2^6 + x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$ [odst. 14. (4); spec. k 14α), 9α) a 5α)]

23) r libovolné:

α) $x_1^6 + a x_1^4 x_2 x_3 + b x_1^2 x_2^2 x_3^2 + x_2^3 x_3^3 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^2 x_2 : x_3$
β) $x_1^6 + x_2 x_3^5 = 0$, $\alpha x_1 : \alpha^6 x_2 : x_3$.

V Brně v dubnu 1913.

XIV.

Beiträge zur Naturgeschichte von Lumbriculus.

Von
Prof. Dr. **Alois Mrázek**, Prag.

Mit 13 Textabbildungen.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

Vor mir liegt ein stattlicher Haufen teilweise umfangreicher Arbeiten, die sich sämtlich mit *Lumbriculus variegatus*, einem unserer gemeinsten Süsswasseroligochaeten befassen. Man sieht aber an dieser Form bei näherem Studium sehr deutlich, wie wir noch weit entfernt sind von einer

einigermassen tieferen Einsicht in die Biologie und Ethologie der niederen Tiere.

Zu der *Lumbriculus*-Literatur habe ich selbst vor einigen Jahren einen grösseren Beitrag geliefert. Seit dieser Zeit aber behielt ich Lumbriculus stets im Auge. Ich hätte dies getan, auch ohne einige später erschienenen und auf meine Arbeit Bezug nehmenden Arbeiten. Auch hätte ich zu einigen Angaben und Ansichten dieser neueren Arbeiten schon längst Stellung nehmen können, aber ich wollte dies nur auf Grund eines neuen Tatsachenmaterials tun. Eben deshalb, weil ich im Laufe der Jahre so vertraut mit *Lumbriculus* in seinen natürlichen Verhältnissen wurde, erkannte ich die Schwierigkeiten einer sicheren Lösung mancher Probleme. Ich sah, dass es notwendig ist, sich mit der gesamten Oekologie und Ethologie des Tieres intensiv zu befassen, dass etwa ein Herausheben eines einzelnen experimentellen Problems sehr leicht zu einseitigen Trugschlüssen führen kann.

Ich habe meine Untersuchungen deshalb auf einer möglichst grossen Basis durchgeführt. Je nach dem Zweck und Umständen habe ich verschiedene Methoden angewandt, anatomisches Studium, physiologische Versuche und vergleichendes exaktes Studium der Naturverhältnisse. Meine Untersuchungen erstrecken sich auf einen Zeitraum mehrerer Jahre und auf eine grosse Zahl von Lokalitäten, von welchen einige, leichter zugängliche, streng kontrolliert und unzähligemale besucht wurden.

Ich bin mir bewusst, dass auch durch meine Arbeit noch nicht alle Fragen und Erscheinungen erschöpfend dargestellt sind, wie ich denn auch selbst wieder bereits mit neuen Untersuchungen beschäftigt bin. Aber ich hielt es für nützlich, die Resultate meiner Forschungen, soweit sie einigermassen abgeschlossen sind, zu publizieren.

Prag, Ende September 1913.

Zur Oecologie des Lumbriculus variegatus.

Lumbriculus bewohnt oft in ungeheuerer Individuenzahl viele unserer stehenden oder fliessenden Gewässer. Obgleich er ein ganz gewöhnliches oft zu interessanten Regene-

rationsversuchen benütztes Objekt ist, existiert keine neuere ausführlichere Schilderung der Biologie resp. Oekologie des Wurmes. Man findet nur vereinzelte Angaben und Beobachtungen in den einzelnen Spezialarbeiten. Die meisten finden sich in den Arbeiten v. WAGNER's. Ich werde in der folgenden Darstellung in mancher Beziehung von den Ansichten v. WAGNER's, wie er sie besonders in seiner Arbeit v. J. 1906 entwickelt hat, abweichen, und andere, wie es mir scheint, richtigere Ansichten vertreten, aber diese Meinungsdifferenzen beweisen nur, wie bisher die biologisch-ethologische Forschungsrichtung, ganz einseitig zugunsten der morphologisch-systematischen bei den niederen Vertebraten vernachlässigt wurde.

Lumbriculus ist sehr plastisch in seinen Wohnungsverhältnissen, kommt oft sowohl an steinigem, resp. sandigem Boden wie auf Schlammboden vor. Doch wird er gewöhnlich als ein Schlammbewohner bezeichnet. Es ist aber nicht richtig, wenn man sagt, dass er z. B. Schlammboden bevorzugt, und dies dadurch unterstützt, dass in einer Anzahl von Fundstellen, deren Boden schlammfrei war, Lumbriculus nicht vorkam. Wenn ein Tier auf einer Lokalität fehlt, so können die Ursachen davon sehr verschieden sein und man kann von einer Bevorzugung nur dann sprechen, wenn auf einer und derselben Fundstelle der Wurm verschiedene Bodenverhältnisse zur Auswahl hat. Solchen Fällen begegnen wir tatsächlich z. B. bei uns in den Seitenarmen der Moldau oder Elbe. Hier wechseln kurze Strande mit feinem Sand, mit gröberem Steingeröll, Wasserpflanzenrasen und schleimigem Schlamm. Und da kann man sich leicht überzeugen, dass der *Lumbriculus* die Uferzone bevorzugt, dass er die dickeren tieferen Schlammschichten meidet. In solchen oft nur einige Meter breiten Fundorten kommt auch ein anderer Lumbriculide, die *Rhynchelmis limosella* vor, und man macht bald die Erfahrung, dass obgleich die Tiere scheinbar dicht neben einander leben, es dem, in der Wirklichkeit nicht so ist. Dorthin, wo man in einer solchen Lokalität in einer reichlichen Zahl *Lumbriculus* findet, verirrt sich nur selten ein Stück *Rhynchelmis*, und umgekehrt in den mittleren mit Schlamm bedeckten Partieen, von welchen ich viele *Rhynchel-*

mis zu Tage beförderte, fand ich nur selten einen Lumbriculus. *Lumbriculus* ist wohl auch an Schlamm gebunden, Schlamm gehört auch gewissermassen mit zu seiner Nahrung, aber die Schlammschicht braucht und darf auch keine zu tiefe sein. In feinem Sand vermag er schlecht sich wühlend fortzubewegen, aber gröberer Sand resp. Steingeröll, dessen Zwischenräume von Schlamm gefüllt sind und der äusserlich von einer nur einige Millimeter tiefen Schicht Schlammes bedeckt ist, sind für ihn offenbar sehr günstige Lebensbedingungen. Am Schlammboden finden wir den *Lumbriculus* nur dann in reichlicher Menge, wenn der Schlamm durchdrungen resp. bedeckt ist von abgefallenen Blättern, Zweigenbruchstücken etc.

Dies hängt zusammen mit den biologischen Eigenschaften von *Lumbriculus*. Derselhe baut keine Schlammröhren, er ist ein frei bewegliches Tier. Mag er auch zeitweise nach der Art der Tubificiden sich gebärden, so wird er sicher in der Natur sich viel von Ort zu Ort bewegen. Und ich glaube, dass hier seine thigmotaktischen Reaktionen eine Rolle spielen. Er braucht eine festere Unterlage zum Kriechen etc. Und deswegen finden wir ihn eben zwischen dem Gewirr von verwesenden Blättern, Kiefernadeln, dürren Ästchen, deswegen trifft man ihn an verkrochen in dichtem Pflanzenrasen oder in *Fontinalis*büschen.

Damit hängt auch zusammen, dass *Lumbriculus* vorwiegend in der Strandzone von grösseren resp. fliessenden Gewässern und zwar in dieser Strandzone am reichlichsten gerade in der Nähe des Niveaus des Wasserspiegels vorkommt. Auch in kleineren Tümpeln, deren Ufer flach und mit Blättern bedeckt ist, kommt *Lumbriculus* zwischen den Blättern, welche an der Peripherie liegen, festere Schichten bilden und wo die Oberseiten der obersten Blätter schon ausserhalb Wassers sich befinden und trockene Oberfläche zeigen, vor.

Durch seine Eigenschaften unterscheidet sich *Lumbriculus* biologisch beträchtlich von *Tubifex* und den Tubificiden überhaupt, hat aber viel gemeinschaftliches mit den zwei anderen Lumbriculiden-Arten, die ich aus eigener Erfahrung kenne. Und schon aus diesem Grunde wäre es fraglich, dass *Lumbriculus* in einer Art von symbiotischen Bezie-

hungen zu *Tubifex* stände. Aber aus vielen anderen Beobachtungen etc. müssen wir schliessen, dass es eine solche Symbiosis nicht gibt. Wenn man *Tubifex* und *Lumbriculus* zusammen in einem kleinen Aquarium oder Behälter hält, so müssen sich die Tiere am Ende zusammenfinden, aber in der Natur gibt es nicht eine solche Symbiose, wenigstens nicht, wenn man den Begriff der Symbiose nicht zu frei anwendet. Es kommen zwar sehr oft *Tubifex* und *Lumbriculus* auf denselben Lokalitäten vor, aber das bedeutet noch nicht eine Vergesellschaftung.

Unsere Kenntnisse der Lebensweise der Oligochaeten überhaupt sind noch zu sehr lückenhaft, als dass ein sicheres Urteil über die Gesetzmässigkeit des Zusammenlebens möglich wäre auch in Fällen, die viel einfacher scheinen, z. B. innerhalb der Familie der *Tubificiden* allein! Sehr oft begegnet man auf einer Stelle 10 und mehr verschiedenen Tubificidenarten (*Limnodrilus, Tubifex, Potamothrix, Spirosperma, Ilyodrilus* etc.).*) Verfolgt man aber die Sache genauer, so findet man, dass die Vergesellschaftung auch hier oft nur eine sehr lose ist, so dass man kaum noch berechtigt ist, diese Vergesellschaftung besonders hervorzuheben. Die Bodenverhältnisse können auch an ganz kleinem Raum sehr verschiedenartig gestaltet sein, und offenbar bevorzugen die einzelnen *Tubificiden*, die scheinbar ganz ähnlich leben, womöglich besondere Verhältnisse. Dies findet seinen Ausdruck in dem Umstand, dass die proportionelle Zusammensetzung einer Tubificidenpopulation an dicht nebeneinander ligenden Stellen sehr wechselt und man kleinere Bezirke findet, wo ganz reine *Tubifex-*, *Limnodrilus-*, *Ilyodrilus*-Kulturen vor-

*) Ich führe die Namen der verschiedenen Tubificidengattungen nach der älteren, früher üblichen Benennung an. Dies geschieht aus dem Grunde, dass ich die neuere Systematik resp. Nomenclatur der Tubificiden, wie sie seit der Bearbeitung der Oligochaeten im Tierreich seitens Michaelsens üblich ist, für vollkommen verfehlt halte. Insbesondere kann ich es nicht begreifen, wie derjenige, welcher grössere Zahl der Arten gründlich und hauptsächlich am lebenden Tiere in ihrer Gesammtorganisation untersucht hat, die Gattung *Tubifex* in der Michaelsenschen Fassung anerkennen kann. Hoffentlich finde ich demnächst Gelegenheit auf diese Frage in einer speziellen Arbeit näher einzugehen.

kommen. Wenn die Sachen sich so schon innerhalb der Familie der Tubificiden verhalten, so ist es viel weniger möglich von einer Vergesellschaftung zwischen *Tubifex* und *Lumbriculus* zu sprechen. Beide Formen sind sehr plastisch in Hinsicht auf die äusseren Lebensbedingungen und können auf sehr verschiedenen Bodenformationen vorkommen. Infolge dessen treten sie sehr oft in denselben Lokalitäten auf, also nebeneinander. Aber sie leben auch hier eigentlich getrennt von einander, in keiner Symbiose.

Aber gewisse Grenzen sind auch hier gegeben. Sowohl *Tubifex* als auch *Lumbriculus* kommen auch ganz getrennt von einander vor und ein langjähriges Studium der Verhältnisse unserer Süsswasserfauna hat mich belehrt, das gerade an ihren typischesten Lokalitäten beide Formen nicht vergesellschaftet erscheinen. *Tubifex* hat seine typischen Lokalitäten, wo ausser ihm nichts anderes vorkommt, manchmal kaum andere Tubificiden, und ebenso auch *Lumbriculus.*

Die *Lumbriculus*-Fundorte kann man ungefähr in drei Kategorien einteilen. Fliessende Gewässer und deren Nebenarme, grössere oder kleinere stehende Gewässer oft mit reichlichem Pflanzenwuchs und einer sehr verschiedenartigen und reichen Fauna und endlich die typischesten *Lumbriculus*-Fundorte, an welchen das sonst plastische Tier sozusagen doch in seinem eigentlichsten Element sich befindet, kleinere mitunter ganz kleine Tümpel mit oft flachen Ufern meistens Waldtümpel; oft nur Graben entlang der Waldwege oder entlang des Waldrandes, deren Boden von einer Schicht Zweigstücken, Blättern etc. bedeckt ist, wie das bereits erwähnt wurde. Einen solchen typischen Fundort habe ich auf unserer Fig. 1. photographiert. Sobald man an eine ähnliche Lokalität kommt (natürlich habe ich die Verhältnisse in unseren Gegenden im Auge), so kann man gewiss sein, dass man *Lumbriculus* oft in zahllosen Mengen finden wird. Pflanzen fehlen in solchen Tümpeln gänzlich.

Nur am Ufer, besonders da, wo grössere Steine sich befinden, können Moospolster vorkommen, die von Lumbriculen häufig besucht werden. Neben Lumbriculus kommen an solchen Lokalitäten *Cypris*- und *Candona*-Arten, *Bothrioplana* und verschiedene andere Rhabdocoelen, besonders aber

Wasserkäferlarven vor. Zum Teil treten auf diesen Fundstellen die Frühjahrsformen wie *Apus productus*, *Branchipus*, *Diaptomus castor* etc. auf.

Einige ganz ergiebige Fundstellen können weit von Wald oder Bäumen überhaupt entfernt sein, sind aber biologisch, was die Zusammenstellung der Bewohner anbelangt, ganz gleicher Natur. Es sind das tümpelartige Vertiefungen des Bodens, wo das Wasser über einer mehr oder minder



Fig. 1. Typischer *Lumbriculus*-Tümpel in einem lichten Eichenwald der Elbeniederung. (Aus der Umgebung von Čelakovice, photogr. im April 1908.)

mächtigen Lage grösserer Steine steht, die teilweise von Polstern und Büschen des Wassermooses umwachsen und bedeckt sind. Und auf den Steinen zwischen und unter dem Moos findet man die Lumbriculi.

Eine Erscheinung aus der Oecologie wäre noch zu erforschen. Manche der Fundorte von *Lumbriculus* trocknen in der heissen Jahreszeit aus. Es frägt sich, ob *Lumbriculus* ein wirkliches Austrocknen zu überstehen vermag und auf welche Weise. Für den nächsten Verwandten des *Lumbriculus* die Claparedeilla, habe ich unlängst (Mrázek 1913) die Enzy-

stierungsfähigkeit als das Mittel nachgewiesen, durch welches dieser Wurm auf solchen Lokalitäten sich behaupten kann Für *Lumbriculus* lässt sich in dieser Beziehung heute nichts Bestimmtes auszusagen. Ich habe in der letzten Zeit eine Lokalität untersucht, wo im Frühjahr die Lumbrikeln sehr zahlreich waren. Im Sommer trocknete der Tümpel aus Ich sammelte viel Bodenmaterial (Laub etc.) und übergoss es zu Hause mit Wasser. Trotz des eifrigen Suchens konnte ich keine Würmer und auch keine Cysten finden. Nach drei Tagen bemerkte ich jedoch einige ganz kleine *Lumbriculus*-stücke in den Gefässen. Kämen die Tiere aus Cysten hervor, so könnte man erwarten, dass die Würmer zahlreicher auftreten würden, aber später zeigten sich schon keine weiteren Lumbrikel in dem bezüglichen Material.

Die Bewegungen von Lumbriculus.

Auch über dieses Thema finden sich zerstreute Notizen in der Literatur und es wird angemessen sein, in dieser Arbeit den Bewegungen von *Lumbriculus* ein besonderes wenn auch vorläufig kleines Kapitel zu widmen.

Lumbriculus baut wie erwähnt keine Röhren, lebt ganz frei. In der Ruhelage ragt ein grösserer oder kleinerer Teil der hinteren Partie frei in das Wasser hervor, während der Vorderkörper im Grundschlamm etc. vergraben ist. Wenn ich diese bekannte Tatsache ausdrücklich hervorhebe, so geschieht das deswegen, weil nach Morgulis »they can be seen on the bottom with their tails deeply embedded in the mud, and with the anterior parts of the body extending out like poles, always at an acute angle with the levels of the bottom«. Diese Angabe Morgulis ist absolut falsch; sie beruht auf ungenauer Beobachtung.

Wenn ich den Termin Ruhelage angewandt habe, so ist das nur mit einer gewissen Einschränkung richtig. Das Tier ist auch während dieser Zeit tätig. Das Hervorragen des Schwanzendes steht im Zusammenhang mit der Respiration, und soweit es man in den Zuchtgefässen beobachten kann (da wo die Kopfenden nahe der Glaswand zu liegen kommen), können die Kopfenden teilweise doch hiebei Bewegungen

usführen, indem sie mit der ausgestülpten Pharynx den lgenbelag etc. von den verwesenden Blättern abschaben. Verden die Tiere beunruhigt, so ziehen sie sich wie auch ndere Oligochaeten in solchen Stellungen zu tun pflegen, litzschnell in den Grundschlamm zurück. Aber die Lumbri- uli kriechen oft umher in oder auf der obersten Schicht der len Boden der Lokalität bedeckenden Blätterlage oder ver- riechen zwischen das Ästegewirr von Wasserpflanzen, ins- esondere in die Fontinalispolster.

Bei den sich frei bewegenden Tieren, d. h. Tieren, deren orderteil nicht unter Blätter oder Schlamm vergraben ist, eigt sich die Reaktion bei Berührung, Erschütterung etc. n ganz anderer aber sehr charakteristischer Weise. Die Tiere chnellen sich ganz nach der Art der Schlangenbewegung litzartig empor nach vorne, so dass sie für einige Augen- licke eigentlich schwimmen. Genau dasselbe Verhalten zeigt lie verwandte Gattung *Claparedeilla* während bei *Rhynchelmis* lie Reaktion nur schwach angedeutet erscheint. Durch diese Bewegungsweise geschieht es, dass, wenn man mit einer weit- alsigen Flasche ganz behutsam das Wasser von der oberen Blätterschicht schöpft, man stets einige Tiere erwischt, oder dass nan, wenn man mit einem Netz über dem Boden fährt, aber o dass womöglich kein Schlamm und keine Blätter in das Netz gelangen, oft zahlreiche Individuen erwischt. Tubificiden rbeutet man auf eine solche Weise keine.

Schlangenartig sich windend findet man die Tiere auf len aus dem Bodenschlamm herausgehobenen Blättern und lie Schlängelung charakterisiert auch den langsam auf der benen Unterlage des Beobachtungsgefässes hinkriechenden Vurm. Bei dieser Bewegung streckt sich das Tier rhytmisch edeutend und zieht sich zusammen in schlängelnden Win- lungen. Einzelne Punkte des Körpers werden bei einer olchen Bewegung immer wieder zuerst etwas rückwärts geschoben, um dann weiter nach vorne befördert zu werden Die Schwanzspitze wird stets nur nachgezogen; sie beteiligt ich nicht aktiv an dem Fortkriechen. Beobachtet man in ler Gefangenschaft zahlreicheres Material, so begegnet man ehr oft Fällen, wo die Bewegungen der Tiere nicht koordi- iert sind, wo sich der Vorderteil und Hinterteil des Tieres

in entgegengesetzter Richtung (Fig. 2 a) bewegen. Dann wir das ganze Tier abwechselnd hin- und hergeschoben, ohn kaum vom Fleck kommen zu können. Zeigt sich aber dies Erscheinung an so gekrümmtem Tiere wie in Fig. 2b, s schieben sich auch solche Individuen rasch vorwärts.

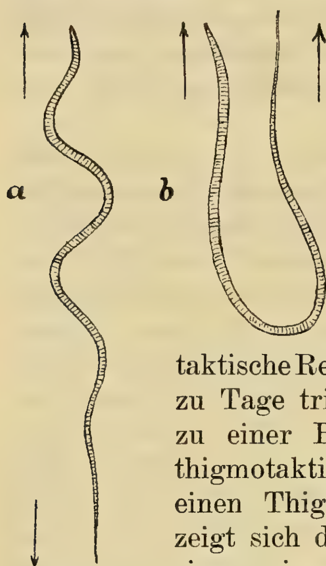


Fig. 2. Zur Bewegungsweise von *Lumbriculus.*

Mit anderen Süsswasseroligo chaeten hat der *Lumbriculus* die Ei genschaft der thigmotaktischen Re aktionen gemein. Diese Reaktione äussern sich in der Gefangenschaf oft in der eigentümlichen Weise dass eine Anzahl von Individue sich zu einem einzigen Klumpen zu sammenballt.*) Doch muss hervor gehoben werden, dass diese thigmo taktische Reaktion nur unter besonderen Umstände zu Tage tritt. Meistens gelingt es nicht, die Tier zu einer Ballenbildung zu bewegen. Die einzig thigmotaktische Reaktion, soweit es hier noch mi einen Thigmotaxis überhaupt noch zu tun ist zeigt sich dadurch an, dass die Tiere besonders i einem viereckigen Gefäss den Kanten des Gefässe entlang sich bewegen. Doch ich will mich hie nicht über diese Fragen verbreitern, da ich übe die bereits begonnenen eingehenderen Untersuchun gen ähnlicher Fragen seinerzeit berichten werd

Die Färbung von Lumbriculus.

Lumbriculus pflegt von allen Untersuchern als seh variabel in seiner Färbung bezeichnet zu werden. Und e wird auch angeführt, dass die Färbung von einer Lokalit zur anderen wechselt, und dies teilweise in Zusammenhan gebracht mit der Nahrung, resp. mit der Beschaffenheit d mit der Nahrung aufgenommenen Grundschlammes.

Eine gewisse Variabilität existiert zwar natürlich, ab diese Variabilität ist nicht so gross auf verschiedenen Lok

*) Nach MORGULIS können einen solchen Klumpen 20— Würmer bilden, aber ich habe beobachtet, dass auch eine vielme grössere Individuenzahl solche Gesellschaften bilden kann.

itäten. Man muss immer nur Tiere mit einander vergleichen, die wirklich ihrer Grösse, inneren anatomischen Beschaffenheit, Herkunft etc. nach verglichen werden dürfen.

Die Färbung ist keineswegs einfach bedingt durch die Beschaffenheit und Farbe der aufgenommenen Nahrung. Das lässt sich durch einfachen Versuch beweisen. Isoliert man einen frisch gefangenen Lumbriculus im reinen Wasser, so wird nach wenigen Stunden der Darmtraktus grösstenteils entleert, aber an der allgemeinen Färbung ändert sich hiebei sehr wenig. Erst nach einigen Tagen, wenn man die Tiere hungern lässt, verändert sich das Farbenbild etwas. Die Transparenz des Körpers wird verändert, die kontraktilen ampullenartigen Partien des Blutgefässsystems werden deutlicher etc. Insbesondere ist es auch wahrscheinlich, dass die Leibesmuskulatur gewisse Veränderungen erlitten hat.

Dass die Nahrung nur in einem indirekten Zusammenhang mit dem allgemeinen Farbenbild steht, welchen nur die Tiere bieten, erhellt auch aus dem Vergleich mit verwandten Formen und z. B. auch Tubificiden. Von diesen kommen oft an 10 verschiedene Arten dicht neben einander vor, welche alle dieselbe Nahrung aufnehmen und doch hat eine jede Art ihre eigene spezifische Färbung, nach der sie von einem Geübten sofort erkannt werden kann.

Das äussere Farbenbild eines Oligochaeten und in unserem Fall, speziell des *Lumbriculus* ist eine Erscheinung, die auf eine sehr komplizierte Weise zu Stande gebracht wird. Sie hängt ab von Hypodermis, Hautmuskulatur, Darmdrüsen etc. und zwar nicht nur von ihrer Eigenfarbe, sondern besonders auch von ihrer anatomischen Beschaffenheit, Dicke, Transparenz etc. ab.

Die für *Lumbriculus* charakteristische Opalescenz der Körperoberfläche, die auch v. WAGNER hervorhebt, ist meiner Ansicht nach bedingt durch die Beschaffenheit des Hautmuskelschlauches, sie wiederkehrt bei allen Formen, die relativ viel fester sind und eine mächtigere Längsmuskellage besitzen (*Haplotaxis*, *Limnodrilus* z. B.)

Natürlich wird die Farbe von Lumbriculus auch durch Pigmentstoffe bedingt. Die Farbe der Chloragogenzellen, die roten überall durchdringenden Blutgefässe tragen sehr viel

zum äusseren Farbenhabitus eines *Lumbriculus* bei. Zum grossen Teil wird aber das charakteristische Aussehen des *Lumbriculus* durch das Vorhandensein eines besonderen grünen Pigmentes bedingt. Insbesondere ist das Vorderende regelmässig grünlich gefärbt. Nach Vejdovský »Das Vorderende ist immer etwas grünlich oder grünschwarz, was von dem Pigmente herrührt, welches namentlich die den Darmkanal bedeckenden Drüsen erfüllt.« v. Wagner zittiert diesen Satz, ohne bestimmtere Angaben über das Pigment selbst zu machen, obgleich er dann später an mehreren Stellen von der Farbe spricht und insbesondere auch die Rolle des Pigments bei dem endgültigen Zustandekommen der Egalisierung der Regenerate hervorhebt. Auch Morgulis führt die Worte Vejdovský's an, fügt noch hinzu, dass »this green pigment is arranged segmentally in seven to eight very deeply coloreds bands, which give to the head a striped appearance.« Etwas weiter lesen wir: »Heads regenerating from any other level of the worm's body, far away from the pigmented region, are also without pigment.« (l. c. p. 572). Sonst aber finden wir auch bei Morgulis wieder keine nähere anatomische Angaben über das grüne Pigment.

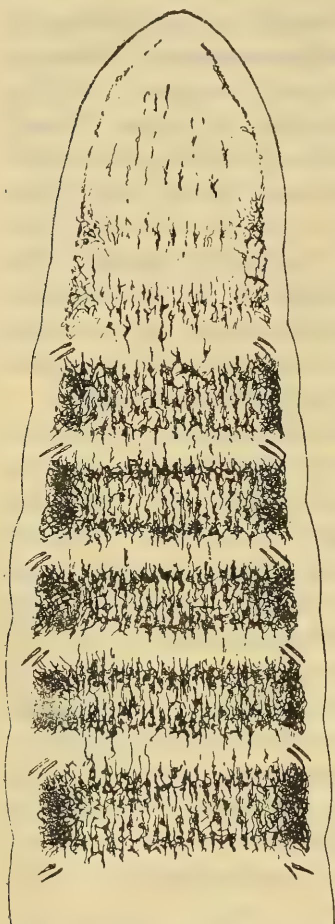


Fig. 3. Das Vorderende von *Lumbriculus*, die Pigmentreihen zeigend. (Nach einem ungefärbten Totalpräparat.)

Morgulis hat die Pigmentationverhältnisse des Kopfes und der Kopfregenerate auch in die Beweiskette gegen das Vorhandensein einer propagativen Teilung bei Lumbriculus hineingezogen. Aus diesem Grunde erwuchs für mich die Notwendigkeit mich einge-

hender mit der Pigmentfrage zu beschäftigen und ich will in diesem allgemeinen Kapitel zunächst die nötige anatomische Basis schaffen für die Besprechung der regenerativen Vorgänge, die in einem der folgenden Teile dieser Arbeit unternommen wird.

Die grüne Pigmentation ist besonders an dem auch sonst noch physiologisch und anatomisch als ein besonderer Körperabschnitt sich präsentierenden Vorderende entwickelt. Es tritt hier deutlich als eine Anzahl von Querbändern auf, aber man sieht, dass diese Bänder eigentlich Doppelbänder darstellen und intersegmental gelagert sind. Die proximale Partie des Bandes liegt über dem Hinterteil eines Segmentes die distale Partie aber bereits über der vorderen Partie des nächstfolgenden Segments. Das Dunkelolivgrüne Pigment löst sich nicht in Alkohol, wenigstens nicht bei einer nur kurzen Einwirkung und man kann sich deshalb an rasch eingebetteten Tieren an den ungefärbten Schnittpräparaten sehr schön vom Sitz des Pigments überzeugen. Man sieht, dass wir es hier mit wirklichen, selbstständigen Pigmentzellen zu tun haben. Diese liegen der Längsmuskelschicht der Leibeswand von innen an und dringen mit verästelten Fortsätzen zwischen die einzelnen Muskelbündel radiär bis dicht zu der Ringfaserschicht heran. (Fig. 4.) Durch diese engen Beziehungen zu dem Längsmuskelnsystem ist es erklärlich, dass innerhalb der Querbänder wieder eine longitudinal verlaufende Streifung zu finden ist, und dass mehr nach Hinten zu, wo die pigmentierten Querbänder verschwinden und die Pigmentmenge gewöhnlich stark abnimmt, die Pigmentflecken deutlich in zwei rechtwinckelig sich kreuzenden Systemen angeordnet sind, und dass ausserdem bei Kontraktionen des Wurmleibes die Längsreihen einen deutlich

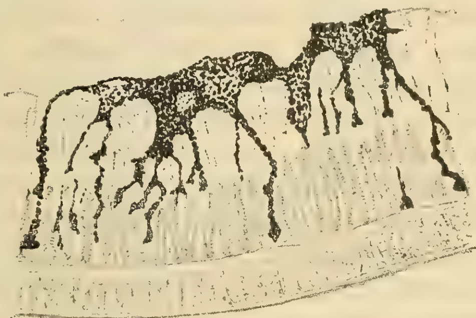


Fig. 4. Pigmentzellen und ihre topographische Lagerung. (Teil eines ungefärbten Schnittes bei starker Vergrösserung.)

welligen Verlauf annehmen. An Querschnitten lässt sich sehen, dass die Menge und Verteilung des Pigments auf der Rückenseite in der Längsrichtung innerhalb des Einzelnsegments bedeutend wechselt, u. dass auch seitlich und ventral die Pigmentverteilung zonenweise Modifikationen zeigt. (Fig. 5*a*, *b*.) Dadurch erklärt sich auch das Zustandekommen der am Vorderende oft so scharf auftretenden Querbänder. Wie erwähnt nimmt gewöhnlich das Pigment nach Hinten ab, aber es muss bereits hier hervorgehoben werden, dass bei intakten Würmern, d. h. im ursprünglichen, alten Gewebe, die Pigmentzellen, wenn auch in verminderter Zahl in allen Regionen vorkommen und bis zur Schwanzspitze sich erstrecken können. Das grüne Pigment entwickelt sich in den Regeneraten zwar auch, aber in gewisser Ausdehnung erst nach Verlauf einer gewissen Zeit. Das ist begreiflich bei der topographischen Lage der Pigmentzellen und ihrer Ausläufer, abgesehen davon, dass die Bildung des Pigments in erster Linie von Stoffwechselprozessen abhängig ist. Es muss zuerst die Muskelschicht ein gewisses Stadium erreichen, ehe es zur Pigmentbildung kommen kann. Wahrscheinlich aber wird das verschiedenartige farbige Aussehen der Tiere, was die Verhältnisse des grünen Körperpigments anbelangt, mit den regenerativen Erscheinungen in Verbindung stehen und sich durch dieselben erklären lassen.

Wie ich eingangs bemerkt habe, variert der Farbenhabitus der *Lumbriculus* nicht so gross, wie es meine Vorgänger behauptet haben. Ich betrachte eigentlich die Dinge von einem ganz anderen Gesichtspunkte aus. Ich gebe zu, dass die einzelnen Individuen in der Färbung variieren können, teilweise in Einzelnfällen ganz beträchtlich, aber ich habe für diese Variation die verschieden starke Ausbildung des eigentlichen grünen Pigments, resp. seiner Träger, der Pigmentzellen verantwortlich gemacht. Sonst ist aber für mich der allgemeine Farbengrundton massgebend, und dieser ist, wie ich behaupte, meistens derselbe, nur die Intensität ändert sich.

Nur einmal habe ich etwas ganz anderes gesehen. Ich habe in diesem Jahre eine mir früher unbekannt gebliebene Lumbriculidenform zu beobachten die Gelegenheit gehabt,



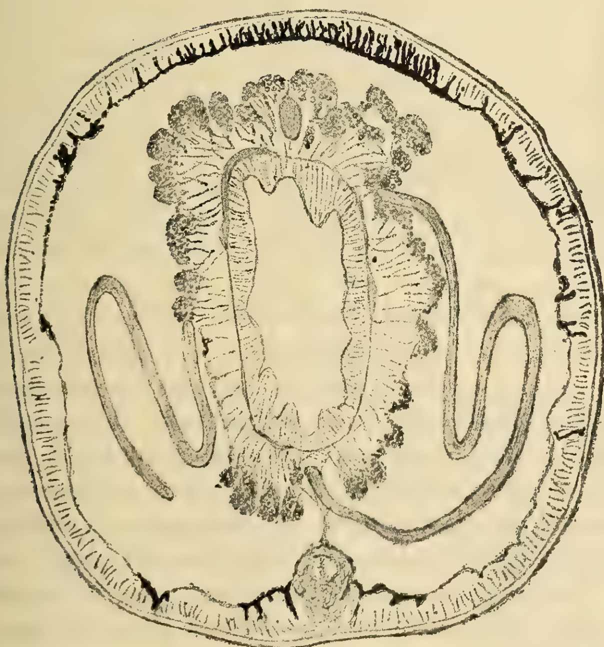


Fig. 5 *a*, *b*). Zwei Querschnitte durch dasselbe Segment die Verteilung des Pigments zeigend. (Nach einem ungefärbten Präparat.)

nämlich eine *Claparedeilla*-Art (Mrázek 1913). Ich habe dieselbe möglicherweise schon in früheren Jahren gesehen, aber dann wahrscheinlich für einen »variabel« gefärbten Lumbriculus gehalten, da sie dem Lumbriculus in Grösse und Habitus sehr ähnlich erscheint. Entgegen dem schwach karminroten Grundton von *Lumbriculus* ist die *Claparedeilla* von einer mehr orangegelben Grundfarbe. *Claparedeilla* kommt teilweise zusammen mit *Lumbriculus* auf denselben Lokalitäten vor, und da fand ich in diesem Frühjahr in einem kleinen austrocknenden Tümpel Lumbriculi, die genau dieselbe Färbung aufgewiesen haben, wie die mit ihnen in Gemeinschaft lebende *Claparedeilla*, so dass ich jetzt beim Sammeln umgekehrt wieder unsere Würmer für *Claparedeilla* hielt.

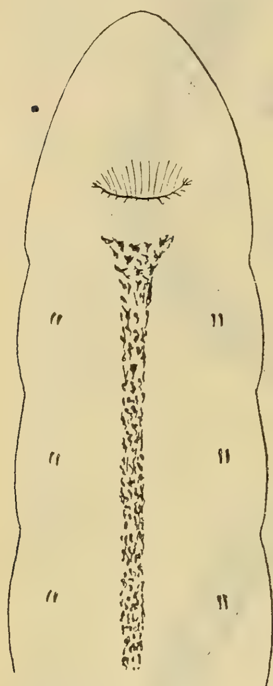


Fig. 6. Der weissliche Pigmentstreifen der Unterseite von *Lumbriculus.*

Im Anschluss an die Besprechung der Färbung von *Lumbriculus* will ich noch eine Erscheinung kurz erwähnen, von welcher ich bisher nicht feststellen konnte, ob sie schon bekannt ist. Beobachtet man einen grösseren Wurm von der Unterseite, so sieht man schon mit dem blossen Auge in der Medianlinie des Körpers über dem Bauchnervenstrang sich hinziehende weissliche Linie, die sich unter einer starken Luppenvergrösserung in weisse Pünktchen zerlegt. Es handelt sich hier (Fig. 6.) um verästelte Zellen, die in mehreren Reihen angeordnet sind und mit gelbbraunen Pigmentkörnern gefüllt sind, welche beim auffallenden Licht die Zellen weiss erscheinen lassen. Die Menge des Pigments variiert bedeutend und bei manchen Individuen ist das ganze Gebilde kaum wahrnehmbar. Durch Alkohol scheint das Pigment löslich zu sein und ich habe bisher auf Schnitten vergeblich nach der genauen Lage der betreffenden Zellen gesucht, und kann vorläufig nicht sagen, ob sie mit dem Nervensysteme in einem Zusammenhang stehen und in welchem.

Teratologische Erscheinungen an den Exkretionsorganen.

Mit eigentlichen anatomischen Untersuchungen habe ich mich bei meinen *Lumbriculus*-Studien nicht befasst. Doch habe ich eine Beobachtung gemacht, von welcher ich annehme, dass es nicht überflüssig sein wird, dieselbe zu erwähnen. In der hinteren Körperhälfte von *Lumbriculus,* da wo die Beschaffenheit der Körperdecke eine genauere Untersuchung zulässt, habe ich gefunden, dass die Exkretionsorgane viele Besonderheiten aufweisen. In einzelnen Segmenten können gewöhnlich auf einer Seite die Exkretionsorgane ganz fehlen. In anderen Fällen lässt sich jedoch beobachten, wie die Exkretionskanäle über mehrere (3) Segmente hinziehen, wie es z. B. bei *Trichodrilus* normalerweise der Fall sein kann. Auch beobachtete ich, wie der Gang von dem Wimpertrichter auf die andere Seitenhälfte des Segmentes hinübertritt. Einigemale glaubte ich sogar mit Sicherheit annehmen zu müssen, dass die Exkretionsorgane einzelner nachfolgender Segmente miteinander verbunden sind. Eingehenderes, erschöpfendes Studium dieser Erscheinungen, wenn es auch wünschenswert wäre, würde jedoch, besonders was die nötige exakte bildliche Darstellung anbelangt, sehr zeitraubend sein. Da ich nicht in der Lage bin, ein solches Studium jetzt vorzunehmen, so begnüge ich michmit diesem kurzen Hinweis. Sicher haben wir es zu tun mit teratologischen Erscheinungen in den Regeneraten. Wir hätten in dem Exkretionsapparate eine Parallele zu der Teratologie des Geschlechtskomplexes.

Geschlechtliche Fortpflanzung.

Es war nach meinem Dafürhalten wichtiges Ergebnis meiner Studien über die Geschlechtsverhältnisse von *Lumbriculus,* dass die alte Annahme von dem seltenen Vorkommen und der Verborgenheit der geschlechtsreifen Lumbriculi abgetan wurde. Ich kann es nach meinen fortwährend sich kummulierenden persönlichen Erfahrungen gar nicht begreifen, wie Zoologen, welche nach Geschlechtsindividuen von *Lumbriculus* fahndeten, es eigentlich zustande brachten, keine zu finden! Aber ich sehe auch wie es eben schwer ist, alte Annahmen auszurotten. So lese ich z. B. bei einem Oligo-

chaetenspezialisten (Friend, 1912, p. 99.): »Very rarely found in the adult condition.« Freilich ist dieser Passus gefolgt von einer anderen ebenfalls längst abgetanen Fabel: »The worm often divides into two or more portions when handled or under examination.« Seit der Publikation meiner Arbeit habe ich in den verflossenen 7 Jahren unzähligemal Geschlechtsindividuen von *Lumbriculus* zu sehen die Gelegenheit gehabt.

Ich wiederhole es deshalb hier nochmals: Geschlechtsreife Lumbrikeln treten auf einer jeden der von mir untersuchten Lokalitäten ganz regelmässig jedes Jahr auf. Wer sie wirklich sucht und suchen versteht, der muss sie finden!

Sonst aber bieten die biologischen Verhältnisse der Geschlechtsperiode von *Lumbriculus* viele interessante Besonderheiten, die teilweise schon in meiner ersten Arbeit berührt wurden, zum Teil erst durch die fortgesetzten mehrjährigen Untersuchungen entdeckt worden sind. Die Zeit des Auftretens der Geschlechtsindividuen, die relative Zahl derselben etc. können stark variieren.

Zunächst ist es sicher, dass man am regelmässigsten im Sommer solche Individuen findet. Ich habe aber inzwischen die Erfahrung gemacht, dass man auch zu anderen Zeiten Geschlechtsindividuen finden kann.

Sehr interessante Verhältnisse wies der Tümpel am Moldauufer bei Chuchle auf. Diese Lokalität, durch einen Kanal mit dem Flusse verbunden, ist eine äusserst ergiebige Fundstelle, die von Prag aus leicht mit Dampfer erreichbar ist. Hier fand ich geschlechtsreife Lumbrikel in den Sommermonaten Juni, Juli, August 1912, zwar vereinzelt aber doch nicht so selten, so dass ich an einer Exkursion 10 Stück erbeuten konnte und insgesamt 35 Stück sammelte. Auch als ich diese Lokalität am 20. Oktober besuchte, konnte ich Geschlechtsindividuen beobachten. Die günstigen Wetterverhältnisse gestatteten eine bis auf das kalte Wasser bequeme Revision der Fundstelle noch am 20. Dezember, wobei wieder ein geschlechtsreifes Tier zu Vorschein kam. Ende Februar, nach dem Eisgang fand ich dann von neuem einige geschlechtlich entwickelte Exemplare. Auf dieser Lokalität werden die Tiere offenbar zu einer jeden Jahreszeit geschlechtsreif,

doch ist immer nur ein kleiner Prozentsatz der Tiere geschlechtsreif.

Dieser Fund könnte den Gedanken erwecken, dass sich vielleicht die Sachen überall so verhalten werden, wenn man nur zu allen Jahreszeiten die Lokalitäten gründlich durchsuchen könnte. Doch dies braucht nicht der Fall zu sein, denn die Erfahrungen des diesjährigen Frühjahrs haben mir die biologischen Unterschiede einzelner Lokalitäten klar demonstriert. Auf der einen Lokalität konnte man Ende April nur die allerersten Anfänge beginnender Bildung der Geschlechtsorgane nachweisen, während ich an anderen Lokalitäten schon weit vorgeschrittene, mit blossem Auge sofort erkennbare Exemplare bereits von Mitte März an antraf. Auch die Zahlverhältnisse verhielten sich sehr verschieden. Auf der einen Lokalität waren die Geschlechtstiere nur als kleiner Bruchteil der ganzen Individuenzahl vorhanden, auf anderen Lokalitäten traten sie schon zahlreicher auf, in einer Lokalität jedoch hat mich das Auftreten der Geschlechtsindividuen wirklich überrascht. Es ist dies der Waldtümpel unweit der Bahnhaltestelle Jirná. Hier besass ein volles Drittel der Individuen Geschlechtsorgane, so dass ich an einer einzigen Exkursion (am 23. März) über 100 solcher Exemplare sammelte.

An einem solchen reichlichen Material konnte ich nun sowohl durch Zuchtversuche zu Hause als auch durch zahlreiche Besuche der Lokalität wichtige Aufschlüsse über eine Frage gewinnen, die mich bereits in meiner ersten Arbeit interessiert hatte, da sie von Bedeutung ist für die Beurteilung des Verhältnisses der geschlechtlichen und ungeschlechtlichen Fortpflanzung. Es ist dies die Frage nach der Zeit, welche die volle Ausbildung des Geschlechtsapparates in Anspruch nimmt. Diese Frage nahm noch an Gewicht zu, seitdem ich in einer Lokalität, wie oben angeführt wurde, geschlechtsreife Individuen vereinzelt zu allen Jahreszeiten angetroffen hatte. Es könnte vielleicht möglich sein, dass es die Eigenschaft des *Lumbriculus* ist, dass nicht alle Individuen zugleich geschlechtsreif werden, dass aber nach und nach alle Individuen im Laufe des Jahres doch die Geschlechtsreife

erlangen. Dass dies nicht der Fall sein kann, beweisen eben die an dem Fundorte von Jirná gemachten Erfahrungen.

Der erste Besuch, welcher diesem Fundort gewidmet wurde, datierte den 16. März 1913. Ich sammelte nur 60 Exemplare und unter diesen zeigte nur ein einziges deutliche Spuren beginnender Geschlechtsperiode. Nach einer Woche am 22. März fanden sich bereits 60 Geschlechtsindividuen zwischen 200 gesammelten und bei diesem Verhältnis blieb es ungefähr bis in den Monat Mai. Ende März waren die Exemplare in der Genitalgegend deutlich angeschwollen, die männlichen Atrien und der gesamte männliche Teil des Geschlechtsapparates offenbar vollkommen fertig, die Eibildung aber erst in einem der Anfangsstadien. Zwei Wochen später schienen die Tiere in der Ausbildung des Eimaterials schon weit vorgeschritten zu sein, aber die nach Hause gebrachten Tiere zeigten kein Zeichen einer Eiablage und Coconbildung. Erst bei den am 1. Mai gesammelten Tieren war die verdickte Hypodermis in der Genitalgegend wie milchig angehaucht, und die durchschimmernden Eier haben eine oranggelbe Färbung angenommen. Diese Tiere schritten auch sofort in den Zuchtgefässen zu der Eiablage, denn ich fand schon am nächsten Morgen an einzelnen Eichenblättern meistens flach angeklebte Cocons.

Der ganze Prozess, vom ersten äusserlich sichtbaren Zeichen beginnender Bildung von Gonaden und übrigen Geschlechtsorganen bis zur Entleerung der Eiersäcke und nachfolgender vollständiger Resorbtion des Geschlechtsapparates nimmt sicher einen Zeitraum von mehr als drei Monaten in Anspruch.*)

Fälle, wo die Geschlechtsperiode so stark bei einem grossen Teil der Individuen auftritt, sind aber offenbar von seltenerem Vorkommen. Als Regel habe ich in den vielen Jahren, wo ich die Lumbrikeln mit besonderer Aufmerksamkeit sammle, gefunden, dass die Geschlechtsindividuen nur als Einzelnfälle vorkommen, und einen oft sehr geringen

*) Dies gilt natürlich für die Temperaturverhältnisse der Frühlingsperiode. Möglicherweise könnte ja die Zeitdauer je nach der Jahressaison etwas schwanken.

Bruchteil der Gesamtzahl der Individuen bilden. Deshalb wird auch, wenn die Geschlechtsbildung zu einer jeden Zeit continuierlich geschieht, im Laufe des Jahres doch nur ein kleiner Prozentsatz der Individuen die Geschlechtsreife erlangen.

Schon durch frühere Untersuchungen (meine eigenen und auch fremde) wurde festgestellt, dass die Variabilität des Geschlechtsapparates auf verschiedenen Fundorten sich sehr verschieden verhält.

Weitere diesbezügliche Beobachtungen bringen die folgenden Zeilen. Die neuen Beobachtungen verdienen Beachtung nach zwei Seiten hin. Zuerst weil sie zeigen, dass unter gewissen Umständen die Variabilität sich bedeutend verringern kann. Dann aber auch deshalb, weil durch sie bewiesen wird, dass die vorkommende Variation qualitativ charakterisiert erscheint. In erster Beziehung kann angeführt werden, dass die 35 geschlechtsreifen Individuen, die am Anfang Sommer 1912 bei Chuchle in einem seitlichen Moldauarm resp. Tümpel gesammelt wurden, alle ganz normal die paarigen Atrien am 8. Körpersegment besassen.

Auch von dem zahlreichen Material dieses Frühjahrs aus Jirná kann etwas ähnliches berichtet werden. Die meisten Tiere besassen paarige männliche Atrien am 8. Segment, nur ein kleiner Prozentsatz zeigte assymetrische Reduktionen, d. h. nur einseitige, unpaare Atrien.*) Eine Variabilität bestand freilich auch in diesem beiden, sonst meistens normalen Material, nämlich in der Zahl der Spermatheken, die in grösserer Zahl vorhanden waren. Doch ist dies von einer untergeordneter Bedeutung gegen die normalen Verhältnisse der Atrien.

Etwas ganz abweichendes fand ich im Juli 1911 in einem Waldtümpel bei Čelakovice. Hier fand ich auf einer Exkursion insgesamt 10 geschlechtsreife Individuen,

*) Eine eingehende anatomische Analyse des riesigen Materials habe ich nicht durchgeführt, da diese zeitraubende Arbeit durch meine frühere Arbeit überflüssig geworden ist. Ich habe mich mit der Durchmusterung in toto der fixierten Objekte begnügt, da die Atrien gut sichtbar sind. Einige Stichproben habe ich aber doch zur Kontrolle in Schnittserien zerlegt.

welche bedeutende Variationen der Lage etc. der männlichen Atrien zeigten. Ich habe diese Varianten auf unserer Fig. 7 dargestellt.

Das numerische Verhältnis der einzelnen Varianten war wie folgt:

Normale Atrien am	8.	Segment	bei . . .	3	Individuen
» » »	9.	»	» . . .	1	»
» » »	10.	»	» . . .	3	»
» » »	11.	»	» . . .	2	»
Überzählige Atrien am	10. u. 11.	Segment	bei	1	»
				10	Individuen.

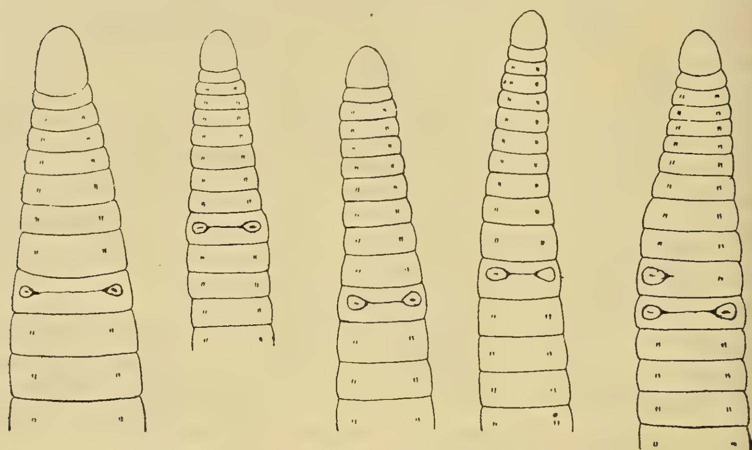


Fig. 7. Varianten der Ausbildung der männlichen Atrien aus einer Lokalität bei Čelakovice. (Sommer 1911.)

Es ist hier sofort einleuchtend, dass die Variabilität in diesem Falle bestimmt gerichtet ist. Man kann eine Verschiebung nach hinten konstatieren, und ich wäre geneigt, diesen Fall mit hypertypischen Regeneration in ursächlichen Zusammenhang zu bringen.

Der Fall Wenig's, wo nur einseitige unpaare Atrien gefunden wurden, könnte dann als das gerade Gegenteil angeführt werden, als ein Reduktionsvorgang, einer hypotypischen Regeneration entsprechend.

Wir würden demnach in der Natur dreierlei verschiedenen Verhalten von *Lumbriculus* begegnen, welches gerade bei der Verknüpfung mit der ungeschlechtlichen Fortpflan-

zung eine erhöhte biologische Bedeutung gewinnt. Auf einzelnen Lokalitäten werden die Geschlechtsorgane normal oder ziemlich normal ausgebildet. Die Tiere pflanzen sich in solchen Fundorten entweder vielleicht ausschliesslich oder doch vorwiegend geschlechtlich fort, oder die Regeneration nach der propagativen Teilung ist harmonisch reguliert. Für die auf anderen Lokalitäten vorkommenden Abnormitäten wäre das häufige, resp. regelmässige Eingreifen der Teilungserscheinungen verantwortlich zu machen, oder aber auch Veränderungen der korrelativen Erscheinungen der Fissiparität, die eventuell mit dem Entwicklungsgang derselben zusammenhängen könnten.

Das Studium der Geschlechtsindividuen hat mich überzeugt, dass die Geschlechtsreife erst zu einer bestimmten Zeit eintreten kann. Es können zwar die Tiere mit Geschlechtsorganen an einzelnen Lokalitäten sehr verschiedene Grösse aufweisen, aber das hängt zusammen mit der allgemeinen durchschnittlichen Grösse der Würmer an der betreffenden Lokalität überhaupt und anderseits mit der Lebensgeschichte der Individuen selbst, die kürzere Gestalt ist wohl stets eine Folge vorheriger Teilungen, mögen diese schon propagativer oder nur unfreiwilliger Natur gewesen sein. Stets aber müssen die Individuen ein gewisses Alter erreicht haben, das sich hauptsächlich in der Dicke des Tieres äusserlich präsentiert. Schön illustriert ist das auf der Fig. 10, wo das 5. und 8. Tier (von links gerechnet) ungefähr gleich lang sind, aber das geschlechtsreife (an der verdickten Genitalgegend leicht erkennbare 5.) viel dicker ist als das steril bleibende. Sicher erscheint, dass die Tiere mehrjährig sind, im ersten Jahr kaum die Geschlechtsreife erreichen, vielleicht erst im 2. oder 3. Jahr, und dass sie nicht nach der ersten Geschlechtsperiode absterben, sondern noch weiter leben, und dann später nochmals (ev. mehrmals) zu laichen. Es würde dasselbe Verhalten vorliegen, welches für einen der nächsten Verwandten von *Lumbriculus* für die *Rhynchelmis limosella* gültig ist.

An einzelnen Geschlechtsindividuen habe ich schon früher beobachtet, dass dieselben eine Missbildung des Vorderendes zeigten, als ob sie die ersten 1—2 Segmente infolge

einer Verwundung unlängst verloren hätten. Eine Erklärung dieser Erscheinung brachte mir eine diesjährige Beobachtung. Im April brachte ich etwa fünfzig Stück Geschlechtsindividuen ein und hielt sie in einer Schale zum Zweck der Eiablage. Die Tiere waren aber noch nicht legereif. Ich liess die Tiere ganz unbehelligt und sah nur täglich oder jeden 2. Tag nach, was die Tiere machen. Nach Verlauf von etwa vierzehn Tagen sah ich jedoch, wie fast sämtliche Tiere vorne beschädigt waren, Kopfsegment verloren hatten. Etwas ähnliches habe ich an nicht geschlechtsreifen, sonst aber gleich behandelten Tieren nie gesehen. Entweder ist das Vorderende zur Zeit der Geschlechtsperiode viel empfindlicher als sonst, oder hängt diese Verletzung mit verändertem Gebahren der Tiere, Paarungsversuchen etc. zusammen, welche in den unnatürlichen Verhältnissen des neuen Aufenthaltsortes nicht normal verlaufen konnten und durch die Beschädigung des Vorderendes endeten.

Die Behandlung des Geschlechtsapparates von Lumbriculus will ich zum Schluss zu einer Auseinandersetzung benützen, welche durch eine Arbeit Michaelsen's (1908) veranlasst wurde. Meine Arbeit v. J. 1906 hat Simroth (1907) zu einigen Schlussfolgerungen geführt, die mir selbst ungerechtfertigt erscheinen. Michaelsen in seiner Polemik gegen Simroth bezieht sich an mehreren Stellen auf meine Arbeit. Unter anderem sagt dieser Autor: »Mrázek muss mich übrigens missverstanden haben. So weit, wie er es darstellt, bin ich nie gegangen.« Es freut mich konstatieren zu müssen, dass eigentlich auch Michaelsen meine Ansichten, die vielleicht nicht eindeutig genug stilisiert wurden, missverstanden hat und dass wir nicht so weit auseinandergehen, wie er glaubt. Ich verwerfe nicht die systematisch-vergleichende Methode, meine Ausführungen waren nicht so sehr gegen Michaelsensche Ableitung gerichtet, sondern vielmehr gegen eventuelle Benützung meiner eigenen Befunde zu weitgehenderen systematisch-phylogenetischen Spekulationen. Bereits in meiner früheren Arbeit habe ich auf den Zusammenhang der teratologisch-labilen Beschaffenheit des gesamten Genitalapparates mit den Teilungs- und Regenerationserscheinungen hingewiesen. Und Michaelsen kann zu seiner Genugtuung

aus der vorliegenden Arbeit ersehen, dass ich hier für ihn wohl wichtiges Tatsachenmaterial zusammengebracht habe. Einerseits wurde eine weit bestimmtere resp. wahrscheinlichere Erklärung für die Labilität des Geschlechtsapparates von *Lumbriculus* gegeben, und auf der anderen Seite wurde wieder gezeigt, dass auch bei unserem Wurme die Verhältnisse ganz stabil sein können.

Übrigens kann ich bei dieser Gelegenheit nicht umhin zu bemerken, dass es meiner Ansicht nach, angesichts der bei *Lumbriculus* vorkommenden biologischen Erscheinungen sehr wünschenswert wäre, wenn die hochinteressanten baikalischen Lumbriculiden in ihren natürlichen Verhältnissen eingehend auch in biologischer Beziehung hin untersucht werden könnten.

Die Frage der ungeschlechtlichen Fortpflanzung.

a. Allgemeines.

Es wurde angenommen, dass *Lumbriculus* die Eigenschaft besitzt, sich ungeschlechtlich durch einfache Querteilung zu vermehren. Wie man zu einer solchen Auffassung gekommen ist, wurde von v. WAGNER (1900) in seiner bekannten inhaltsreichen Arbeit dargestellt. Für unsere Zwecke kann angeführt werden, dass eine solche Propagationsweise nicht direkt nachgewiesen resp. beobachtet, sondern aus vielen einzelnen Beobachtungen, teilweise aus Resultaten der Experimente und Züchtungsversuche deduciert wurde. Die Namen BÜLOW's und v. WAGNER's stehen dabei im Vordergrund. Ich habe mich in meiner *Lumbriculus*-Arbeit der Ansicht v. WAGNER's im grossen und ganzen angeschlossen, aber ich brachte ein neues Tatsachenmaterial zur Beurteilung dieser Frage, und ein Teil dieses Materials führte überhaupt ganz neue Momente in die Argumentation. Für meine Vorgänger waren die Verhältnisse der geschlechtlichen Fortpflanzung ein Argument negativer Art. Es galt allgemein, dass die geschlechtlich reifen Tiere zu grössten Seltenheiten gehören, dass die geschlechtliche Fortpflanzung nur unter unbekannten biologischen Verhältnissen geschieht. Ich machte allen diesen Mutmassungen über die Geschlechtsver-

hältnisse von Lumbriculus ein Ende, indem ich auf ein grosses Material gestützt diese Fragen ausführlich behandelte und nachwies, dass die geschlechtliche Fortpflanzung bei *Lumbriculus* ganz regelmässig jährlich und auf allen Lokalitäten vorkommt. Aber ich habe gerade einzelne Tatsachen der Geschlechtsverhältnisse als Argumente für die Existenz der ungeschlechtlichen Propagation hervorgehoben. Bald nach meiner Arbeit erschien aber eine Arbeit von Morgulis (1907), welche viele neue, sehr interessante Beiträge zur Regenerationsphysiologie überhaupt und derjenigen des *Lumbriculus* im speziellen bringt, zu der Annahme der ungeschlechtlichen Fortpflanzung unseres Wurmes jedoch sich sehr skeptisch stellt. Diese Skepsis war jedoch nicht imstande, mich von der Unrichtigkeit meiner Anschauungen zu überzeugen, und ich werde im Folgenden den Beweis zu führen versuchen, einerseits für die Richtigkeit meiner früheren Annahme, andererseits für die Inhaltslosigkeit der Einwände Morgulis'. Die Reihenfolge meiner Erörterung wird zu einem grossen Tei durch die einzelnen Punkte der Ausführungen Morgulis' bedingt.

b) Die Einwände Morgulis'.

Gegen das Vorhandensein einer ungeschlechtlichen Fortpflanzung bei *Lumbriculus* scheinen nach Morgulis verschiedene Umstände zu sprechen:

1. The worms if divided would become continually smaller and smaller, till they would be reduced to single segmentes. Es müssten »dwarf forms« resultieren (p. 566).

2. Moreover if the worms always divided in the middle of their body, we should expect to have as many worms with regenerating heads as those with regenerating tails, but this does not occur (p. 556).

3. Heads regenerating from any other level of the worm's body, far away from the pigmented region, are also without pigment. If worms under natural conditions do reproduces themselves by dividing into several pieces . . . should we not expect from this that the majority of the worms in nature would have heads without pigment? In fact, such worms with pigmentles heads are not very frequent (p. 572).

4. Es ist nicht bewiesen, dass kleinere Teilstücke in der Natur vorkommen (p. 556).

5. Gewöhnlich verlieren die Tiere nur die Schwanzspitze, und solche kleine Fragmente können schwer zu einem vollständigen Wurm werden (p. 556).

Schon gleich beim Lesen der Arbeit Morgulis's war ich sicher, dass die seitens Morgulis erhobenen Einwände nicht beweiskräftig genug und sogar unexakt sind, aber ich wartete mit einer Zurückweisung derselben, bis ich die Gelegenheit hatte mich durch ausgedehnte eigens zu diesem Zweck ausgeführte teilweise experimentale Untersuchungen die Frage nochmals unter den neuen Gesichtspunkten zu bearbeiten.

Die Annahme der ungeschlechtlichen Fortpflanzung ist, wie angeführt wurde, eine Deduktion aus vielen Einzelndetails, die zur Erklärung der Biologie von *Lumbriculus* versucht wurde. Man kann dieselbe annehmen, wenn man will, oder man mag sie ablehnen in toto. Hätte Morgulis dies getan, eventuell auch noch seine Bedenken motiviert in einer anderen Fassung, so hätte ich dagegen von methodologischer Seite nichts einzuwenden vermocht. Morgulis durfte sagen, dass die Annahme angesichts der Ergebnisse der Experimente nicht genug gesichert erscheint, und dass um eine gewisse Wahrscheinlichkeit zu erlangen, erst eine Reihe von Tatsachen bewiesen werden müsste (Vorkommen von regenerierenden Kopfenden, Zwergformen etc.). Aber er hat sich damit nicht begnügt, sondern die Sache so geschildert, als ob die tatsächlichen Erfahrungen gerade im gegenteiligen Sinn zeugen würden.

Ein Teil der Kritik Morgulis' ist, wie sich sofort nachweisen lässt, übertrieben und berührt Dinge, die Niemand behauptet hat. Es fällt ja keinem von uns, weder v. Wagner noch mir ein zu glauben, dass sich *Lumbriculus* unbegrenzt lange durch zahllose Generationen hindurch bloss auf ungeschlechtlichem Wege vermehrt. Das Hauptgewicht wurde auf die Tatsache gelegt, dass sich *Lumbriculus* überhaupt regelmässig durch Teilung fortpflanzt. Einfache Berechnung wird zeigen, dass auch bei blosser Zweiteilung die Individuenzahl in nur 10 Generationen sich ungemein vermehren muss. Man wird auch sofort annehmen können, dass,

zugestanden, dass eine propagative Teilung wirklich besteht, diese Teilung nicht Schlag auf Schlag nacheinander geschehen kann, wenigstens nicht fortwährend. Die Vervollständigung der Tochterindividuen (natürlich innerhalb der entwicklungsphysiologisch möglichen Grenzen) erheischt ja, wie die experimentellen Arbeiten über Regeneration nachgewiesen haben, eine gewisse Zeit, und so dürfte wohl die Periode von zehn ähnlichen Teilungsgenerationen sicherlich einen Zeitraum von zwei Jahren einnehmen. Es kann ja unmöglich unter diesen Umständen zu einer hochbedeutenden Verkleinerung der Individuen kommen, etwa sogar zu der Karikatur eines Individualsegmentes! Dass es gewöhnlich bei der propagativen Teilung zu einer Verkleinerung der daraus resultierenden Tochterindividuen kommt, ist eine bei vielen Tierarten leicht festzustellende Erscheinung. Aber hier ist es gerade eine verdienstvolle Aufgabe der experimentellen Forschungsrichtung zu prüfen, bis zu welchem Grade noch das Kleinerwerden der Individualgrösse möglich ist, und ob diese Erscheinung in irgend welchem kausalen Zusammenhang mit dem Auftreten der geschlechtlichen Propagation steht.

Abgesehen von dem soeben auseinandergesetzten Umstande, geben die Ausführungen Morgulis' eine wirklich zutreffende kritische Fassung des ganzen Problems und seiner Einzelnfragen. Die Lösung der Fragen ist aber inexakt, meistens nur auf blossen Assumptionen basierend, denen die tatsächlichen, leicht auch experimentell festzustellenden Verhältnisse direkt widersprechen.

c) Das Regenerationsvermögen von Lumbriculus.

Für die Beurteilung vieler schwebender Fragen war es für mich eine unerlässliche Bedingung, aus zuverlässigen, eigenen Untersuchungen ein persönliches Urteil über die Regenerationskraft von *Lumbriculus variegatus* zu gewinnen.

Da möchte ich zuerst auf einen Umstand hinweisen, der von einer gewissen Bedeutung sein dürfte. Die meisten Angaben der Forscher, welche sich mit dem *Lumbriculus* befasst haben, beziehen sich auf den einzigen europäischen Vertreter der Gattung, den *L. variegatus*. Morgulis' in man-

her Hinsicht sehr verdienstvolle und schöne Untersuchungen scheinen auf der nordamerikanischen unter dem Namen *Lumbriculus (Thinodrilus) limosus Leidy* bekannten Art basiert zu sein. Michaelsen erwähnt diese Form als eine Species incertae sedis. Ich glaube, dass es wünschenswert wäre, wenn wir zunächst sicher über das Verhältnis der beiden Formen zu einander unterrichtet wären. Es fehlt uns ja jetzt die nötige sichere biologisch-systematische Basis für die Beurteilung der experimentellen Ergebnisse. Ist es eine Art, oder sind es zwei taxonomische Formen und verhalten sich beide Formen physiologisch gleich? Das sind sehr wichtige Fragen, da wir hinlänglich wissen, dass oft dieselbe taxonomische Form auf verschiedenen Lokalitäten verschiedene biologische Eigentümlichkeiten besitzen kann.

Betrachtet man aber die Ausführungen Morgulis' näher, so gelangt man zu dem Schluss, dass die von Morgulis aus der nach ihm doch beschränkten Regenerationsfähigkeit gezogenen Schlüsse falsch sind, insofern sie die Möglichkeit einer natürlichen Fortpflanzungsweise bestreiten. In der Argumentation Morgulis' finden wir eine methodologisch inexakte Verflechtung theoretischer Erwägungen, resp. Annahmen und negativer Resultate der ausgeführten Experimente. Man muss im Auge behalten, dass falls eine propagative Teilung existiert, das Tier gewiss in solche Stücke zerfällt, welche regenerationsfähig sind. Von einer Vervollständigung, von »mere tips of the tail« ist hier keinesfalls die Rede. Und abgesehen davon, dass es in der Natur leicht festgestellt werden kann, wie meine später mitzuteilenden Befunde mit aller nur wünschenswerten Klarheit und Sicherheit zeigen, bewiesen eben auch die Laboratoriumexperimente an *Lumbriculus* zur Genüge, dass *Lumbriculus* die Kraft besitzt, relativ kleine Stücke durch Regeneration zu vollständigen Tieren zu ergänzen. Die Arbeit C. Müller's, mag sie ja auch nach der Ansicht Morgulis' wenig Neues bringen, ist meiner Ansicht nach in dieser Beziehung sehr beachtenswert. Es darf auch nicht vergessen werden, dass die neueren entwicklungsmechanischen Arbeiten dargetan haben, wie leicht die Gesetzmässigkeiten der regenerativen Wachstumsprozesse durch äussere Einflüsse, insbesondere

chemische Agentien regulierbar sind. Man muss deswegen behutsam sein bei Schlüssen aus Laboratoriumexperimenten auf das tatsächliche Verhalten der in ganz anderer physiologischen Condition sich befindlichen Naturtiere. Handelt es sich gar um n e g a t i v e Befunde, so ist die Vorsicht doppelt geboten.

Meine eigenen Erfahrungen über das Regenerationsvermögen wurden teilweise ganz unbeabsichtigterweise gewonnen. In meinem Laboratorium war *Lumbriculus* in den letzten Jahren stets in grossen Mengen vorhanden und ich benutzte ihn insbesondere auch als Fütterungsmaterial bei meinen Vererbungsversuchen mit den Cypriden. Zu diesem Zweck zerschnitt ich stets 1—2 cm lange Wurmstücke auf dem Objektträger mit einer Lanzettnadel zu einem förmlichen Brei, welcher dann tropfenweise mittels einer Pipette in die Zuchtschalen übertragen wurde. Sehr oft bemerkte ich dann nach einiger Zeit, dass in den Gefässen winzige, grösstenteils aus Regeneraten bestehende Würmer sich befanden, die nur einige Segmente enthaltenden Fragmente haben neue Individuen geliefert. Wenn dies im Laboratorium geschieht, so ist es wohl möglich, dass z. B. die beim räuberischen Überfall eines *Lumbriculus* seitens der Larve eines Wasserkäfers, die dieser Larve entfallenden Brocken sich ebenfalls komplettieren können.

Über die verschiedenen Experimente, die ich über das Regenerationsvermögen von Lumbriculus angestellt habe, will ich hier nicht ausführlich berichten, da sie in dieser Beziehung nichts brachten, was über die Resultate meiner Vorgänger hinausgienge.

Nur bei einer Erscheinung will ich verweilen. Morgulis erwähnt, dass bei der regenerativen Neubildung des Kopfes atypische Bildungen relativ sehr häufig vorkommen. In 5—10% der Fälle kamen »Doppelköpfe« vor. Es ist nur nicht ganz klar, ob Morgulis auch diesen Umstand und die Tatsache, dass in der Natur keine Doppelbildungen zu beobachten sind, als Argument gegen das natürliche Vorkommen von Teilungen ansieht. Vielleicht würde ich hier Morgulis Unrecht tun, aber er führt diese Tatsache im Kontext mit seinen sonstigen Argumenten, so dass ein eventuelles Miss-

verständniss leicht erklärlich wäre. Bei meinen Experimenten konnte ich nie was ähnliches beobachten, obgleich ich viele Hunderte von regenerativen Kopfneubildungen verfolgte, und zwar auch an ganz kleinen Teilstücken, und dieser Erscheinung meine besondere Aufmerksamkeit schenkte. Es ist möglich, dass das Material MORGULIS' entweder wirklich physiologisch prinzipiell verschieden war, oder in veränderter physiologischer Condition sich befand, die vielleicht

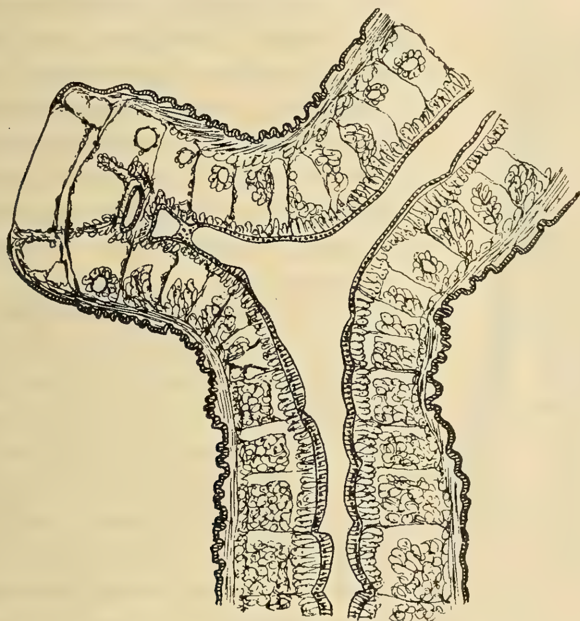


Fig. 8. Eine Schwanzdoppelbildung bei *Lumbriculus*.

auch durch die beim Experiment obwaltenden Verhältnisse bedingt war, unter welchen die Tiere nicht normal regenerieren konnten.

Wie reserviert man in ähnlichen Fragen sein muss, beweist der Umstand, dass MORGULIS, welcher Missbildungen des Kopfendes so regelmässig beobachten konnte, erklärt, dass am Schwanzende Missbildungen sehr selten sind.

Entgegengesetzt habe ich, wie gesagt, nie Doppelköpfe zu Gesicht bekommen, aber in der Natur drei Stücke gefunden, die doppelschwänzig waren. In allen diesen Fällen han-

delte es sich um seitliche Stummel (vergl. Fig. 8.) welche nur durch wenige Segmente gebildet wurden, und welche terminal geschlossen waren, wo es nicht zum Durchbruch des Darmrohrs nach aussen kam.

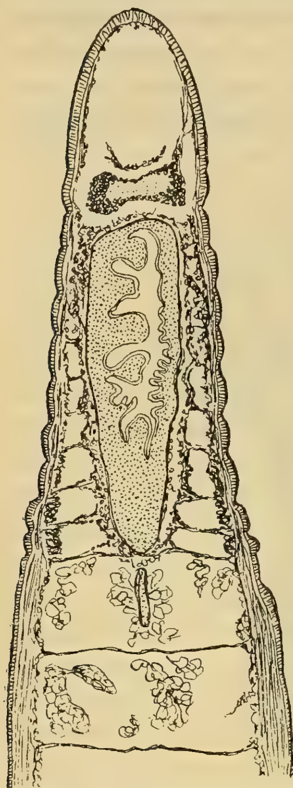


Fig. 9. Ein im Freien gefundenes Kopfregenerat mit 10 Segmenten.

Ausser den Laboratoriumexperimenten habe ich noch einen anderen Weg angetreten, um mich von dem Umfange des Regenerationsvermögens von Lumbriculus zu belehren, nämlich die direkte Verfolgung der in Natur stattfindenden Regenerate. In dieser Beziehung werde ich über das Vorkommen von regenerierenden Teilstücken etc. im späteren Kapitel berichten, hier will ich nur einer mir wichtig erscheinenden Tatsache Erwähnung tun.

Bekanntlich ist die Zahl der regenerierenden Kopfsegmente oft beschränkt. Nach den Angaben Morgan's bildet *Lumbriculus* (d. h. die nordamerikanische Form) nur 7 oder 8 Segmente. Nach Morgulis enthält das neue Kopfende nie mehr als 6—7 Segmente (l. c. p. 570). Nach v. Wagner werden 5—9 Segmente repariert. Nur Bülow berichtet, dass bei der »freiwilligen Teilung« alle 10 vorderen Segmente gebildet werden. Die Untersuchung der in Natur gefundenen regenerierenden Kopfenden ergab, dass hier Zahl der Segmente wechselt, relativ oft habe ich acht Segmente, aber auch 9 Segmente und einigemale sogar 10 Segmente, d. h. Kopfsegment und 9 borstentragende Segmente angetroffen. Einen solchen Fall bilde in der Fig. 9. ab. Es hat sich eigentlich noch mehr regeneriert als in den Fällen Bülow's, welcher nur von 8 borstentragenden Segmenten spricht.

Es entsteht nun die schon bei Bülow und v. Wagner erörterte Frage, ob wir zwischen der Reparation und der

natürlichen Regeneration des Kopfendes unterscheiden können. Nach meiner Ansicht ist es schwer den physiologischen Unterschied zwischen den natürlichen Teilungserscheinungen und blosser Reparation der durch Aussenwelt entstandenen Defekte auch in solchen Details ausgedrückt zu suchen. Es wäre ja möglich, dass wir es hier nur mit der ungeschwächten Regenerationskraft des in der Natur, in seinem Element befindlichen Tieres im Gegensatz zu derjenigen des Laboratoriumtieres, zu tun haben.

Jedenfalls aber sind diese Fälle, wo es zur Bildung 9 borstentragender Segmente kommt, wichtig für die Möglichkeit der Ausbildung von normalen Geschlechtsorganen im den neugebildeten Vorderende.

d) Das Verhältniss des Körperpigments zur Regeneration.

Bei der Entscheidung der Frage, ob unter natürlichen Verhältnissen die Würmer sich wirklich durch Querteilung vermehren, ist es natürlich von Belang, ein verlässliches Criterium zu besitzen, wonach man die Teilstücke als solche zu unterscheiden vermag, wonach man insbesondere die neu gebildeten Köpfe erkennen kann. Morgulis hat einen besonderen Wert auf die Abwesenheit, resp. späte Bildung des grünen Pigmentes in den regenerierten Kopfenden gelegt.

Über die Verteilung dieses grünen Pigment am Körper von *Lumbriculus* habe ich schon in einem früheren Kapitel die nötige anatomische Basis gegeben. In Anschluss daran muss ich aber hier einige Tatsachen erwähnen, welche die Anschauungen Morgulis in einem ganz anderen Licht erscheinen lassen.

Im Allgemeinen kann man zwar sagen, dass das Vorderende, der physiologische Kopfteil, durch die grünen doppelten Querbänder charakterisiert ist, und dass das Pigment nach hinten zu abnimmt. Aber vergleicht man ein grosses Material von Tieren und aus verschiedenen Fundstellen, so wird man bald gewahr, dass diese Verhältnisse sehr variieren können, Wir begegnen einzelnen Individuen, wo das Pigment so stark entwickelt ist und am ganzen Körper bis zur äus-

sersten Schwanzspitze vorkommt, dass die Tiere fast vollkommen schwarz, resp. grünlich schwarz erscheinen. Oder man findet auch Stücke, wo das Pigment zwar nicht besonders stark vorhanden ist, wo aber gerade im Schwanzende viel des grünen Pigmentes beobachtet werden kann. Solche Individuen habe ich gerade heute, wo ich diese Zeilen niederschreibe, nochmals vor Augen gehabt. Es sind dies kleinere etwa 3 cm. lange, vollkommen intakte Exemplare aus einem grossen Aquarium, die seit mehr als drei Monaten ohne jeglichen Eingriff sich selbst überlassen wurden. Wegen der grösseren Transparenz des Schwanzendes, der Abwesenheit von Chloragogenbelag, erscheinen die Schwanzspitzen dem blossen Auge in ihrem Farbenbild ganz ähnlich dem Vorderende, und scheinen relativ mehr Pigment zu besitzen als die vorhergehenden mittleren Partien des Wurmes. Oft zeigen auch ganz gleich grosse Tiere aus derselben Lokalität auffallende Verschiedenheiten der Pigmentverhältnisse.

Das Pigment wird nach einer Zeit doch in den neu regenerierten Kopfenden gebildet. Falls nun die Querteilung nicht fortwährend im raschen Tempo geschicht, sondern vielleicht nur in gewissen Intervallen (dieselben müssten übrigens nicht allzu lang sein) so würde es angesichts der angeführten Tatsachen allein schwer zu sein in Praxis ein positives Urteil über das Alter resp. Provenienz irgend eines beliebigen Wurmes zu fällen.

Dazu gesellt sich aber ein anderer Umstand. Ich habe die ganze Frage des Auftretens des Pigmentes experimentell nachgeprüft. 50 Individuen, mittelgross und mit mässiger Pigmentierung wurden in der Mitte durchschnitten. Sämmtliche Hinterhälften regenerierten glatt neue Kopfenden, genaues Untersuchen der Regenerate zeigte aber, dass bereits 3 Wochen nach der Operation die Bildung des grünen Pigments in den regenerierten Segmenten begann. Die Bildung schritt zwar sehr langsam fort, so dass noch nach zwei Monaten die Kopfenden sehr blass waren. Aber das grüne Pigment war nichtsdestoweniger da! Da ich die Tiere natürlich isoliert im besonderen Gefäss hielt, so wusste ich. dass die blassen Vorderenden Regenerate sind, aber wären mir die Tiere in der Natur gemischt mit

anderen dunkleren Individuen vorgelegen, so hätte ich kaum den Mut gehabt dieselben als den Beweis einer Teilungsgeneration anzusehen.

Die experimentell festgestellte Tatsache ist von ziemlicher Tragweite. Erschien das Pigment so früh an den in Gefangenschaft lebenden Teilstücken, die fast ohne Nahrung in einer flachen Glasschale mit ein Paar Eichenblättern und einigen Zweigen *Fontinalis* gehalten wurden, so ist es mehr als wahrscheinlich, dass unter natürlichen Verhältnissen, die Pigmentbildung zwar vielleicht nicht früher eintritt, wohl aber einmal begonnen rascher fortschreitet. Pigmente werden jetzt als Endprodukte des Stoffwechsels aufgefasst und man weiss wie leicht dieselben durch Veränderung der Lebensbedingungen zu beeinflussen sind.

Die angeführten Tatsachen würden genügen zum Beweis wie vorsichtig man sein muss bei Verwendung der Pigmentverhältnisse als eines Beweismittels, und es liessen sich ausserdem die oft ganz beträchtlichen Unterschiede in der Pigmententwicklung des gesammten Körpers als mutmassliche Folgen der regenerativen Teilungsprozesse deuten. Doch wozu diese immerhin unsichere Erscheinungen. Tatsache ist, dass ganz junge Kopfenden, etwa 1 bis 2 Wochen alte Regenerate, im Gewebe vollkommen farblos mit schön rot durchscheinenden Blutgefässen ungemein scharf sich vom übrigen Körper abheben. Und diese jüngsten Regenerate genügen vollkommen wie auch noch weiter unten gezeigt wird zu einer sicheren Entscheidung der Kontroverse.

Jedenfalls ist es sehr auffallend, dass man in dem frisch gesammelten Material stets einen gewissen (manchmal relativ beträchtlichen) Prozentsatz von Individuen mit regenerierenden Kopfenden antrifft, dies aber stets ganz recente Regenerate sind. Man kann doch nicht annehmen, dass gerade nur einige Tage vor der Exkursion die Würmer an der betreffenden Lokalität sich geteilt haben, oder durch irgend welche äussere Eingriffe zerstückelt wurden. Gerade im Sinne der Argumentation von Morgulis müsste stets eine grössere Zahl der Tiere sicherlich »blasse Vorderenden« aufweisen. Da dies aber in Wirklichkeit nicht zutrifft, so ist das ein weiterer Beweis, dass einigermaassen ältere Kopfgenerate unter na-

türlichen Verhältnissen sich nicht so leicht nachweisen lassen, wenigstens nicht nach den Pigmentationsverhältnissen.

e) Das Problem der Körpergrösse.

Mit seinem Einwand, dass bei ungeschlechtlicher Teilung »Zwergformen« resultieren müssten, hat Morgulis ein in entwickelungsmechanischer Hinsicht sehr wichtiges und tiefes Problem berührt. Dieser Teil seiner Erörterungen hat mich vielleicht am meisten interessiert und ich bedauere es nur, dass Morgulis die an sich richtige Auffassung des Problems und die Fragestellung voreilig mit einer Beantwortung der Frage verband, ohne in dieser Beziehung exakte Forschungen über das wirkliche Verhalten der Tiere im Naturzustande anzustellen.

Wenn man einen mittelgrossen *Lumbriculus* halbiert, so sieht man, dass nach einiger Zeit der Vorderteil eine sehr lange Körperstrecke regeneriert, so dass sich später ein solcher Wurm von einem normalen kaum unterscheidet. Und man kann diesen Vorgang vielmal nach einander wiederholen, besonders wenn die Tiere in womöglich natürlichen Verhältnissen leben und eine reichliche Nahrung zu Gebote haben. Auch wenn man die Menge des regenerierten Materials direkt in der Natur verfolgt, so sieht man, dass bei mittelgrossen Würmern sehr oft 150 der hinteren Segmente sicher regeneriert sind. Unter diesen Umständen ist es klar, dass die Abnahme der Körperlänge bei der stattfindenden propagativen Teilung nicht allzu rasch erfolgen kann. Aber es gesellt sich dazu noch ein weiterer Umstand. *Lumbriculus* gehört zu denjenigen Formen, die wir als Formen mit unbegrenztem, zeitlebens fortschreitendem Wachstum bezeichnen. Wir nennen es ein unbegrenztes, dauerndes Wachstum eigentlich nur provisorisch, infolge unserer Unkenntniss der Wachstumsgesetze und der ihnen unterliegenden inneren Ursachen. Wenn man von einem intakten, aus dem Ei hervorgegangenen *Lumbriculus* die hinteren 100 Segmente abtrennt, so hat man eigentlich weit mehr entfernt, nämlich die eigentlichen 100 Segmente + x, das heisst noch das Endsegment und die potentiellen zukünftigen weiteren Segmente. Diesen Umstand darf man nie ausser Acht lassen. Aber damit wird in unsere Untersuchungen ein sehr

schwieriger Moment eingeführt. Das Problem ist dasjenige, welches Morgulis selbst in seiner Podarke-Arbeit in Angriff genommen hat. Man weiss nicht, bis zu welchen Grenzen überhaupt eine Form wachsen kann, und im speziellen Fall, wie weit ein bestimmtes Individuum gewachsen wäre.

Wenn man von »Dwarf-forms« spricht, so muss man meiner Ansicht nach auch ein Criterium besitzen, nach welchem sich die Zwergformen als solche unterscheiden lassen, sonst ist man anders nicht berechtigt gleich positiv auszusagen, dass es solche Zwergformen nicht giebt! Eine Vorbedingung für die Bezeichnung »Z w e r g f o r m« ist die Kenntnis der »N o r m a l f o r m«. Und im *Lumbriculus*-Fall ist nach den bisher bestehenden Angaben eine solche Handhabe noch nicht vorhanden. Die systematisch morphologischen Arbeiten geben, wie ein Vergleich zahlreichen Materials von verschiedenen Lokalitäten sofort zeigt, keine verlässlichen Anhaltspunkte und ihre Angaben sind offenbar nur approximativ und kein Resultat extensiver Messungen. Man spricht gewöhnlich von 200 und mehr Segmenten und von einer Länge von 3—7 cm. In der Arbeit v. Wagner's findet man an verschiedenen Stellen Angaben über die Dimensionen von *Lumbriculus*-Individuen, welche für die uns hier interessierenden Fragen und auch für die Frage der eventuellen ungeschlechtlichen Fortpflanzung von Bedeutung sind, aber Morgulis hat dieselben ausser Acht gelassen oder teilweise als »too uncertain« bezeichnet.

Ebenso habe auch ich in meiner Arbeit, gerade mit Bezug auf die Angaben v. Wagner's einige Beobachtungen über die Grössenverhältnisse von *Lumbriculus* mitgeteilt, insbesondere über die wechselnde Relation zwischen der Körperlänge und Körperdicke. Auch diese Angaben fanden keine Beachtung seitens Morgulis.

Nach Morgulis sind die Würmer »made up of 100—180 or even more segments« (l. c. p. 549), und er nimmt »120 segments as the average number for Lumbriculus«. Leider bin ich im Ungewissen, wie ich mit diesen Daten Morgulis' umgehen soll. Verhält sich die nordamerikanische Form anders, oder hat Morgulis überhaupt bereits nur mit »Dwarf-forms« operiert? Nach meinen langjährigen Erfahrungen ist es nämlich einfach unmöglich, wenn man nur intakte Indi-

viduen (soweit man natürlich bei *Lumbriculus* von solchen Individuen relativ reden kann) berücksichtigt, Exemplare, die nur 100 Segmente zählen würden, zu finden.

Wenn man die Tiere mittlerer Grösse nimmt, so ergibt sich gewöhnlich die Zahl 200 und mehr Segmente, die grösseren Würmer erreichen ungefähr 300 Segmente. Es ist eigentlich schwer, von einer Durchschnittsgrösse und einer durchschnittlichen Segmentzahl bei *Lumbriculus* zu sprechen. Besonders der letztere Begriff ist zu unsicher, als dass es in der entwicklungsmechanischer Forschung brauchtbar wäre. Wir wissen zur Zeit noch wenig über die Wachstumsgeschwindigkeit, Wachstumsgrösse etc. am normalem Schwanzende von *Lumbriculus.* Man begegnet aber an einzelnen Lokalitäten Verhältnissen, wo die Segmentzahl bei der überwiegenden Mehrzahl der Individuen nicht viel variiert, bei dem Material der Fig. 10. z. B. zwischen 250—300. Es kommen zwar unter solchem Material auch noch viel kleinere Tiere, mit entsprechend kleinerer Segmentzahl (150 Segmente) vor, aber diese jüngeren Tiere treten ganz in den Hintergrund. Man gelangt bei solchem Material eigentlich kaum zur Annahme einer Durchschnittsgrösse etc. Wenn man in anderen Fällen zu ähnlichen Begriffen kommt, so ist das schon verdächtig, ein Zeichen dass das Material nicht homogen und wahrscheindlich eben auch zum Teil durch Teilungen entstanden ist.

Im Anschluss an das Angeführte muss ich noch, gerade vom Standpunkte der Entwicklungsmechanik rügen, dass Morgulis erstens ganz willkürlich den Begriff eines *Durchschnittstypus* eingeführt hat, und zweitens wie er seinen Berechnungen, die gegen die Existenz einer propagativen Teilung sprechen sollen, einfach diesen Durchschnittstypus zu Grunde legen kann.

Nach meinen Erfahrungen ist die Morguli'sche durchschnittszahl kleiner als das, was ein mittelgrosser, halbierter Wurm allein am Hinterende innerhalb 6 Wochen neu auf regenerativen Wege produziert. Würde man bei der Berechnung von der möglichen (ob Maximalzahl?) Zahl von 500 Segmenten ausgehen, so können die Teilstücke, wenn wir den Regenerationszuwachs berücksichtigen, erst nach einigen Generationen auf die Durchschnittsgrösse herabsinken.

Ich glaube, dass meine Untersuchungen etwas Licht in dieses schwierige Problem bringen werden.

Zunachst ergibt es sich aus dem genauen vergleichenden Studium, dass auf einzelnen Lokalitäten die Tiere in ihrer Durchschnittsgrösse varieren. Man könnte versucht sein, diese Grössendifferenzen als Lokalerscheinungen anzusehen, eventuell durch die Lebensbedingungen, Nahrungsüberfluss, Nahrungsmangel, Temperatureinflüsse etc. veranlasst. — Diese Erklärung ist wohl auch die richtige für einen Teil der Fälle. Die Tiere einer Lokalität sind kleiner als diejenigen einer anderen, obgleich sie sonst ganz normal sind, offenbar ganz ausgewachsen sind, da überhaupt keine grösseren Tiere auf der betreffenden Lokalität vorkommen und diese Exemplare auch bereits geschlechtsreif werden können. Auch die Segmentszahl kann in beiden Fällen ungeachtet der verschiedenen Länge ungefähr dieselbe sein.

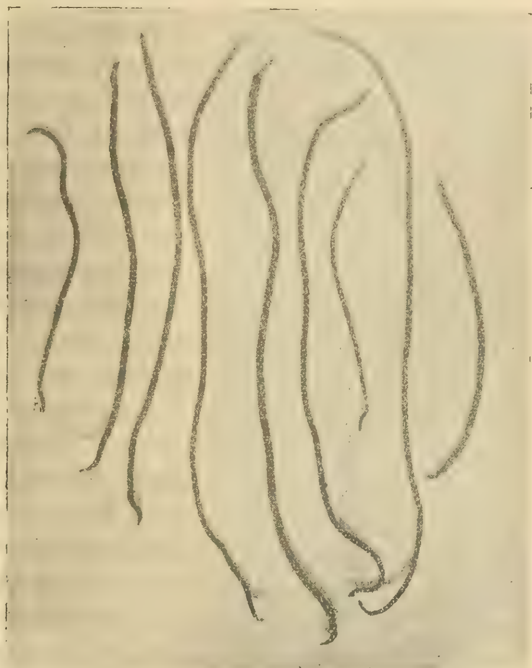


Fig. 10. Die verschiedenen Grössentypen einer *Lumbriculus*-Population aus einem Waldtümpel bei Jirná. Mitte April 1913. (Photographie in natürlicher Grösse).

Doch lehrt ein weiteres Eindringen in das ganze Problem, dass die Sachen sich sehr komplizieren. Man findet hochbedeutende Unterschiede der Dimensionen. Auf Fig. 10 habe ich in natürlicher Grösse die in einem äusserst zahlreichen Material einer und derselben Lokalität zur Zeit einer regen Geschlechtsperiode vorkommenden Grössentypen photogra-

phiert. Ein mit *Lumbriculus* vertrauter Leser sieht, dass wir es hier mit kräftigen, grossen Tieren zu tun haben, insbesondere wenn man erwägt, dass es sich um mit Sublimat fixierte und im Alkohol befindliche Tiere handelt. Im Leben sahen die Tiere noch etwas grösser aus.*) Doch sind diese Tiere auch in den grössten Exemplaren wahre Zwerge gegen das in Fig. 11 ebenfalls in natürlicher Grösse abgebildete Tier. Dieses Riesenindividuum war im Leben, wenn es beim Kriechen ausgestreckt war, 20 cm lang! Der Wurm unterscheidet sich nicht nur durch seine Grösse und auch Dicke, die ganz angemessen ist, von den Stücken der Fig. 10., sondern auch durch die Zahl seiner Segmente, welche 500 betrug. Dieses Exemplar ist zwar ein »Riese«, das längste Exemplar, welches ich zur Sicht bekam, und stellt einen extremen Fall vor. Es war grösser als die mittelgrossen Stücke von *Rhynchelmis*. Aber auf derselben Lokalität habe ich weitere Stücke gefunden, die nur wenig in ihrer Grösse dem Riesen nachstehen, und ich hätte leicht eine kontinuierliche Reihe bis zu kleinen Individuen (kleineren als das kleinste Individuum der Fig. 10) herstellen können. Das abgebildete Exemplar ist keine pathologische Ausnahme. Das Tier befand sich nicht in der Geschlechtsperiode, obgleich neben ihm auch Geschlechtsindividuen vorkamen. Warum wachsen ja auf anderen Lokalitäten die Tiere auch nicht zu einer solchen für *Lumbriculus* möglichen Gränze heran?



Fig. 11. Ein Riesenexemplar aus der Strandzone eines Moldautümpels bei Chuchle. (Mai 1913.) Photogr. in nat. Grösse.

*) Der Kontraktionszustand ist jedoch nur ein sehr mässiger, da die Tiere vor der Fixation mit Alkohol schwach narkotisiert wurden.

Doch gehen wir noch weiter. Beobachtet man genau die Grössenverhältnisse der verschiedenen Individuen auf einer und derselben Lokalität, so gewahrt man zweierlei Verhalten. Auf einigen Lokalitäten sind die Tiere fast gleich lang und variieren nur bezüglich ihrer Dicke. Dies war der Fall bei den in Fig. 11 abgebildeten Tieren. Es kommen zwischen dem Material auch kleinere Tiere vor (z. B. das 7. Individuum von links), aber solche lassen sich leicht als normale Wachstumszustände erklären. Wir haben hier verschiedenalterige Tiere vor uns, ein-, zwei- und dreijährige! Aber auf anderen Lokalitäten, auch wenn wir nicht auf eine »Teilungsperiode« treffen, wie sie in einer Auswahl von Typen weiter auf der Fig. 13 photographiert ist, findet man neben einander ein solches Pêle-Mêle von Individuen, dass es beinahe unentwirrbar ist. Grosse, dicke und lange Individuen wechseln mit ebensolangen aber dünnen, ganz kurzen dicken und ganz kurzen dünnen etc. Auch wenn wir die sicher sehr oft stattfindende Verstümmelung der Würmer durch äussere Eingriffe mit in die Erwägung ziehen, können wir nicht umhin, viele der Individuen als aus Teilungen hervorgegangen anzusehen.

Insbesondere sind in dieser Beziehung oft gerade die Geschlechtsindividuen beachtenswert. Wie ich bereits in meiner früheren Arbeit angeführt habe und wie ich dies jetzt mehrmals von neuem bestätigt fand, sind die Geschlechtsindividuen manchmal habituell so verschieden, dass ein ungeübter Sammler sie auf ersten Blick für eine ganz verschiedene Art halten würde. Sie erscheinen plump, wegen ihrer Dicke und Kürze und sollten im Verhältnis zu ihrer Dicke wenigstens 3mal länger sein, und dementsprechend auch viel mehr Segmente zählen (solche Stücke wiesen etwa 150 Segmente auf).

Alle meine Untersuchungen über das Problem der Körpergrösse führten mich zum Schluss, dass die theoretisch postulierten Zwergformen in gewisser Hinsicht eigentlich wirklich vorkommen, dass durch sie das Vorhanden von Teilungserscheinungen wahrscheinlich gemacht wird, und dass man aus ihrem zahlenmässigen Verhältnis gerade auf einzelnen Lokalitäten Schlüsse machen kann nach dem Vorkommen resp. dem Umfange solcher Teilungen.

f) Vorkommen von regenerierenden Teilstücken unter natürlichen Verhältnissen.

Derjenige Leser, welchem die Arbeit Bülow's gegenwärtig ist, wird finden, dass dieser Forscher als Stütze zu seiner Ansicht von der propagativen Teilung von Lumbriculus das zahlreiche Vorkommen von Individuen mit regenerierenden Kopfenden in der freien Natur anführt. Auch Morgulis erwähnt diese Angaben Bülow's. Von den Angaben Bülow's über Schwanzregenerate bemerkt Morgulis: »It is to be regretted that Bülow does not state definitely how much each of the worms classified as »individuals regenerating their tails« was actually regenerated.« Ich bedauere wieder, warum Morgulis nicht auseinandergesetzt hat, was er von der oben erwähnten Angabe Bülow's hält, da sie doch eine präzise Antwort gibt auf seine These, dass: »we should expect to have as many worms with regenerating heads as those with regenerating tails.«

Morgulis hat offenbar wenig Zutrauen zu den Befunden Bülow's, resp. zu der Richtigkeit der Deutung vieler Kopfenden als Regenerate. Er hat das Bedürfnis gefühlt, durch eigene Untersuchungen die Sache zu entscheiden: To fill up this gap I have recorded the amount of regenerated tissue in worms found in theis natural environment. The number of worms was unfortunately much smaller than that used by Bülow« (l. c. p. 554.). Die Zahl für die Lösung eines so komplizierten biologischen Problemes, wie es die propagative Teilung von *Lumbriculus* ist, ist wirklich unglücklich klein! Im ganzen 27 Individuen!

Obgleich nach Morgulis das richtige Zahlverhältnis zwischen den Individuen mit regenerierenden Hinterenden und Kopfenden »does not occur«, habe ich doch die Sache einer eingehenden Prüfung unterzogen und zwar dadurch, dass ich durch sorgfältiges exaktes Sammeln die Verhältnisse auf verschiedenen Fundstellen festzustellen versuchte. Ich sage ausdrücklich durch »exaktes Sammeln«, denn es ist nicht einerlei, wie man das zur Statistik benutzte Material zusammengebracht hat. Wenn ich von einer Exkursion z. B. 500 Stück Lumbriculi mitbringe, so sind es keineswegs Stich-

proben herausgepickt hie und da aus einer grossen Population, sondern sämtlich Individuen, die neben einander auf dem Raume von wenigen Quadratdezimetern lebten, soweit es überhaupt möglich ist, die sämtlichen Bewohner einer Stelle. Aber oft habe ich einige Tausende von Individuen auf einmal gesammelt. Verfährt man auf eine solche Weise bei dem Sammeln, so können die Resultate der Statistik wohl verlässlich sein, aber man stösst bei einer solchen Arbeitsweise ausserdem auch auf Erscheinungen, die sonst sicher der Beobachtung sich entzogen hätten. Bei einer solchen Sammelmethode lässt sich auch auf spärlichem Material manches feststellen.*)

Prüfung eines solchen Materials liefert sofort eine grosse Menge von Belegen gegen die Behauptungen Morgulis. Zunächst ist es ganz sicher, dass sehr oft viel mehr als »the tips of the tails« regeneriert angetroffen wird. Tiere, die zur Hälfte regeneriert sind und über 150 neu regenerierte Segmente besitzen, sind keine Seltenheiten fast auf sämtlichen Lokalitäten. Giengen denn auch die Hinterstücke von solchen Tieren sämtlich zu Grunde? Wohl kaum auch wenn sie in zwei oder drei weitere Teilstücke z. B. zerfielen. Doch ist dieser Befund von einer nur untergeordneten Bedeutung. Es kann ja zu Verlusten des den Einflüssen der Aussenwelt mehr ausgesetzten Hinterendes kommen, und mit der Annahme der propagativen Teilung würde sich ganz gut vertragen, wenn der Prozentsatz der regenerierten Schwänze grösser wäre. Das einzige Bedürfnis ist das wirkliche normale Vorkommen von zahlreicheren Kopfregeneraten und kleineren Teilstücken. Und beides kann als eine über jeden Zweifel erhabene Tatsache gelten. Auch Morgulis selbst hat in seinem so kleinen Material zwei Kopfregenerate angetroffen.

Nach meinen Befunden begegnet man Individuen mit regenerierenden Vorderenden ganz regelmässig, sobald man

*) Alle meine diesbezüglichen Untersuchungen wurden in den nächsten Stunden nach dem Einbringen des Materials ausgeführt. Auf diese Weise wurden die möglichen Fehlerquellen aus der rasch stattfindenden Regeneration der auf der Exkursion selbst durch Sammeln beschädigten Tiere eliminiert, oft isolierte ich sogar die kleinen Teilstücke bereits am Orte des Sammelns.

eine grössere Zahl von frisch gesammelten Tieren untersucht.

Die Zahl derselben kann eine sehr beschränkte sein, und ich fand dieselben auch zu Zeiten, wo das Auftreten derselben vielleicht zum grösseren Teil nur als durch zufällige Verletzungen bedingt sich vorzustellen ist.

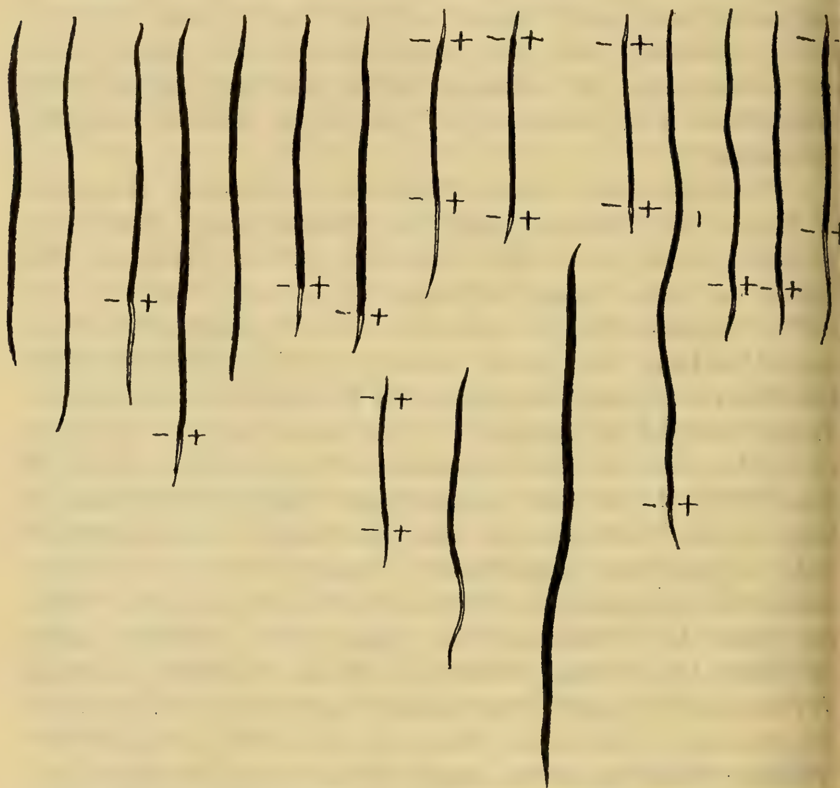


Fig. 12. 17 Tiere derselben Lokalität. In natürl. Grösse, die Regenerate weiss gelassen und ausserdem noch durch —+ Zeichen angedeutet

Dies würde zutreffen z. B. für den Fall, wo auf einer Lokalität gerade zur Zeit der ungemein regen Geschlechtsperiode (vergl. S.), wo fast ein Drittel der Individuen geschlechtsreif war, unter 500 Exemplaren fünf Stück (1%) junge Kopfregenerate zeigten. In solchen Fällen waren die

Individuen kaum kleiner, als die Normalindividuen der betreffenden Lokalität.

Aber ganz anders können sich die Sachen zu anderen Zeiten und auf anderen Lokalitäten verhalten.

Anfang Mai habe ich an einer Lokalität, wo infolge der harten Beschaffenheit des sandiglehmigen Bodens die Lumbrikeln nur sehr spärlich vorkommen, eine Anzahl von Tieren erbeutet. Sämtliche diese Tiere (mit Ausnahme dreier beim Sammeln beschädigter, d. h. zerbrochener Stücke) 17 an Zahl, habe ich sorgfältig einzeln untersucht und in Umrissen, welche womöglichst naturgetreu die Verhältnisse der Länge, Dicke und Regenerationspartien wiedergeben, auf unserer Fig. 12. bildlich dargestellt. Die Grenzen der deutlichen Regenerate wurden durch — + Zeichen deutlicher gemacht und die Regenerate selbst weiss gelassen, während der übrige Körper auf den Bildern schwarz dargestellt wurde. Ein Studium dieser Reihe, gänzlich abgesehen von den »Kopfregeneraten«, zwingt uns schon meiner Ansicht nach zu der Überzeugung, dass die so verschiedenartigen Länge- und Dicke-Relationen der einzelnen Individuen sich keineswegs als durch normale fortschreitende Wachstumsprozesse erklären lassen, auch wenn wir den caudalen Verstümmelungen, resp. caudalen Regenerationen einen ziemlichen Spielraum einräumen. Es waren aber in dem ganz kleinen Material fünf Stück, also mehr als ein Viertel, vorhanden, die regenerierte Köpfe besassen. Und die Grössenverhältnisse dieser Stücke sind derartige, dass sie keineswegs als Individuen mit etwa bloss verletzten und neu sich reparierenden Endabschnitten gedeutet werden können.

Die Tatsachenreihe, welche der Befund Anfang April in einem Graben am Rande der Fasanerie bei Běchovic ergab, spricht aber noch deutlicher. Von dieser Lokalität habe ich insgesamt 148 Exemplare heimgebracht. Die ganze Ausbeute hatte einen seltsamen Charakter. Es kamen keine längeren Tiere vor, aber die grösseren Exemplare waren relativ dick. In dem Material kamen auch Geschlechtsindividuen aber auch eine grosse Zahl ganz kleiner Teilstücke von nur 20—30 Segmenten, mit deutlichen Kopf- und Schwanzregeneraten vor. Die verschiedenen Typen, welche auf der Lokalität vor-

handen waren, habe ich in einer Auswahl auf der Fig. 13 photographiert. Ein jeder, welcher je *Lumbriculi* gesammelt hat, wird das Charakteristische des Bildes sofort erkennen. Man kann übrigens unsere Fig. 13 mit der Fig. 10, welche ebenfalls die vorkommenden Typen einer anderen Lokalität darstellt, vergleichen und wird den beträchtlichen Unterschied empfinden*). Ich habe das Zahlenverhältnis der einzelnen Typen festgestellt. — Die Exemplare, welche nur unbedeutende Regenerationen am Hinterende aufwiesen, eigentlich nur die Schwanzspitze, regeneriert haben, rechne ich zu den nichtregenerierenden, normalen Individuen. (In dieser Beziehung bin ich mit der Ansicht Morgulis, l. c. p. 555 vollkommen einverstanden). Als wirklich Hinterteil regenerierende Individuen betrachte ich nur solche, wo ein bedeutender Teil, oft sogar bis die Hälfte, der Körperlänge regeneriert erscheint.

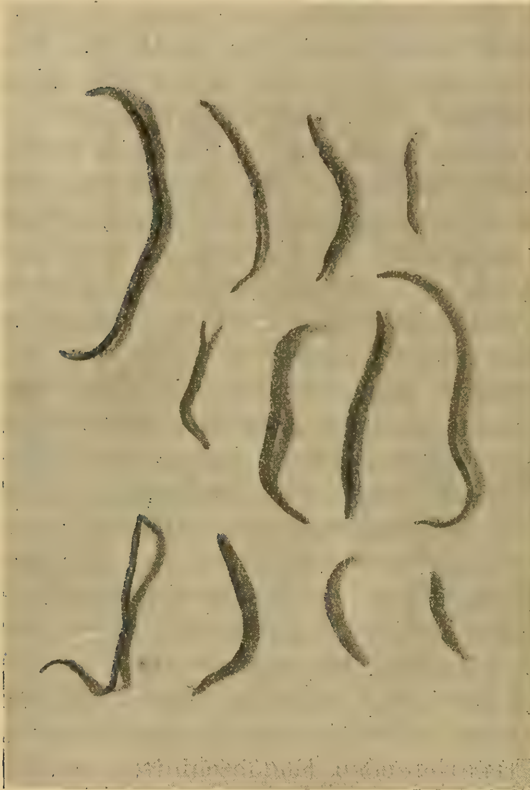


Fig. 13. Individualtypen einer anderen Lokalität. Vergrös. 1·5 ×.

*) Es ist eigentlich überflüssig ausdrücklich zu bemerken, dass beiderlei Material gleichsam behandelt wurde (schwache Alkoholnarkosis etc.), so dass verschiedene Kontraktionszustände die Unterschiede nicht künstlich vergrössern.

85 Exemplare waren normal, nichtregenerierend.
22 Exemplare regenerierten hintere Hälfte.
31 Exemplare zeigten junge Kopfregenerate.

138 Exemplare zusammen.

Man sieht, dass die Kopfregenerate sehr zahlreich waren, sie liessen sich beinahe bei einem Viertel der Individuen nachweisen.

Ausser diesen 138 Individuen wurden, wie erwähnt, noch 10 Geschlechtstiere erbeutet, die ich hier separat behandeln will. Diese Tiere waren sämtlich relativ kurz, einige in ganz auffallender Weise, wie z. B. das 2. und 3. Exemplar der 2. Reihe (von links gerechnet) der Fig. 13. Fast alle zeigten mehr oder weniger Spuren einer stattgefundenen Regeneration, wie sie auch denn schon durch ihre Dicke ansagen, dass sie normalerweise (d. h. im Vergleich mit anderen normalen Lokalitäten) etwa dreimal so lang sein sollten. Bei einigen war das Regenerationsstümmel schon wahrscheinlich älteren Datums, aber noch immer deutlich abgesetzt, nicht egalisiert, als ob das Regenerationsvermögen vermindert wäre. Und doch handelt es sich hier um Zonen aus der vorderen Körperhälfte.

Das Material, welches soeben erwähnt wurde, genügt an sich selbst allein zur Entkräftigung des Einwandes Morgulis'. Das relative Zahlenverhältnis der Kopfregenerationen zu den Schwanzregeneraten ist ganz angemessen, aber das wichtigste ist, dass wirklich eine Anzahl kleiner Teilstücke in Regeneration angetroffenen wurde. Offenbar hatten die Tiere auf der betreffenden Lokalität eine wahre Teilungsepidemie durchzumachen.

g) Rückschlüsse aus den Verhältnissen des Geschlechtsapparates.

Durch Untersuchung eines zahlreichen Materials von geschlechtsreifen *Lumbriculi* habe ich eine grosse Anzahl Abnormitäten in der Bildung des Geschlechtsapparates dieses Wurmes entdeckt, die zum Teil ganz eigentümliche Gestaltung annehmen können. Als einen möglichen Erklärungsgrund für die Variabilität und Neigung zu Abnormitäten habe ich angeführt, dass wir es hier mit Regenerationser-

scheinungen zu machen haben, mit hinteren Teilstücken einer ungeschlechtlichen Generation. Merkwürdigerweise hat Morgulis diesen Umstand gar nicht berücksichtigt, obgleich es doch gerade von seinem Standpunkte eines Regenerationsforschers aus beachtenswert gewesen wäre.

Meine Annahme war nur eine hypothetische Schlussfolgerung, da zur Zeit der Publizierung meiner Untersuchungen über die Regeneration der Gonaden etc. bei Annulaten gar nichts bekannt war. Seit dieser Zeit, aber hat sich die Sachlage bedeutend verändert. In jüngster Zeit haben zwei Autoren beinahe gleichzeitig (Janda und Tirala) an einer Form, welche überdies noch früher zu den *Lumbriculiden* gestellt wurde, an *Criodrilus,* die Ausbildung von Geschlechtsorganen im Regenerat erzielt. Diese theoretisch sehr wichtigen neuen Resultate ergaben auch für unsere Frage dienliche Folgerungen. Das regenerierte Geschlechtsapparat von *Criodrilus* weist zahlreiche Abnormitäten auf, die teilweise mit denen bei *Lumbriculus* beobachteten vollkommen gleicher Natur sind. Dadurch erhält meine frühere Schlussfolgerung für *Lumbriculus* eine gewiss viel grössere Wahrscheinlichkeit.

Die abnorm gestalteten Geschlechtsorgane zeigen sehr verschiedenartige Modifikation, einerseits weitgehende Reduktionen (nur ein männliches Kopulationsapparat) oder andererseits wieder Hyperplasien. Die meisten dieser Modifikationen stehen jedoch der wirklichen Fortpflanzung sicherlich nicht im Wege und es werden wirklich Eier produziert und abgelegt.

Von Belang ist, dass die teratologischen Erscheinungen an dem Geschlechtsapparat bei *Lumbriculus* nicht immer gleichmässig vorkommen, sondern dass sich in dieser Beziehung ganz auffallende Unterschiede zwischen den Tieren verschiedener Provenienz zeigen. Unterschiede, die sowohl den Umfang der abnormen Variabilität als auch den Prozentsatz derselben betreffen. Diese Unterschiede geben uns nach zwei Richtungen hin eine Belehrung. Sie beweisen einerseits, dass es wirklich eine propagative Teilung gibt, andererseits, dass sicherlich in dieser Beziehung grosse Unterschiede an den verschiedenen Lokalitäten bestehen können, dass man also sehr vorsichtig sein muss und keine weitgehenden Schlüsse

ziehen darf aus eventuell negativem Ergebnis eines einzelnen Fundes oder Beobachtung.

h) Schlussfolgerungen.

Wenn wir auf Grund der in vorhergehenden Kapiteln niedergelegten Tatsachen und Erörterungen die ganze Sachlage zusammenpassend darstellen wollen, so kommen wir ungefähr zu folgenden Schlüssen.

Schon durch einfache vergleichende Betrachtung verschiedener biologischer und anatomischer Verhältnisse*) von *Lumbriculus* auf verschiedenen Lokalitäten und zu verschiedenen Zeiten wird man zu der Annahme einer ungeschlechtlichen Fortpflanzung bei *Lumbriculus* förmlich gedrängt. Die bekannte grosse Regenerationsfähigkeit der Lumbrikeln verleiht einer solchen Annahme eine noch grössere Wahrscheinlichkeit.

Die besonders von MORGULIS erhobenen Einwände erwiesen sich als nicht stichhaltig, ja es konnte im Einzelnen (z. B. bezüglich der Körpergrösse) direkt nachgewiesen werden, dass in Wirklichkeit die Sachen genau so verlaufen, wie er es für den Fall einer wirklich stattfindenden propagativen Teilung postuliert.

Meine Untersuchungen ergaben, dass nebeneinander so verschiedene Individuen vorkommen, dass dieselben unmöglich als einfache durch Regenerationserscheinungen nach zufälligen Verstümmelungen etwas in ihrem Verlauf veränderte Wachstumsvorgänge einer nur geschlechtlichen Generation sich erklären lassen. Und es wurden auch Teilstücke direkt in der Natur beobachtet.

Es kann als sicher angenommen werden, dass ein zwar wechselnder aber doch oft beträchtlicher Teil der *Lumbriculus*-Individuen nicht aus Eiern, sondern auf regenerativem Wege aus Teilstücken entsteht. Damit

*) Als solche können angeführt werden z. B. in erster Reihe die Längen- und Dicken-Verhältnisse im allgemeinen die Variationen der Körpergrösse und Körpergestalt, die wechselnde Häufigkeit der geschlechtlichen Fortpflanzung und Eigentümlichkeiten der Geschlechtsorgane, ihre Labilität etc.

ist aber noch nicht gesagt, dass es sich hier wirklich um propagative Teilung im eigentlichen Sinne des Wortes handelt. Diese Frage muss noch besonders mit Berücksichtigung allen einschlägigen Materials behandelt werden, was in dem nachfolgenden Kapitel geschieht.

Das gegenseitige Verhältnis der beiden Fortpflanzungsarten. Der Lebenszyklus.

Die aus regenerierten Teilstücken hervorgehenden neuen Würmer können ganz zufälligen, von Aussen her bedingten Zerstückelungen der Muttertiere ihren Ursprung verdanken, nicht aber einem spontanen Zerfall des Mutterleibes. Für diesen Standpunkt liesse sich manches anführen, insbesondere auch die Verhältnisse des Geschlechtsapparates, welche zahlreich teratologische Erscheinungen aufweisen, die sich mit dem normalen Gang der Teilungen nicht so gut in Einklang bringen lassen. Ich könnte aus meinen Erfahrungen noch weitere Tatsachen anführen, die für die oben erwähnte Auffassung sprechen würden. Es schien mir als ob der Prozentsatz sowohl der Abnormitäten des Geschlechtsapparates, als auch der vorkommenden regenerierenden kleineren Teilstücke von den lokalen Verhältnissen des Fundortes abhängig wäre. Es kämen hier nicht so sehr die »Feinde« in Betracht, als vielmehr die Beschaffenheit des Bodengrundes und die Wasserverhältnisse. Da wo die Würmer durch dichtes Wurzelgeflecht am harten sandigen Boden sich durchwühlen müssen, oder wo sie durch das von Wellen bewegte Steingeröll bedroht sind, könnten vielleicht die Tiere leicht in Stücke zerschlagen werden. Für die in den »typischen« Lokalitäten (vergl. S. 5.) vorkommenden Formen kann in dieser Beziehung die Zeit bedrohlich sein, wo der Fundort beinahe auszutrocknen beginnt. In den Fällen der Fig. 8 und 13 handelte es sich um solche Vorkommnisse. Ich will keineswegs leugnen, dass tatsächlich ein Teil der Würmer auf diesem gewaltsamen Weg entsteht, aber die langjährigen Beobachtungen und Vergleichungen der vielen wechselnden Erscheinungen haben mich zu der Überzeugung gebracht, dass es wirklich eine propagative Teilung bei *Lumbriculus* gibt.

Man muss immer dessen eingedenk sein auf wie schwierigem Boden man sich bewegt, wie schwer es überhaupt ist, die Erscheinungen der Regeneration, Knospung und Teilung schärfer auseinanderzuhalten. Man darf ausserdem nicht ausser Acht lassen den raschen Wundverschluss, resp. den geringen Substanzverlust bei dem Zerfall von *Lumbriculus* in Stücke. Bei der Grösse von *Lumbriculus*, seiner Bewegungsweise und seinem Aufenthaltsort sind vorbereitende Regenerationszonen, die aus den früher genannten Gründen überflüssig erscheinen, wohl nicht so leicht denkbar, entschieden nicht die Zooidenketten der Naidomorphen. Man kann nur einen äusserst einfachen Teilungsmodus bei *Lumbriculus* annehmen, eine Architomie, aber zu der Annahme einer solchen wird man schliesslich doch gedrängt. Der tatsächlich zu beobachtende Zerfall von Würmern in Stücke ohne sichtbare äussere Einflüsse, die wechselnden Zahlenverhältnisse der Geschlechtsindividuen, die oft nur ein höchst unbedeutendes Quantum der gesamten Individuenzahl ausmachen etc. lassen sich eben nur durch spontane Teilungserscheinungen erklären.

Bei einer nur zufälligen, äusserlich bedingten Teilung könnten nicht so grosse Differenzen auch bei ganz ähnlichen Lokalitäten vorkommen, wie sie tatsächlich zu beobachten sind. —

Bei der Annahme einer ungeschlechtlichen Fortpflanzung aber lassen sich sämtliche Erscheinungen, die wir an den Lumbrikeln in der Natur beobachten, ganz leicht erklären, und diese Erscheinungen (z. B. die lokalen Differenzen) stehen auch im Einklang damit, was wir bei anderen Tierformen sicher über die ungeschlechtliche Fortpflanzung überhaupt ermittelt haben.

Ich glaube auch, dass ich berechtigt bin, hier zwar nicht als direkten Beweis aber doch als bezeichnend den Umstand anzuführen, dass ein naher Verwandter von *Lumbriculus*, die *Claparedeilla*, sich tatsächlich durch Querteilung vermehrt. Diese Tatsache lässt sich bei *Claparedeilla* leichter feststellen, da dieselbe innerhalb der Cyste, während der Encystierungsperiode geschieht!

Die Annahme der spontanen propagativen Teilung bei *Lumbriculus* ist nicht nur ein nützlicher Erklärungsversuch, sondern es wurde in den vorhergehenden Kapiteln ausführlich dargestellt, dass alle entwicklungs-physiologischen Bedenken gegen diesen Erklärungsversuch nicht stichhaltig sind.

Ich möchte daher auf Grund sowohl eigener Beobachtungen als auch auf Grund der in den Arbeiten meiner Vorgänger, insbesondere Bülow's und v. Wagner's folgende Schilderung von dem Lebenszycklus von *Lumbriculus variegatus* entwerfen.

Lumbriculus ist eine Form, die ein Alter von mehreren Jahren erreichen und auch zu bedeutenderen Dimensionen heranwachsen kann. Sie wird auch mehrmals im Leben geschlechtsreif.

Neben der geschlechtlichen Fortpflanzung kommt noch die ungeschlechtliche Fortpflanzung durch einfache Querteilung (wahrscheinlich in mehrere Stücke) vor. Diese Erscheinungen sind viel einfacher (primitiver?) als z. B. bei den *Naidomorphen*, da es auch nicht zu so scharf ausgeprägtem Wechsel der zweierlei Generationenreihen kommt. Vielmehr gibt es lokale Unterschiede in dem Umfange und der Häufigkeit der ungeschlechtlichen Fortpflanzung.

Sowohl durch die ungeschlechtliche Fortpflanzung selbst, als auch durch die lokalen biologischen Unterschiede dieses Fortpflanzungsmodus sind viele Einzelnheiten resp. lokale Eigentümlichkeiten der Organisationsverhältnisse (Geschlechtsapparat, Körperdimensionen) von *Lumbriculus* zu erklären.

Literaturverzeichnis.

Bülow, C. (1882): Über Teilungs u. Regenerationsvorgänge bei Würmern (Lumbriculus variegatus Gr.). In: Arch. f. Naturg. Vol. 49. Bd. 1.

Friend, Hild. (1912): Some Annelids of the Thames Valley. In: Journ. Linn. Soc. Zoology. Vol. 32. p. 95—106.

Grube, E. (1894): Ueber den Lumbriculus variegatus Müllers und ihm verwandte Anneliden. In: Arch. f. Naturg. Jhg. 10. Vol. 1.

Janda, V. (1912): Die Regeneration der Geschlechtsorgane bei Criodrilus lacuum Hofm. I. In: Arch. f. Entw. Mech. Vol. 33. p. 345—348. Taf. XX.

— (1912): II. Teil. Ebenda. Vol. 34 p. 557—587, Taf. XIX—XXI.

Klunzinger, C. B. (1906): Über Schlammkulturen im allgemeinen und eigentümliche Schlammgebilde durch einen limicolen Oligochaeten insbesondere. In: Vrh. d. Zool. Ges. Bd. XVI. p. 222—227.

Korschelt & Heider (1910): Lehrbuch der vergleichenden Entwicklungsgeschichte der wirbellosen Tiere. Allg. Teil. 4. Lief. 2 Hälfte. Jena. Fischer.

Michaelsen, W. (1908): Pendulations-Theorie und Oligochäten. In: Mitt. Naturh. Mus. Hamburg. Vol. 25. p. 153—175.

Morgulis, S. (1907): Observations and experiments on regeneration in Lumbriculus. In: Journ. Exp. Zool. Vol. 4. p. 549—574.

— (1908): Regeneration in Lumbriculus. In: Amer. Natural. Vol. 42. p. 749—752.

— (1909): Contributions to the physiology of Regeneration. II. Experiments in Lumbriculus. Arch. f. Entw. Mech. Vol. 28. p. 396—439.

— (1911): Beiträge zur Regenerationsphysiologie. V. Die Regeneration isolierter Segmente und kleiner Stücke von Würmern. In: Arch. f. Entw. Mech. Vol. 31., p. 669—679.

Mrázek, Al. (1901): Die Samentaschen von Rhynchelmis. In: Sitzb. k. böhm. Ges. Wiss. Jhg. 1900. No. 35.

— (1906): Die Geschlechtsverhältnisse und die Geschlechtsorgane von Lumbriculus variegatus Gr. In: Zoolog. Jahrb. Vol. 23., Anat. Abt. p. 381—462.

— (1913): Encystierung bei einem Süsswasseroligochäten. In: Biolog. Centralbl.

Müller, C. (1908): Regenerationsversuche an Lumbriculus variegatus und Tulifex rivulorum. In: Arch. f. Entwicklungsmech. Vol. 26. p. 209—277.

Riggenbach, E. (1912): Die Selbstverstümmelung der Tiere. In: Ergebnisse d. Anat. f. Entw. Vol. 12.

TIRALA, L. G. TH. (1912): Regeneration und Transplantation bei Criodrilus. In: Archiv f. Entw.-Mech. Vol. 35. p. 523—554, Taf. X—XII.

— (1912): Vorläufige Mitteilung über »Regeneration und Transplantation bei Criodrilus. In: Biolog. Centralbl. Bd. 32. p. 50—52.

VEJDOVSKÝ, FR. (1883): System und Morphologie der Oligochaeten. Prag.

v. WAGNER, FR. (1900): Beiträge zur Kenntnis der Reparationsprozesse bei Lumbriculus variegatus Gr. I. Teil. In: Zoolog. Jahrb., Vol. 13, Anat. Abt. p. 603—682, Taf. 41—44.

— (1905). Dasselbe. II. Teil. Ibid. Vol. 22. p. 41—156, Taf. 3.—7.

— (1906): Zur Oecologie des Tubifex und Lumbriculus. In: Zoolog. Jahrb. Vol. 23. System. Abt. p. 295—318., Taf. 12.

WENIG, JAR. (1902): Beiträge zur Kenntnis der Geschlechtsorgane von Lumbriculus variegatus Grube. In: Sitzb. K. böhm. Ges. Wiss. Jg. 1902. No. 14.

Abecední rejstřík

Věstníku král. čes. Společnosti Nauk.

(Třída math.-přírodovědecká)
za rok 1913.

Alphabetisches Register

der Sitzungsberichte der königl. böhm. Gesellschaft der Wissenschaften.

(Math.-naturwiss. Klasse)
für das Jahr 1913.

Rejstřík odborový

Věstníku král. čes. Společnosti Nauk.

třídy math.-přírodověd. za rok 1913.

Fachregister

der Sitzgber. der königl. böhm. Gesellschaft d. Wissenschaften

mathem.-naturw. Klasse für das J. 1913.

1. Mathematika. Astronomie.

2. Chemie.

3. Geologie.

4. Biologie.

Šulc Karel, Monographia generis Trioza Foerster. Species regionis palaearcticae. Pars IV. No 36—49 — I. 48 p, 33 Tab.

Ambrož Josef, České Drepanoklady. — V. 66 slr., 3 obr. v textu.

Štolc Antonín, Über die intracellulare Agglutination und verwandte Erscheinungen bei Pelomyxa und anderen amoebenartigen Organismen. V. Mitteilung. — XII. 12 S.

Mrázek Alois, Beiträge zur Naturgeschichte von Lumbriculus. — XIV. 545.; 13 Textabb.

DR. ED. GRÉGR A SYN, KNIHTISKÁRNA V PRAZE.